台形断面を有する三次元開水路流れの乱流構造解析

杉山 均¹・秋山光庸²・亀澤正之³

¹正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部機械システム工学科(〒321 宇都宮市石井町 2753)
 ²正会員 Ph.D. 宇都宮大学教授 工学部機械システム工学科(〒321 宇都宮市石井町 2753)
 ³学生会員 宇都宮大学大学院 工学部機械システム工学科(〒321 宇都宮市石井町 2753)

開水路流れは自由水面を有するため閉管路とはその乱流構造を大きく異にする.特に,このことは開水路を特 徴づける縦渦において顕著である.さらにこの縦渦は開水路断面によっても支配される.すなわち,流路アスペ クト比(河川幅/水深)が小さい長方形断面開水路では,最大主流方向速度位置の自由水面下への降下現象が認 められ,自由水面に沿って側壁から河川中心に向かう縦渦が認められる.しかし,台形断面開水路ではこの降下 現象は認められず,縦渦も長方形断面の場合と全く逆向きの流れが認められる.そこでこの台形断面開水路をレ イノルズ応力モデル,境界適合座標を用いて三次元乱流場として数値解析を行い,実験値と比較検討すると共に 縦渦の発達挙動について新たな知見を示した.

Key Words: numerical analysis, trapezoidal open channel, secondary flow, reynolds stress model, boundary-fitted coordinate system

1. 緒 言

開水路流れは、自由水面を有し管内乱流とはその乱流 構造を大きく異にするであろうことは容易に推察され る. この開水路流れを特徴づける現象として、河床にお ける壁面せん断応力分布が管内流と比較して大きく異な る分布を示すこと、あるいは主流方向速度の最大値が自 由水面下に存在することなどが指摘されている. この最 大主流方向速度の自由水面下への降下現象(velocitydip)は、古くは Gibson¹⁾により 1909 年に報告されて おり、かつこの降下現象は粗面壁により左右されること も同時に報告されている. この開水路流れを特徴づける 現象が、乱れの非等方性により発生する縦渦(第二種二 次流れ)に起因することも、古くより指摘されていたが、 実験的に明らかになったのは、ごく近年になってからで ある.

開水路流れの実験解析として、古くは Rajaratnam-Muralidhar²⁾の実験が挙げられる.彼らは、河床上の横 断方向へのせん断応力分布が、第二種二次流れにより支 配されることを報告している.Knight-Demetriou-Hamed³⁾は、多くの開水路、閉管路の実験結果より、抵 抗係数の実験式を導出している.また、Nakagawa-Nezu-Ueda⁴⁾は、自由水面を有する二次元乱流を対象に、 自由水面近傍の乱流特性量を熱線流速計を用いて測定 し、自由水面に垂直方向の速度変動が、閉管路と比較し てより減衰することを明らかにした.このことは、自由 水面近傍での,乱れの非等方性が強くなり,自由水面近 傍における縦渦生成に大きく影響を及ぼすであろうこと を類推させる.この点に関し, 禰津・中川⁵⁰は,レーザ・ ドップラ流速計を用いて,自由水面を有する矩形断面開 水路を対象に,レイノルズ応力分布,ならびに縦渦を詳 細に測定した.彼らは,自由水面近傍での第二種二次流 れ強度は,コーナ部に発生する二次流れと比較して大き く,その流動挙動は,閉管路のそれとは異なる流動パター ンを取ることを明らかにした.同時に,二次流れは,主 流方向速度等値線を自由水面下に降下させるように作用 し,この種の開水路に特徴的な現象を明瞭に捕らえてい る.

一方, 冨永・江崎・禰津⁶は, 台形断面開水路流れに てその流動挙動を測定し, 矩形断面にて認められた主流 方向速度等値線の自由水面下への降下現象が認められな いこと, また, 矩形断面開水路流れの場合, 二次流れは 自由水面にて側壁から河川中央部に向かって流れるが, 台形断面開水路では全く逆方向の二次流れが存在するこ とを提示している. これらの実験結果は, 開水路断面形 状により二次流れは大きく影響されることを示唆してお り興味深い. また, 開水路内の第二種二次流れ発生に関 し, 理論的な考察を最初に試みたのは, Einstein-Lin⁷¹ である. 彼らは, 主流方向の渦度とレイノルズ応力との 関係を示す基礎方程式を導出し, 二次流れの発生が, レ イノルズ応力の断面内での非一様分布に起因することを 指摘している.

一方,開水路流れに関する数値解析については, Naot-Rodi⁸⁾の解析が挙げられる. 彼らはNakagawa-Nezu-Ueda⁴⁾ が示した、自由水面近傍にて、その垂直方 向速度変動が減衰するとの指摘に注目して、乱れエネル ギーの再配分をモデル化し、代数応力モデルを用いて開 水路内の縦渦を初めて予測した. 禰津・中川⁹⁾は、k-ε 二方程式乱流モデルを,開水路乱流場に拡張し,二次元 乱流場の乱流特性量を予測し、比較的良好な値を得たこ とを報告している.この二次元乱流場の予測に関しては Celik-Rodi¹⁰⁾も解析を試みている.彼らは、代数応力 モデルを用いて、乱流エネルギー、垂直方向速度変動の 減衰を良好に予測できたことを報告している. また,河 川敷も含めた複断面開水路内の乱流場を対象に、Naot-Nezu-Nakagawa¹¹⁾は、乱流散逸項の境界条件に改良を 加えて解析を行っている. さらに、最近 DNS(Direct Numerical Simulation)を用いた開水路流れの結果が Lam-Banerjee¹²⁾, Komori ら¹³⁾により報告されている. いずれの DNS の結果においても、自由水面近傍にて水

面に垂直方向の速度変動は減衰し,主流方向,横方向の 速度変動は圧力・歪相関項を通して僅かな増加傾向とな ることを示している.しかし,以上の解析例は二次元開 水路,ならびに矩形断面,複断面開水路が主なものであ り,前述の台形断面開水路内を対象に,三次元開水路と して助走区間における二次流れ発達挙動をも数値予測し た解析例は,いまだ報告されていない.助走区間をも含 む三次元開水路の流動挙動を予測する解析手法を確立し ておくことは河川設計の立場からも有用であると思われ る.

こうした状況を踏まえ、本研究は、台形断面開水路を 対象に、レイノルズ応力モデルを用い三次元数値解析す ることを目的とする。その際、各レイノルズ応力までも 詳細に測定している冨永・江崎・禰津⁶⁾の実験結果を計 算対象とする。解析結果は実験結果と比較検討し、本乱 流モデルの妥当性、台形断面開水路流れに特徴的な流動 特性について検討を加える。また、数値解析に際しては 境界条件の設定が容易な境界適合座標系を導入し解析を 行う.この種の自由水面を有する開水路に関する研究は、 境界層や、管内流と同様に、流れの物理現象解明に不可 欠であるばかりか、河川工学の分野より河川の抵抗則や 三次元性、乱流拡散、浮遊砂などの土砂輸送、主流と浸 透流、あるいは波と乱れなどの相互作用を解明する上で 重要な役割を果たすものと考えられる。

2. 記 号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', c_\mu, \zeta: 経験定数 <math>D_h$:水力直径

 $f(L/x_w)$:壁の影響を示す関数



k: 乱流エネルギー L:特性距離 P_k : 乱流エネルギー生成 **R**:径深 $Re: レイノルズ数=4RU_b/\nu$ $u_i u_i$: レイノルズ応力 U_i:i方向時間平均速度成分 U_b:混合平均速度 U_{1max}:流路断面内最大主流方向速度 U*:摩擦速度 Z:河床、傾斜壁に沿った座標 ε:乱流散逸 v:粘性係数 κ:カルマン定数 *π*_{ij}: 圧力 · 歪相関項 ρ:密度 τ:壁面せん断応力

3. 解析手法

(1) 計算対象実験

数値解析の対象とした富永・江崎・禰津⁶⁾の実験装置 の概略図、および座標軸を図—1 に示す. 図中の逆三角 形記号は、自由水面を示す. 彼らは3種類の傾斜角を有 する台形断面開水路を対象に実験を行っているが、本研 究ではそれらの内傾斜角 60°の実験を選定した. 測定流 路は、短辺 24.8(cm)、水深 11.0(cm)、傾斜角 60°の台 形断面を持つ、全長 12.5(m)の流路である. この時の 流量は、10 551(cm³/s)でありレイノルズ数は代表速度 に混合平均速度 U_b 、代表寸法に径深 Rの4倍を用いて $Re=6.84 \times 10^4$ である. また、測定断面位置は、水路上 流端から 7.5(m)下流に設置されている. 測定に関し ては、熱線流速計を用いて、第二種二次流れ、レイノル ズ応力分布等を測定している.

座標系は,主流方向を X₁軸,これと直交する向きを 断面方向とし,水平方向を X₂,垂直方向を X₃軸と定義 している.

(2) レイノルズ応力方程式

乱れの非等方性を正確に扱う意味より、本解析におい ては、レイノルズ応力方程式を解くことを考える.レイ ノルズ応力方程式の厳密式は次式で示される.

$$\frac{D\overline{u_{i}u_{j}}}{Dt} = -\left(\overline{u_{i}u_{k}}\frac{\partial U_{j}}{\partial X_{k}} + \overline{u_{j}u_{k}}\frac{\partial U_{i}}{\partial X_{k}}\right) \\
-\frac{\partial}{\partial X_{k}}\left[\left(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu\frac{\partial\overline{u_{i}u_{j}}}{\partial X_{k}} - \frac{\overline{p}}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{ik}u_{j})\right] \\
+\frac{\overline{p}\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial X_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial X_{k}}\right) - 2\nu\frac{\partial\overline{u_{i}}}{\partial X_{k}}\frac{\partial u_{j}}{\partial X_{k}} \qquad (1)$$

数値計算の上で特に障害となるのが、左辺第一項の対流 項、ならびに右辺第二項の拡散項である.従来のレイノ ルズ応力モデルでは、これらの項に対し、各項を省略し てモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多 少とも考慮する意味より Rodi¹⁴⁾ 近似を用いてモデル化 を行った.この Rodi 近似を用いることにより計算の簡 便性,経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、 近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があると いう問題を内包するのも事実である.

レイノルズ応力方程式をモデル化する際に問題となる 圧力・歪相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソ ルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行っ ている.モデル化された圧力・歪相関項を表—1 に示す. Naot-Rodi⁸⁾ も、レイノルズ応力モデルを用いて解析を 行っているが、彼らは、断面方向速度勾配は小さいと見 なし、これらの項を無視してモデル構築を行っているが、 本提示モデルはこれらの項も加味しており、彼らの提示 モデルとは異なる.これらモデル導出については、別報¹⁵⁾ にて詳述した.表中 $\pi_{ij,1}$ 、は純粋な乱れによる影響を、 $\pi_{ij,2}$ は、平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$ は壁面による影響を示 示している.また、 $f(L/x_w)$ は、壁の影響を示す関数 で壁面近傍で1、壁から離れるにつれて零に近づく、 x_w

は壁面からの距離を示している. $f(L/x_w)$,および x_w は,以下のように定義される. x_n は各壁面からの垂直距離を示している.

$$f\left(\frac{L}{x_{w}}\right) = \frac{c_{\mu}^{3/4} \boldsymbol{k}^{3/2}}{\kappa \varepsilon} \frac{1}{x_{w}}$$
(2)

$$\frac{1}{x_w} = \frac{\sum (1/x_n)_i^2}{\sum (1/x_n)_i}$$
(3)

また、モデル定数系については、モデル化された方程 式を、単純せん断流れ、壁面近傍流れに適用し、各々の 流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出し、加えて 各流れの実験結果を基に定数を決定していく.本研究の 場合、Rodi 近似を用いていることにより、非局所平衡 状態の表現も可能な為、実験結果としては、Champagne-Harris-Corrsin¹⁶⁾ ($P_k/\varepsilon = 1.0$)、および Harris-Graham-Corrsin¹⁷⁾ ($P_k/\varepsilon = 1.55$)のデータを基に、壁面 近傍流れに対しては Launder ら¹⁸⁾の使用したデータを

表-1 圧力・歪み相関項のモデル化

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-c_1\cdot rac{arepsilon}{k}\left(\overline{u_iu_j}-rac{2}{3}k\delta_{ij} ight)$						
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{c_2+8}{11}\left(P_{ij}-\frac{2}{3}P_k\delta_{ij}\right)$						
	$+\zeta k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3}P_k \delta_{ij}\right)$						
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$c_1 = c_1^* + c_1' \cdot f\left(rac{L}{X_w} ight), \ c_2 = c_2^* + c_2' \cdot f\left(rac{L}{X_w} ight),$						
	$\zeta = \zeta^* + \zeta' \cdot f\left(\frac{L}{X_w}\right)$						
$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \qquad D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$							
$P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial}{\partial}$	$\frac{U_k}{x_l}$						

c_1^*	c_2^*	ζ*	c_1'	c'_2	ζ'
1.40	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.10

基に定数決定を行った.得られたモデル定数系を表―2 に示す.

散逸項は,高レイノルズ数流れ場で,局所等方性を仮 定することにより次式のようにモデル化される.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij}$$
 (4)

(3) 自由水面の境界条件

開水路流れの数値解析において、特に考察が必要とな る項目として、自由水面における境界条件の設定が挙げ られる. この自由水面近傍の流れについては、これまで 自由水面を特徴づけるいくつかの現象が指摘されてい る. Nakagawa-Nezu-Ueda⁴⁾, Komori-Ueda-Ogino-Mizushina¹⁹⁾は自由水面に垂直な速度変動成分が,壁面 の場合と同様に自由水面に近づくにつれ減衰することを 報告している. このことは, 壁面近傍流れにおいても共 通した現象であり、この意味より、自由水面は一種の壁 面とも考えられる.しかし、その減衰挙動は壁面近傍, 自由水面近傍では異なり、彼らの示した速度変動に関す る実験結果を詳細に検討すると、自由水面側での垂直方 向速度変動は、自由水面から遠い位置で既に減衰傾向を 示し自由水面近傍においては零に近い値を示している. 一方, 壁面側では壁面近傍まで比較的高い値を保ち壁面 近傍にて減衰している.

また, Hunt²⁰⁾は自由水面近傍における乱れスケール は,自由水面に近づくにつれて減衰することを予測した が,その後, Nezu-Rodi²¹⁾により実験的に確かめられた. このことは乱流散逸が,自由水面近傍では大きくなり, 乱流エネルギーが減少することを意味している.

これらの現象を乱流モデル、あるいは境界条件として

考慮することが必要となる.自由水面近傍での乱れス ケールの減衰に関して, 禰津・中川⁹⁾は,自由水面によ り乱流エネルギーが減衰されると言う実験事実を定式化 し,自由水面での乱流エネルギーを以下のように表して いる.

$$k_s = Dk_d \tag{5}$$

Dは、減衰係数であり実験結果より0.8程度を推奨している. k_a は閉管路の上下対称軸上での乱流エネルギー値であり、従って、本モデルを使用する際には、閉管路の計算が必要となる.開水路流れの縦渦を最初に予測した、Naot-Rodi⁸⁾は散逸に関する次の境界条件を提案している.

$$\varepsilon_{s} = \frac{c_{\mu}^{3/4} k_{s}^{3/2}}{\kappa} \left(\frac{1}{y'} + \frac{1}{y^{*}} \right)$$
 (6)

ここで, ε_s , k_s は, それぞれ自由水面上での散逸, 乱流エネルギーであり, y^* は, 側壁からの垂直距離を示している. また, y' は, 実験結果より水深の0.07倍を取って y'=0.07 h と定義している. しかし, 上式の境界条件を複断面開水路流れのように,水深がステップ状に変化する流れに適用すると,自由水面における乱流散逸が不連続値を取ることになる.

以上のように,種々の境界条件が提示されているが, これらの境界条件は、使用する乱流モデルとの適合性, 整合性等を考慮して設定されているものと思われる. 自 由水面に垂直方向の速度変動の減衰に関して、本モデル は、表-1に示す様に壁面による影響を定数系に考慮し ていることから自由水面においても定数系を変えること なく適用するものとした. Gibson-Rodi²²⁾は、自由水面 に垂直方向の速度成分の減衰を、レイノルズ応力モデル 中の定数系に導入することを提唱したが本モデルもこの 点で共通している.また,自由水面近傍においては,そ の垂直方向速度変動値が自由水面に到達する以前に減衰 傾向を示し,自由水面下にて非常に小さな値を取ること が指摘できる.この減衰現象を計算に加味する意味より、 垂直方向速度変動値を自由水面から,計算第一点目まで 零とし、この減衰現象を近似することとした、乱流散逸 の与え方については、前述のように自由水面も一種の壁 面と考えられること、水深がステップ状に変化しても乱 流散逸が不連続値を取らないようにすることなどを考慮 し、一次近似として、一般に壁関数として使用される次 式を用いて計算を行うこととした. ただし, 次式に示す 乱流散逸値は、壁関数を使用する場合と同様、自由水面 から計算第一点目に与えた.式中,yは計算第一点目ま での垂直距離を示している.

$$\varepsilon = \frac{c_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \tag{7}$$

本数値解析においては上式を用いたが,最近 Naot-Nezu-Nakagawa¹¹⁾は,水深がステップ状に変化した場



合においても適用できるよう,乱流散逸長さを連続的に 変化するよう定義して,複断面開水路に適用した結果を 報告している.

一方, 側壁, 底壁面での乱流特性量 k, c の境界条件 に対しては,本提示モデルは,高レイノルズ数型乱流モ デルであり,壁関数を用いている.壁関数は,壁面近傍 にて対数速度分布が成立すること,および局所平衡が成 立することを仮定して導出される境界条件である.また, コーナ部の最近傍点に関しては,底壁面,側壁面の両壁 面からの乱流生成が乱流散逸に等しいものとして,境界 条件を再導出し計算を行っている.

(3) 境界適合座標

境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析 領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式 を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が 容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという 特徴を持つ.

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より 変換される.

$$\frac{\partial}{\partial X_{i}} = \frac{\partial \xi}{\partial X_{i}} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_{i}} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_{i}} \frac{\partial}{\partial \zeta}$$
(8)

上式中 *ξ*, η, ζは,変換された計算平面での座標軸を 示す.上式を用いた各方程式の変換方法,変換により導 出された輸送方程式,反変速度,計量テンソルなどは別 報にて詳述した²³⁾.

(4) 数值解析

計算領域は、図—1 に示す領域の全断面を対象とした. 計算におけるレイノルズ数は、台形断面形状、ならびに 流量より算出した値で $Re=6.91 \times 10^4$ とした.計算格子 は断面内で 43×21 、主流流れ方向に 54 の計算点を設置 した.計算格子の配置図を図—2 に示す.この時主流方 向流れに対しては、径深 4 Rの 100 倍に当たる助走区 間を設けている.乱流エネルギー、および乱流散逸方程





式の境界条件には、壁関数を用いた.入り口条件は、実験においても不明であるため $k = U_b \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/4 R$ と小さな値を設定し解析を行った. U_b はバルク速度を示す.出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った.式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は、Regular Grid 法によった.支配方程式の対流項差分近似は QUICK(三次精度の風上差分)を使用した.また、各支配方程式は楕円型方程式として扱い解析を行っている.

4. 結果と考察

計算においては、前述のように助走区間距離とし4Rの100倍の長さを設けている.実験結果と比較する際には、完全発達乱流領域の結果と比較する意味より $X_1/4R=90.7$ における結果を実験結果と比較した.以下に示す実験結果との比較図は、この位置における結果である.

(1) 平均速度場の比較

図—3は、主流方向速度等値線に関し、富永・江崎・ 禰津⁶⁾の実験結果、および本計算結果を比較したもので ある。各等値線は、主流方向の流路断面最大速度 U_{1max} で無次元化している。実験結果、解析結果に特徴的な現 象として、左右対称軸(X₃軸)に沿う等値線は、自由 水面に向かって凸状に湾曲した分布を示し長方形断面開 水路に認められた、主流方向速度の最大値が水面下に存 在する(velocity-dip)現象は認められないことが指摘 できる。また、断面コーナ部に向かって突出した等値線 が認められることも両結果の共通した現象として指摘で きる.さらに、計算結果の傾斜壁面近傍等値線に着目す ると、等値線は傾斜壁とほぼ平行で、自由水面に近づく につれ側壁に延びる特徴的な分布を示すことが理解でき る.以上のような等値線分布の特徴的な現象は、開水路 に特有な縦渦(第二種二次流れ)により誘起されたもの と解釈される.

図-4は、この縦渦ベクトル図を両結果で比較したも のである.実験結果より、この種の縦渦は河床壁に形成 される縦渦 (A 渦),自由水面近傍に認められる河川中 央部に向かう反時計回りの縦渦(C渦),さらに自由水 面傾斜壁近傍に生成される時計回りの縦渦(B渦)が 認められる.図中A,B,Cの記号は冨永らにより示さ れたものである.長方形断面管路の縦渦5)と比較すると, 台形断面開水路においては長方形断面開水路の縦渦構造 と異なり,特にB渦が生成され,しかもその流れは傾斜 壁に向かい台形断面開水路を特徴づけていることが解 る.計算結果は、こうした特徴な渦を比較的良好に予測 しており解析手法の妥当性を示しているものと思われ る. 主流方向速度の降下現象が認められないのは、左右 対称軸に沿う上昇流によるものであり、また、図-3の 計算結果において自由水面側壁近傍の等値線が傾斜壁に 向かって延びるのは、B 渦によるものと解釈される. 実際の河川において台形断面開水路はよく見受けられる がB渦の存在は、傾斜側壁の浸食を早めることを示唆し ている.実験結果と異なる点として、A 渦が計算の方 は自由水面までも大きな領域を占めることが指摘でき る.

図-5は、河床に沿う壁面せん断応力、および傾斜壁 に沿う壁面せん断応力分布を、両結果にて比較したもの である.各壁面せん断応力値は平均せん断応力 -にて無



図-8 垂直方向変動速度分布比較

次元化した. Z は左右対称軸位置を原点に河床, 傾斜壁 に沿う座標を示す、実験結果は、Z=0位置から単調に 増加しピーク値を取った後,減少しコーナ部を挟んで再 度増加傾向を示す. その後極大値を取った後減少し, 再 度僅かながらの増加を示した後,減少する分布を示すが, 計算結果もその値に多少の差は認められるが同様な傾向 を示す. 傾斜側壁の Z/(B/2+L)=0.6, 0.9 付近にて 計算値は、明瞭な極大値を示すが、前者はA 渦の、後者 はB渦による比較的高速流体の移流効果により発生した ものと解釈される.このことは同時に傾斜壁面の浸食が、 河床近傍と自由水面近傍にて発生することを示唆してい る.また、長方形断面開水路の場合、Z=0の位置にお いて壁面せん断応力は最大値を示すことになるが、本開 水路の場合異なるのは、A渦の左右対称軸に沿う河床 からの上昇流が主流方向速度分布を, 凸状に変形させる ためと理解される.

(2) 変動速度場の比較

図-6,7,8に,それぞれ主流方向速度変動√u²水平 方向速度変動√u²,垂直方向速度変動√u²等値線を実 験,計算とで比較した結果を示す.各値は,平均摩擦速



度 $\overline{U_*}$ にて無次元化した.実験結果の主流方向速度変動 値は、河床、ならびに傾斜壁の中央部近傍にて最大値を 示すこと、その等値線がコーナ部に向かう分布を取るこ とが理解できるが、計算結果もほぼ同様な傾向を示して いる.また、水平方向速度変動分布に関し河床壁上にそ の最大値を示すことは、両結果にて共通しているが、計 算値の方が比較的大きな値を示す結果となった.また、 計算結果において自由水面の $X_2/h = -1.0$ 近傍に縞状 の等値線が認められるが、これは自由水面に向かう B渦、 C 渦の二次流れの移流効果と強い相関があるものと思 われる.

垂直方向速度変動値を比較すると、計算結果は実験結 果同様,傾斜壁面に沿って最大値を示すが,その値は実 験結果より高い値を示す結果となった.また,この垂直 方向速度変動値は自由水面に近づくにつれ減少傾向を示 すことが実験より報告されているが、計算結果は自由水 面近傍にて各等値線は自由水面にほぼ平行となりこの傾 向を再現しているものと考えられる.

図―9は、水平方向速度変動と垂直方向速度変動との 差の等値線を比較した結果である.その零ラインに注目 すると実験結果では傾斜壁を覆うように、コーナ部から 自由水面に向かう零ラインと、左右対称軸の自由水面側 に認められるが、計算結果も同様の傾向を示している. 両結果より河床壁近傍、自由水面近傍では、水平方向速 度変動が、傾斜壁では垂直方向速度変動が卓越している ことが理解できる.計算結果は、実験結果を大きく見積 もる傾向にあるが、実験結果の特徴的現象はよく捉えて いる.

図-10は、せん断応力-u1u2の等値線図を両結果に



図-11 せん断応力 - 113 分布比較

て比較したものである.両結果に共通する点として、零 ラインを挟んで異符号領域が存在すること、せん断応力 値の絶対値が傾斜壁面に存在することが指摘できる.こ の異符号領域の発生は以下のように説明される.すなわ ち、せん断応力が渦動粘性係数と速度勾配との積として 表現されるものとすると、せん断応力 u_1u_2 の符号は、 速度勾配 $\partial U_1/\partial X_2$ の符号に支配される.台形断面開水 路では、縦渦により主流方向速度等値線が、大きく歪ま される結果、速度勾配 $\partial U_1/\partial X_2$ の符号に逆転が生じ、 この結果異符号領域を形成することになる.計算結果は 比較的良好にその等値線の値も比較している.

図-11 は、せん断応力 u1u3 の等値線図を、両結果に て比較したものである.両結果等値線よりせん断応力 u1u3 は、河床壁面から自由水面に向かって発達する様 子が伺える.また実験結果より傾斜壁面自由水面近傍に て比較的高い値が、また河床壁近傍にて最大値が認めら れるが、計算結果も同様な値を予測している.実験結果 において自由水面近傍に零ラインが認められるが、計算 においても零ラインが自由水面近傍に存在する.主流方 向速度の自由水面下への降下現象が発生する長方形断面 開水路において、零ラインのせん断応力 u1u3 値は、河 床壁と平行に、自由水面からかなり離れた位置で、開水 路を横断する形で分布するが、台形断面開水路では、主 流方向速度の降下現象が認められないため、自由水面近 傍に存在するものと思われる.

(3) 縦渦の発達挙動

これまで、その助走区間も含め三次元開水路としてそ の乱流構造を解析した例は少なく、従って、縦渦の発達 挙動について新たな知見を示した報告例はこれまで見う けられない.そこで、本解析は、三次元開水路として解 析し、この点についても考察を加えた.また、こうした 三次元開水路に対する解析手法を確立しておくことは、 曲がり開水路流れ解析への適用も可能となり、直線河川 の非等方性乱流により生成された縦渦が、河川曲がり部 に流入するにつれ、圧力勾配により誘起される縦渦に、 どのように遷移するのか、あるいは逆の場合の縦渦遷移 がどのように誘起されるのかを定量的に予測することが



でき研究の上からも、河川設計の実用上の観点からも有 意義である.

図-12 は、流れ方向に沿った縦渦ベクトル図の全台 形断面における計算結果を示したものである. それぞれ の位置は、径深 R の 4 倍にて無次元化した値で示し、 X₁/4 R=2.82、5.75、8.44、11.65、15.46、25.43の各 横断面位置の計算結果を示す.二次流れ強度は、混合平 均速度 U_bにより比較した.計算の入口条件としては、 前述のように乱れの小さい一様流を流入させている. こ



うした流入条件は境界層が除去される分岐流を伴う河川 に相当するものと考えられる.

縦渦は $X_1/4 R = 2.82$ の結果に見られるように比較的 早期に側壁の自由水面近傍とコーナ部に認められる. こ の位置では、1 個の縦渦が傾斜壁に生成されているが、 $X_1/4 R = 5.75$ においては一対の縦渦が形成されること が理解できる.一方、自由水面近傍の縦渦はその強度を 強めながら、コーナ部の縦渦と同様に1 個の縦渦から一 対の縦渦へと遷移していく. $X_1/4 R = 8.44$ に示す結果 よりコーナ部、傾斜壁の自由水面にそれぞれ一対の縦渦 が明瞭に認められる.これら一対の縦渦は、さらに下流 に発達するにつれお互いに干渉し合うことになる.

 $X_1/4 R = 11.65$ の結果より明らかなように、コーナ部 の縦渦のうち傾斜壁面に沿う縦渦と、自由水面における 河川中央側の縦渦とが互いに干渉し合い1個の渦を形成 している. この位置で1/2断面にて認められた4個の渦 が3個に安定化され、冨永らが指摘したA渦、B渦、C 渦が形成されることになる. これら三種の渦はさらに下 流に行くに従い、その強度を強めながら発達していく.

 $X_1/4 R = 15.46$ では、特にA渦、C渦が大きく発達し ている様子が伺える.この断面位置は、主流方向速度が 助走区間内で最大値を取る位置に相当しており、また、 この断面内で混合平均速度の3.08%に相当する最大二 次流れが存在する.さらに下流の、 $X_1/4 R = 25.43$ にお いては、A渦が流路中央部までその領域を拡張し、対 照的にC渦は、その領域をA渦により抑圧された分布と なっている.また、この位置における最大二次流れ強度 は、混合平均速度の2.84%に相当し、 $X_1/4 R = 15.46$ における最大二次流れと比較すると減少している.この 点を明らかにするため、以下に示す縦渦強度を定義して、 流れ方向に縦渦強度を算出した結果を図—13に示す.

$$I_{s} = \frac{\int \sqrt{U_{2}^{2} + U_{3}^{2} \, dA}}{U_{b} \int dA} \tag{9}$$

上式中 dAは、縦渦強度を算出する際の微少分割面積を 示す.図より明らかなように縦渦強度は $X_1/4R = 16$ 近 傍にて最大値を示した後減少し、一定値に漸近していく 様子が伺える.この様に縦渦強度が最大値を示すのは、 傾斜壁ならびに河床より発達してきた境界層が開水路中 央部まで発達し、互いに干渉し合い、運動量交換が活発 になることに起因しているものと解釈される. $X_1/4R$ =25.43の位置以降における、縦渦強度、縦渦分布には 大きな変化は認められず、縦渦に関してはほぽ完全発達 領域に近い状態となっているものと考えられる.

以上のように、本解析の台形断面開水路において、そ の縦渦の発達挙動をまとめると以下のように記述でき る.縦渦は、比較的流れの発達初期より、傾斜壁近傍の 自由水面、および開水路コーナ部近傍に形成される. こ の縦渦は発達するにつれ、一対の縦渦を形成するが互い に干渉し合い、1/2 断面にて3個の縦渦に安定化する. こうして安定化された縦渦は、その強度を強めながら発 達していくが、河床、傾斜壁面から発達した境界層が互 いに干渉し合い運動量交換が、最も活発に行われる位置 近傍において最大値を示し、その後、その強度を弱めな がら一定値に漸近していく.

また,計算結果は,断面全体の領域にて縦渦の結果を 示しているが,何れの位置においても計算結果は左右対 称軸に関して対称形を成しており,計算手法の解の対称 性に関し問題のないことを,同時に示唆している.

5. 結 論

台形断面を有する開水路には、流路アスペクト比の小 さな長方形断面開水路に見られる縦渦とは全く異なる縦 渦が、傾斜壁近傍に発生することが実験的に報告されて いる.しかし、その台形断面開水路に特徴的な流れ場を その助走区間も含め三次元開水路として解析した数値解 析はいまだ報告されていない.そこで、レイノルズ応力 モデル、境界適合座標系を用いて三次元開水路として数 値解析を行った.解析結果は、台形断面開水路内の乱流 構造を詳細に測定した冨永・江崎・禰津⁶¹の実験と比較 検討した.さらに、この種の流れを特徴づける縦渦の発 達挙動について新たな知見を得ることを試み、次のよう な結論を得た.

(1) 台形断面開水路では,最大主流方向速度の自由水面下への降下現象は認められないことが実験により報告されているが,計算においても同様の現象を示した.また,その等値線図分布を比較的良好に予測することができた.

(2) 台形断面開水路に特有な縦渦を比較的良好に予測 することができた.特に自由水面の傾斜壁近傍に形成さ れる縦渦は,傾斜壁に向かって流れるが,解析結果も同

様の縦渦パターンを示した.ただし,計算結果は河床に 沿う縦渦を実験より,それが占める領域を大きく予測し ている.また,最大主流方向速度位置の自由水面下への 降下現象は,左右対称軸に沿う上昇流の縦渦に起因する ことも同時に示した.

(3) 垂直応力分布に関し本解析手法は,多少値を大き く予測するもののその傾向は良好に捉えている.また, せん断応力に関しては比較的良好にその値,分布とも予 測した.

(4) 壁面せん断応力分布の計算結果は、コーナ部近傍 の河床,傾斜壁,ならびに傾斜壁の自由水面近傍にて浸 食が顕著であることを示唆している.

(5) 縦渦は比較的短い区間を経て、コーナ部、傾斜壁 の自由水面近傍に生成し、この領域で一対の渦を形成す る. その後、これらの縦渦は互いに干渉し、台形断面の 1/2 断面にて実験により指摘されている3個の縦渦を形 成する.

(6) 縦渦強度は,各壁面より発達した境界層が互いに 干渉し合う位置において最大強度を示し,その後減衰し 一定値に漸近していく.

(7) 本解析に用いた代数レイノルズ応カモデル,自由 水面での境界条件,ならびに境界適合座標系の有用性を 実験結果との差異分析を通し確認し,この種の自由水面 を有する開水路流れの三次元解析手法を提示した.

参考文献

- Gibson, A.H. : On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel, *Proc. Royal Soc. of London*, Series A, 82, pp.149-159, 1909.
- Rajaratnam, N. and Muralidhar, D. : Boundary shear stress distribution in rectangular open channels, *La Houille Blanche*, No.6, pp.603-609, 1969.
- Knight, D.W., Demetriou, J.D. and Hamed, M.E. : Boundary shear in smooth rectangular channels, J. Hydraulic Eng., ASCE, 110, pp.405-422, 1984.
- Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H. : Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, *Proc. of Japan Soci. Civil Engrs.*, 241, pp.155-168, 1975.
- 5) 禰津家久,中川博次:開水路流れの三次元乱流構造(縦渦) とそれに及ぼす自由水面の影響に関する研究,京都大学 防災研究所年報,28, pp.499-522,1985.
- 6) 冨永晃宏,江崎一博,禰津家久:台形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究,土木学会論文集,381 /Ⅱ-7, pp.55-63, 1987.
- Einstein, H.A. and Li, H. : Secondary currents in straight channels, *Trans. of Amer. Geophys. Union*, 39, pp. 1085-1088, 1958.

- Naot, D. and Rodi, W. : Calculation of secondary currents in channel flow, J. Hydraulics Div., ASCE, 108, pp.948-968, 1982.
- 9) 綱津家久、中川博次:一様開水路および閉管路の三次元 乱流構造に関する研究、土木学会論文集、387/Ⅱ-8、 pp.125-134、1987.
- Celic, I. and Rodi, W. : Simulation of free-surface effects in turbulent channel flows, *Physicochemical Hydrodyna*mics, 5, pp.217-227, 1984.
- 11) Naot, D., Nezu, I. and Nakagawa, H. : Free surface renewal and the modelling of turbulent structure in compound open-channel flows, 9th Symp. on Turbulent Shear Flows, pp.26.3.1-26.3.6, 1993.
- 12) Lam, K. and Banerjee, S. : On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow, *Phys. Fluids*, A4, pp.306-320, 1992.
- 13) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K. : Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids*, A5, pp.115-125, 1993.
- 14) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, Z. Angew. Math. Mech. 56, pp. T219-T221, 1976.
- 15) 杉山 均,秋山光庸,芹沢寿行:代数応力モデルによる 正方形断面管内の助走区間発達乱流解析,日本機械学会 論文集,56-531,pp.3328-3335,1990.
- 16) Champagne, F.H., Harris, V.G. and Corrsin, S.: Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, J. Fluid Mech., Vol.41, pp.81-139, 1970.
- Harris, V.G., Graham, A.H. and Corrsin, S. : Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.81, pp.657-687, 1977.
- 18) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure, J. Fluid Mech., Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 19) Komori, S., Ueda, H., Ogino, F. and Mizushina, T. : Turbulence structure and transport mechanism at the free surface in an open channel flow, *Int. Heat Mass Transfer*, Vol.4, pp.513-521, 1982.
- 20) Hunt, J.C.R. : Turbulence structure and turbulent diffusion near gas-liquid interfaces, Gas Transfer at Water Surface, Reidel Pub., pp.67-82, 1984.
- Nezu, I. and Rodi, W.: Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE,112, pp.335-355, 1986.
- 22) Gibson, M.M. and Rodi, W. : Simulation of free surface effects on turbulence with a Reynolds stress model, J. of Hydraulic Research, Vol.27, pp.233-244, 1989.
- 23) 杉山 均,秋山光庸,山中和典,平田 賢:縦筋を伴う 三次元河川流路の乱流構造解析,土木学会論文集,479/ Ⅱ-25, pp.81-90, 1993.

(1995.3.31 受付)

NUMERICAL ANALYSIS OF DEVELOPING TURBULENT STRUCTURE IN A TRAPEZOIDAL OPEN CHANNEL FLOW BY USING REYNOLDS STRESS MODEL

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Masayuki KAMEZAWA

A numerical analysis has been performed for developing turbulent flow in a trapezoidal open channel flow by using Reynolds stress model. Govering equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. The calculated results are compared with the experimental data available. As a result of this examination, it made clear that the present method was able to predict well cellular secondary currents near the free surface, which were induced by anisotropy turbulence, and the experimental results of Reynolds stresses without a great discrepancy.