

複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究

杉山 均¹・秋山光庸²・松原 珠³

¹正会員 工博 宇都宮大学助教授 機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

²Ph. D. 宇都宮大学教授 機械システム工学科

³学生会員 宇都宮大学大学院 機械システム工学科

複断面開水路は、その断面にコーナ部とエッジ部とを有し、その特異な乱流構造より興味ある流れを形成する。その一つとして、低水路と高水敷境界部からの斜昇流（第二種二次流れ）の存在が実験より指摘されている。本研究は、この複断面開水路流れをレイノルズ応力モデルを用いて解析することを目的とする。同時に、主流方向渦度輸送方程式の各項を検討することよりその生成機構についても検討を加えた。その結果、本手法により複断面開水路流れに特徴的な現象を比較的良好に予測することができ、同時に縦渦生成機構を定量的に解明した。

Key Words : compound open channel, cellular secondary currents, Reynolds stress model

1. 緒 言

河川流路には、治水のため堤防が築かれる結果、低水路と呼ばれる本来の河川流路と、高水敷と呼ばれる洪水時に氾濫原となる河道から構成される。また、人為的にこの高水敷を造成する場合も多く見受けられる。この種の複断面開水路の治水計画における主な検討項目は、洪水時の氾濫流を効率的に流下させる断面積の確保と、それに伴う流量予測である。Zheleznyakov¹⁾は、高水敷に洪水流が流れ始めると、低水路における流速が低水路満杯時の流速より減速されることを報告している。このことは、この種の開水路の正確な流量予測が容易なものでないことを示唆している。Sellin²⁾も同様な現象を報告しているが、彼はその現象が、低水路と高水敷の境界部に生成される鉛直軸を有する平面渦により、低水路側主流方向の比較的大きな運動量が高水敷側に輸送される結果発生するものであることを定性的に明らかにした。これらの現象を考慮して、Wright-Carstens³⁾は、プレストン管により壁面せん断応力を測定し、低水路と高水敷の鉛直分割線に作用すると思われる見掛けのせん断応力を算定した。その結果、この見かけのせん断応力は低水路の平均せん断応力と同程度であり、断面分割法による流量算定の際に、その見かけのせん断応力を低水路内流れに対しては抵抗力として、高水敷内流れに対しては駆動力として扱うことを提案している。この見掛けのせん断応力を含め、壁面せん断応力分布に関しては、Myers-Elsawy¹⁾をはじめ多くの研究者により壁面せん

断応力分布の解明、せん断応力が作用しない分割面を求める試みなどが報告されている^{5),6)}。

一方、複断面開水路における流動挙動は複雑であり、また低水路河岸の浸食、高水敷面の浸食、高水敷面への土砂の堆積など多くの環境災害を誘発するため、その三次元乱流構造解析に関する研究が実験、数値解析の両面から行われている。この種の流れは、コーナ部とエッジ部とが流路断面内に共存し、かつ自由水面を有することより、閉管路には見られない特徴的な乱流構造を示し、興味ある多くの現象を提示している。すなわち自由水面の存在による最大主流方向速度の自由水面下への降下現象 (velocity-dip)、低水路コーナ部、低水路と高水敷との境界に当たるエッジ部からの第二種二次流れ (斜昇流) の生成とその相互作用などを指摘できる。

この複断面開水路を対象とした乱流計測に関して、古くはTownsent⁷⁾による実験が挙げられる。彼は、熱線流速計により主流方向平均速度、および変動速度を、断面方向変動速度に関しては染料を併用し測定を行い、低水路と高水敷の境界部に乱れ強度の大きな領域が存在することを報告している。これに対し、今本・久下⁸⁾は、熱線流速計を用いて平均流速、および変動速度の3方向成分を測定し、低水路と高水敷の境界部近傍における斜昇流のベクトル図を示すと共に、乱流エネルギー等値線のエッジ部からの大きな突き出しを示し、この領域においては、Reynolds 応力値も高く運動量輸送が活発となっていることを示している。またPrinos-Townsent-Tavoularis⁹⁾も同様に熱線流速計を用いて、流路幅が大

きい場合と小さい場合の二種類の複断面開水路を対象に計測を行い、エッジ部近傍において乱流特性量が大きく変化することを報告している。これら熱線流速計を用いた乱流計測に対して Tominaga-Nezu¹⁰⁾ は、レーザ・ドップラ流速計を用いて斜昇流の計測も含め、6成分のレイノルズ応力のうち断面方向変動速度同士のせん断応力値を除く5成分の応力分布について、詳細な測定結果を提示している。彼らは、高水敷と低水路との境界近傍より自由水面に向かう斜昇流と自由水面より誘起される二次流れとが、自由水面上にて衝突し下降流が形成されること、その結果、最大主流方向速度が自由水面下に低下し、加えて低水路河床に沿った壁面せん断応力が、下降流の発生位置にて最大値を取ることなどを報告している。

一方、数値解析に関する解析結果も報告されている。Kawahara-Tamai¹¹⁾ は Launder-Ying¹²⁾ モデルを用いて解析を行い、低水路と高水敷境界からの斜昇流を予測している。Larsson¹³⁾ は、代数応力モデルに壁面の影響を考慮した場合と、そうでない場合とで比較検討を行い、壁面効果を加味することの重要性を示している。以上の解析例をも含め、自由水面を有する流れに対しては、その境界条件について検討が必要となるが、ここに示した何れの計算例の場合も、Naot-Rodi¹⁴⁾ の示した乱流散逸値を自由水面にて与え解析している。Naot-Rodi¹⁴⁾ は、乱流散逸長さが自由水面上の仮想原点から線形に増加すると仮定し、乱流散逸長さを水深の0.07倍と定義した。この値より乱流散逸値を求め自由水面に設定することより、開水路内の第二種二次流れ分布を初めて予測している。しかし、この境界条件を複断面開水路に適用すると、水深がステップ状に変化する位置で、自由水面上の乱流散逸値は不連続値を示すことになり、物理的に不合理なことが指摘されている。この点に関し Naot-Nezu-Nakagawa¹⁵⁾ は、自由水面での乱流散逸の境界条件を Naot-Rodi¹⁴⁾ が示したように水深の関数とすることなく、水深がステップ状に変化しても乱流散逸値が不連続値を取らないよう改良を加え解析している。その際、乱流モデルとしては、Naot-Rodi¹⁴⁾ のモデルにて解析し、主流方向速度、渦度、乱流エネルギー分布を提示しているが、レイノルズ応力分布を含めた実験との詳細な比較は明示されていない。このことは他の解析結果についても同様である。

筆者らは、自由水面に関する境界条件について新たな提案をし、開水路乱流構造の解析結果を実験結果と比較しその有用性を検証した¹⁶⁾。また、乱流モデルも圧力・歪相関項に一部改良を加えたものであり Launder-Ying, Naot-Rodi モデルとは異なる¹⁷⁾。こうした状況を踏まえ、本研究は、複断面開水路内の三次元乱流を対象に、筆者らの示した、レイノルズ応力モデル、自由水

面境界条件を用いた数値予測し、乱流モデル、自由水面の境界条件の妥当性、およびこの種の流れの流動挙動について、実験結果と比較しながら検討を加えることを第一の目的とする。計算対象としては、二次流れも含め各レイノルズ応力までも詳細に測定している Tominaga-Nezu¹⁰⁾ の測定結果を計算対象とする。さらに、複断面開水路を特徴づけ、斜昇流に代表される縦渦の生成機構について、渦度輸送方程式を用いて考察を加えることを第二の目的とする。

2. 記号

- $c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', c_u, \zeta$
: 経験定数
- B : 開水路幅
- D_h : 水力直径
- $f(L/x_w)$: 壁の影響を示す関数
- H : 低水路水深
- k : 乱流エネルギー
- L : 特性距離
- P_k : 乱流エネルギー生成
- Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$
- $\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力
- U_i : i 方向時間平均速度成分
- U_b : 混合平均速度
- U_{imax} : 流路断面最大速度
- U_τ : 摩擦速度
- ε : 乱流散逸
- ν : 粘性係数
- κ : カルマン定数
- π_{ij} : 圧力・歪相関項
- ρ : 密度
- τ_w : 壁面せん断応力
- ϕ : 流れ関数 $= \int U_3 dx_2$
- Ω_1 : 主流方向渦度 $= -\partial U_2 / \partial x_3 + \partial U_3 / \partial x_2$

3. 解析手法

(1) 計算対象実験

数値解析の対象とした Tominaga-Nezu¹⁰⁾ の実験装置の概略図、および座標軸を Fig.1 に示す。図中の逆三角形記号は、自由水面を示す。彼らは高水敷側の水深を変化させた場合、高水敷河床を粗面壁とした場合などの計測結果を提示しているが、本解析においては、計測データが豊富な低水路水深 $H=80$ mm、水路幅 $B=400$ mm で高水敷流路水深、およびその水路幅が $H/2, B/2$ に相当する水路を解析対象とした。図に示すとおり水路の

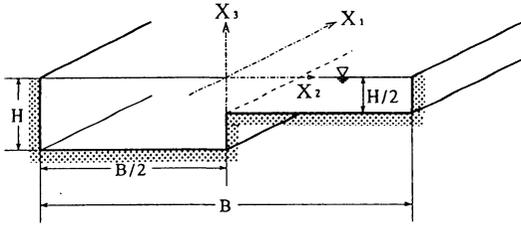


Fig.1 Subject of calculation and coordinate system

左右には、乱流計測の便宜性を図るため側壁が設けられており、厳密な意味で実際の河川流路とは異なっているが複断面開水路内の乱流構造を解析する意味からは十分と思われる。レイノルズ数は、代表速度に混合平均速度 U_b 、代表寸法に水力直径 D_h を用いて $Re = U_b D_h / \nu = 5.45 \times 10^4$ である。また、測定断面位置は、水路入口から 7.5 m 下流に設置されている。この位置は、水力直径 D_h の、ほぼ 64 倍の位置に当たり、完全発達領域に相当しているものと考えられる。測定に関しては、二次元、後方散乱型レーザ・ドップラ流速計を用いて、乱流特性量の測定を行っている。

座標系は、主流方向を X_1 軸、これと直交する向きを断面方向とし、水平方向を X_2 、垂直方向を X_3 軸と定義している。

(2) レイノルズ応力方程式

乱れの非等方性を正確に扱う意味より、本解析においては、レイノルズ応力方程式を解くことを考える。レイノルズ応力方程式の厳密式は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left[\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \frac{p}{\rho} (\delta_{ik} u_j + \delta_{jk} u_i) \right] \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k x_k} \end{aligned} \quad (1)$$

数値計算の上で特に障害となるのが、左辺第 1 項の対流項、ならびに右辺第 2 項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項に対して各項を省略しモデル化を行っている例が多いが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より Rodi¹⁸⁾ 近似を用いてモデル化を行った。この Rodi 近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

レイノルズ応力方程式をモデル化する際、特に問題となるのが圧力・歪相関項のモデル化であるが、この項のモデル化に際しては四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行っている。こうするこ

Table 1 Modeling of the pressure-strain term

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-c_1 \cdot \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right)$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) + \zeta k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right)$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$c_1 = c_1^* + c_1' \cdot f\left(\frac{L}{x_w}\right), c_2 = c_2^* + c_2' \cdot f\left(\frac{L}{x_w}\right),$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' \cdot f\left(\frac{L}{x_w}\right)$

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

$$P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_l}{\partial x_k}$$

Table 2 Constants in the pressure-strain term

c_1^*	c_2^*	ζ^*	c_1'	c_2'	ζ'
1.40	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.10

とより新たな定数が導出され、実験値をより多く考慮することができる。本モデルの導出に関しては、別報に詳述した¹⁷⁾。モデル化された圧力・歪相関項を Table 1 に示す。Naot-Rodi¹⁴⁾ も、レイノルズ応力モデルを用い開水路乱流の解析を行っているが、彼らは、断面方向速度勾配は小さいと見なし、これらの項を無視してモデル構築を行っているが、本モデルはこれらの項も加味しており、彼らのモデルとは異なる。表中 $\pi_{ij,1}$ は純粋な乱れによる影響を、 $\pi_{ij,2}$ は平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$ は壁面による影響を示している。また、 $f(L/x_w)$ は、壁の影響を示す関数で壁面近傍で 1、壁から離れるにつれて零に近づく。 x_w は壁面からの距離を示している。 $f(L/x_w)$ 、および x_w は、以下のように定義される。式 (3) 中の x_n は、各壁面からの垂直距離である。

$$f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{c_w^{3/4} k^{3/2}}{\kappa} \frac{1}{x_w} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x_w} = \frac{\sum (1/x_n)^2}{\sum (1/x_n)} \quad (3)$$

また、モデル定数系については、モデル化された方程式を、単純せん断流れ、壁面近傍流れに適用し、各々の流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出し、加えて各流れの実験結果を基に定数を決定していく。本研究の場合、Rodi 近似を用いていることにより、非局所平衡状態の表現も可能な為、単純せん断流れに対する実験結果としては、Champagne-Harris-Corrsin¹⁹⁾ ($P_k/\epsilon=1.0$)、および Harris-Graham-Corrsin²⁰⁾ ($P_k/\epsilon=1.55$) のデータを基に、壁面近傍の流れに対しては Launder ら²¹⁾ の使用したデータを基に定数決定を行った。得られたモデル定数系を Table 2 に示す。

散逸項は、高レイノルズ数流れ場で、局所等方性を仮

定することにより次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (4)$$

(3) 自由水面の境界条件

自由水面上の境界条件に関し特に問題となるのは、乱流エネルギー、乱流散逸の設定であるが、乱流散逸に関しては、一般に壁関数として使用される次式を用い、壁関数を使用する場合と同様、自由水面から計算第一点目に与えた。式中、 y は計算第一点目までの垂直距離を示している。こうすることにより、水深がステップ状に変化した場合においても自由水面上の乱流散逸値は、不連続値を示すことはない。

$$\varepsilon = \frac{c_{\mu}^{3/4} k^{3/4}}{\kappa y} \quad (5)$$

自由水面を特徴づける現象として、自由水面に垂直な速度変動成分が、壁面の場合と同様に自由水面に近づくにつれ減衰することが指摘できる²²⁾。この速度変動の減衰に関して、本モデルは、Table 1 に示す様に壁面による影響を定数系に考慮していることから、自由水面においても定数系を変えることなく適用するものとした。Gibson-Rodi²³⁾ は、自由水面に垂直方向の速度成分の減衰を、レイノルズ応力モデル中の定数系に導入することを提唱したが、本モデルもこの点を加味しており、その意味で共通している。また、自由水面近傍においては、その垂直方向速度変動値が自由水面に到達する以前に減衰傾向を示し、自由水面下にて非常に小さな値を取ることが指摘できる²²⁾。この減衰現象を計算に加味する意味より、垂直方向速度変動値を自由水面から、計算第一点目まで零とし、この減衰現象を近似することとした。以上の境界条件の検討については、別報¹⁶⁾にて詳述した。

乱流散逸以外のパラメータに関する境界条件は、対称軸上にて使用される一般的な境界条件を自由水面に設定することとした。また、コーナ部の最近傍点に関しては、底壁面、側壁面の両壁面からの乱流生成が乱流散逸に等しいものとして、境界条件を再導出し計算を行っている。

(4) 数値解析

計算領域は、低水路に側壁が存在するため、Fig.1 に示す全領域を対象に計算を行った。レイノルズ数は、実験を踏襲し $Re = 5.45 \times 10^4$ とし、流れは、完全発達流れとして計算を行う。計算格子は、等間隔格子とし水深方向に 22、水路幅方向に 110 の格子を設けた。

数値計算に際し、計算格子はスカラー量は格子中心に、ベクトル量は界面に設置するスタガード格子系を用いた。差分スキームは、速度成分について QUICK (三次精度の風上差分)、乱流特性量 k , ε の対流項については、PLDS (セル Peclet 数のべき乗で表現されるスキーム)

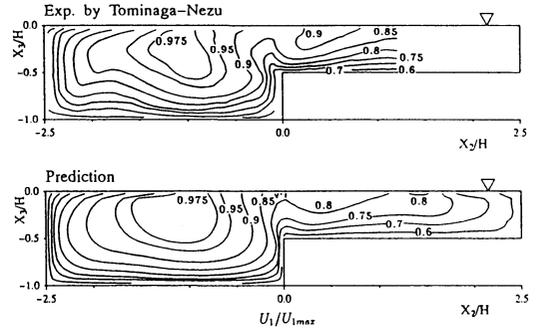


Fig.2 Contours of mean primary velocity

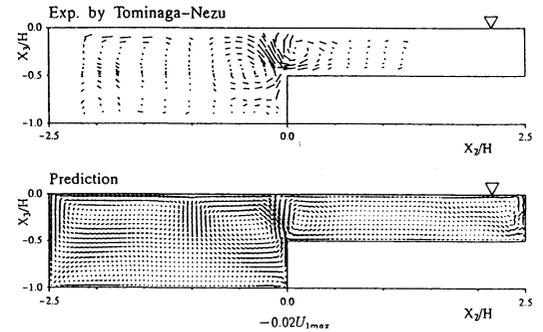


Fig.3 Cellular secondary vector

をおのおの使用した。圧力解法については、連続の式より圧力補正式を導き、連続の式を満足するように、速度および圧力の補正を行う SIMPLE 法を用いて計算を行った。運動方程式中に現れるレイノルズ応力の取扱い方は、計算の安定性を図る意味よりレイノルズ応力を運動方程式中に直接取り込むのではなく、拡散項の一部としてレイノルズ応力を取り込む Pseudo-viscosity を採用した。主流方向の圧力勾配は、放物流の場合と同様に管断面を通過する全質量の保存式に依った。

4. 結果と考察

(1) 平均速度場の比較

Fig.2 は、主流方向速度等値線の実験結果、および本計算結果を比較したものである。各等値線は、主流方向の水路断面最大速度 U_{1max} で無次元化し表示している。実験結果に特徴的な点として、低水路河川において主流方向速度の最大値の自由水面下への降下現象 (velocity-dip) が認められる。また、低水路と高水敷との接合部に当たるエッジ部より等値線が自由水面に向かって舌状に張り出す一方、高水敷側流路の自由水面近傍にて 0.9 の比較的流速の早い領域が存在することがわかる。これらの結果に対し計算結果は、低水路側の最大主流方向速度の降下現象については比較的良好に実験を再現してい

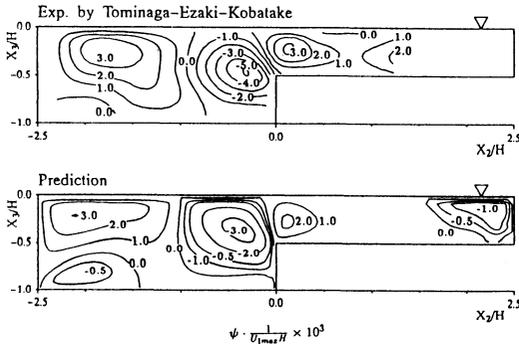


Fig.4 Contours of stream function

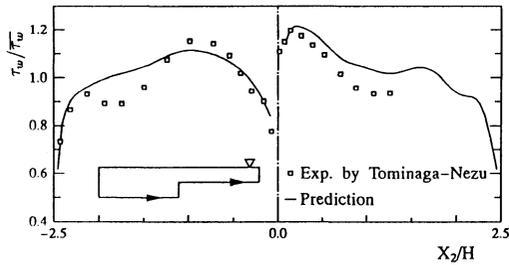


Fig.5 Distributions of wall shear stress

るが、エッジ部からの等値線は、自由水面に向かって張り出すものの、その方向は、自由水面にほぼ垂直な方向であり実験結果と多少異なる。また、高水敷流路における0.9の等値ラインは計算では認められなかった。これらの主流方向等値線の特徴的な現象は、斜昇流、縦渦と相関が強い。次にその二次流れ分布の比較を行う。

Fig.3は、水路断面に形成される縦渦のベクトル図を比較したものである。実験、計算結果とも低水路と高水敷の接合部に当たるエッジ部より自由水面に向かう斜昇流が認められる。また、低水路の自由水面において、水路中心部に向かう自由水面上の二次流れと、エッジ部からの斜昇流の低水路流路に流れ込む分岐流とが衝突し、 $X_2/H = -1.0$ にて下降流が形成されることが両結果より理解できる。計算結果は、この下降流位置を実験結果と大差なく良好に予測している。この下降流が、最大主流方向流速位置の降下現象を誘起しているものと解釈される。一方、エッジ部より誘起された斜昇流のもう一方の流れは、高水敷流路側に流れ、縦渦を形成することが両結果より理解できる。この流れにより比較的高速の流体が、高水敷流路に輸送される結果、この近傍にて主流方向速度等値線を歪ますことになる。Sellin²⁾、Zheleznyakov¹⁾は洪水が高水敷に乗り上げると、低水路の流速が低水路満杯のそれより低下することを報告しているが、これは前述の高水敷側の縦渦によるものと解釈される。ただし、このことは高水敷水深が大きくなっ

た場合において顕著である。

計算結果が実験と異なる点として、斜昇流のエッジ部からの流れ角度が指摘できる。計算は、自由水面に垂直に近い角度にて流れ、低水路側壁からの二次流れが高水敷河床のそれより卓越した結果を呈している。この二次流れにより主流方向等値線は、この方向に沿って歪まされることになる。これは、Fig.2に示す速度等値線より低水路側壁における速度勾配が、高水敷河床のそれと比較して大きく、低水路側壁での乱流生成が活発であることに起因するものと思われる。

また、富永-江崎-小葉竹²⁴⁾は、Tominaga-Nezu¹⁰⁾からの実験結果より流れ関数を算出しているがその結果を計算と比較した結果をFig.4に示す。計算結果は、その最大値を予測するには至らないが、比較的良好に実験値を予測していると思える。その最大値を予測し得ないのは、二次流れ強度が実験のそれより幾分小さいことに起因しているものと考えられる。

Fig.5は、低水路および高水敷河床に沿う壁面せん断応力分布を比較したものである。この壁面せん断応力を導出する際には、実験同様、次の対数速度分布から摩擦速度 U_τ を算出しせん断応力を導出している。式中、 y は計算第一点までの垂直距離である。導出した壁面せん断応力は、当該河床の平均せん断応力 $\bar{\tau}_w$ にて無次元化し表示してある。Fig.5に示す、低水路側の実験結果より、

$$\frac{U_1}{U_\tau} = 5.75 \log\left(\frac{U_\tau y}{\nu}\right) + 5.5 \quad (6)$$

壁面せん断応力は、 $X_2/H = -2.0 \sim -1.5$ 近辺にて減少傾向を示した後、水路中心部に向かって単調増加し、最大値を示した後減少することが理解できる。これらの特徴的な現象の内、先の減少傾向は、低水路河床に沿った二次流れが上昇流に転じることに起因するものと解釈され、また、最大値を示すのは、自由水面からの下降流が低水路河床近傍に、速度の比較的大きな流体を輸送するためと解釈される。従って、最大値を示す位置と下降流が発生する位置とは符合しており、このことは両結果において認められる。計算結果は、壁面せん断応力の減少傾向を良好に予測するには至らなかったが、これは河床に沿う二次流れの上昇流への変化が緩慢なためと思われる。

一方、高水敷河床のせん断応力は、実験結果より $X_2/H = -0.17$ 付近で最大値を取った後、単調減少しているが、計算結果はその最大値、その位置を比較的良好に予測している。エッジ部近傍にて最大値を取るのは、自由水面からの二次流れが、高速の流体を高水敷河床近傍に輸送するためと解釈される。計算結果によれば、せん断応力は最大値を取って単調減少した後、僅かに増加をし、再度減少する傾向を示すが、これらの挙動は高水

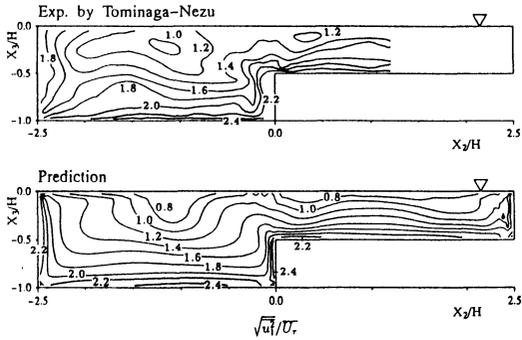


Fig.6 Contours of normal stress $\overline{u_1^2}$

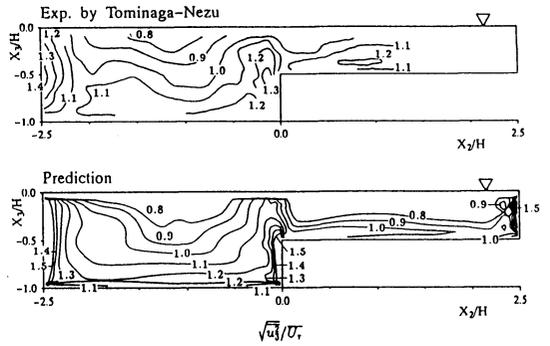


Fig.8 Contours of normal stress $\overline{u_3^2}$

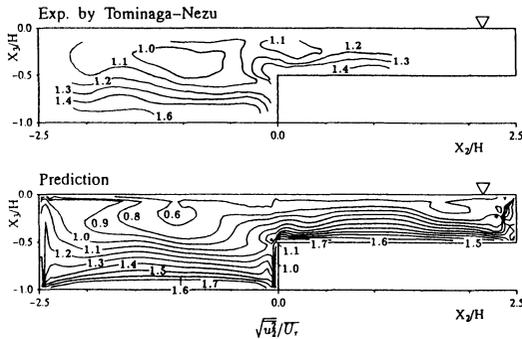


Fig.7 Contours of normal stress $\overline{u_2^2}$

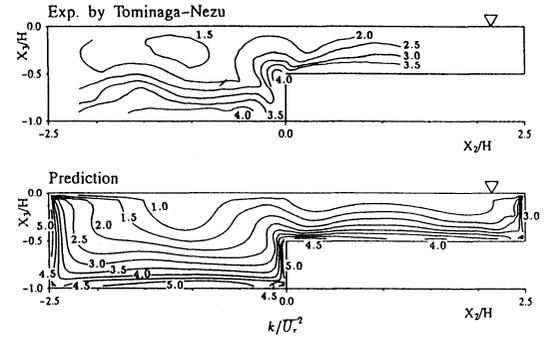


Fig.9 Contours of turbulent energy

敷河床に沿う二次流れ挙動に起因している。

(2) 変動速度場の比較

Fig.6に、主流方向変動速度の等値線図を実験、計算とで比較した結果を示す。各値は、平均摩擦速度 $\overline{U_r}$ にて無次元化してある。実験結果より変動速度値の最小値が自由水面下に認められるが、これは最大主流方向速度の降下現象と対応している。また、高水敷側の自由水面近傍にて値の小さな変動速度が認められるが、一つの要因として高水敷側の縦渦により移流されたものと解釈される。計算結果もこの最小値の降下現象、高水敷側への変動速度の輸送を再現しているが、等値線形状は、実験と異なり自由水面近傍にて水路側壁に延びた分布となっている。このことは、計算において主流方向変動速度は、自由水面に近づくにつれ減衰することを意味している。また、実験において低水路河床に最大値2.4の等値ラインが認められるが、計算も同様な分布を比較的良好に予測している。

Fig.7に、水平方向変動速度の等値線を実験、計算とで比較した結果を示す。実験、計算とも等値線は底壁面に平行な分布形状を示し、低水路、高水敷の河床近傍に高い値が認められる。実験結果において、エッジ部近傍の等値線の張り出しは、斜昇流の方向とは一致せず水平

方向へ延びた分布となっている。計算結果においても等値線の値は異なるものの、この傾向は一致している。

Fig.8に、垂直方向変動速度の等値線を実験、計算とで比較した結果を示す。実験結果より、自由水面を有する流れに特徴的な、垂直方向速度変動の減衰が、自由水面近傍にて認められる。また、その最大値は、低水路の左側壁近傍に存在している。計算結果もこれらの現象を予測する結果となっているが、計算結果は低水路、高水敷のいずれの側壁においても比較的高い値を示す結果となった。これは、垂直方向変動速度の抑制効果がこの領域にて小さいためである。また、エッジ部における等値線は、実験、計算とも垂直方向に延びた分布を示しており、主流方向速度分布とは異なる結果を示している。

Fig.9に、乱流エネルギー等値線の両結果の比較を示す。実験結果より、小さな値を示す乱流エネルギーの等値線が、自由水面下に認められ、これは、先に示した最大速度位置の降下現象と同様、自由表面近傍に形成された二次流れによるものと解釈される。また、エッジ部からの等値線の歪みは、主流方向速度のそれより、広い領域においてその変形を認められることが特徴として挙げられる。計算結果もこれらの傾向を示す結果となっている。計算結果において、その等値線が自由水面近傍にて側壁に向かって延びた分布を示す点が計算の特徴として

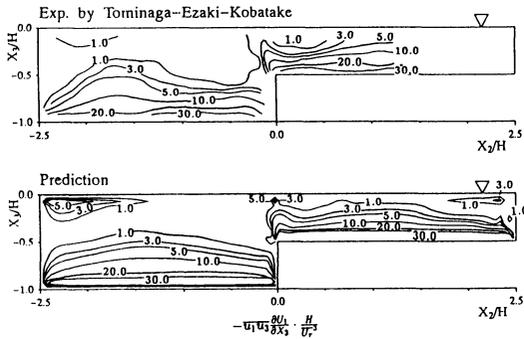


Fig.10 Contours of production term P_1

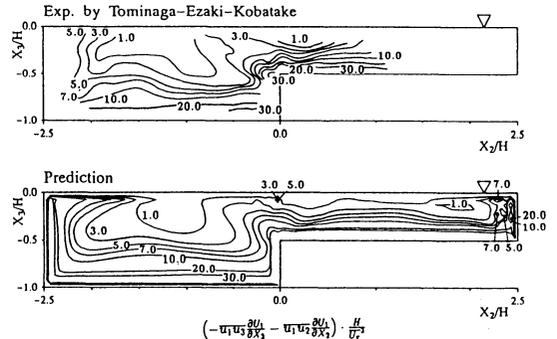


Fig.12 Contours of production term P

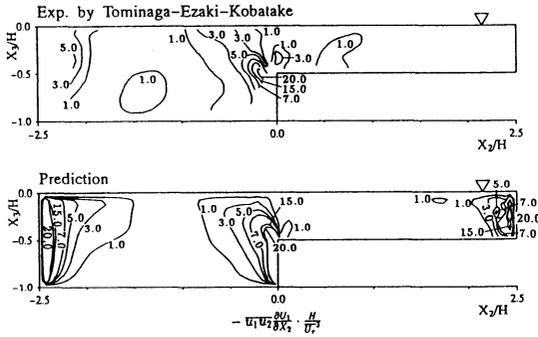


Fig.11 Contours of production term P_2

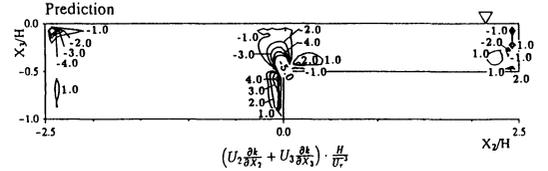


Fig.13 Convection term of turbulent energy

挙げられが、このことは、計算において乱流エネルギーは、自由水面に近づくにつれ減衰することを意味している。福津・中川²⁵⁾は自由水面に特有な現象として、この乱流エネルギーの減衰を指摘しており、計算の自由水面近傍での挙動は、この点と符合している。また、低水路右側壁近傍にて、計算は高い乱流エネルギー値を示しており、この領域における乱流生成が斜昇流形成に大きく影響を及ぼすものと思われる。

富永・江崎・小葉竹²⁴⁾は、斜昇流発生領域における乱流エネルギー等値線の変形が、主流方向速度のそれと大きく異なることの要因が、斜昇流に起因するものではなく、乱流エネルギーの生成項に大きく左右されることを報告している。そこで本乱流モデルによるこの点の再現性について検討を加えた。一般に完全発達領域における乱流エネルギーの生成項 P は以下のように示される。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= -\overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} & P_2 &= -\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \\ P &= P_1 + P_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Fig.10, 11 に、それぞれ生成項 P_1 , P_2 の実験、および計算結果の比較を示す。富永・江崎・小葉竹²⁴⁾は、Tominaga-Nezu¹⁰⁾の実験結果より定量的な評価を行っており、従ってここでの直接比較が可能である。富永らは、 P_1 の等値線は、Fig.7 に示す水平方向変動速度 u_2^*

の等値線に、 P_2 の等値線は、Fig.8 に示す垂直方向変動速度 u_3^* の等値線に類似となることを報告しているが、計算結果もほぼ同様な分布と値を示している。一般に、変動速度 u_2^* , u_3^* の生成項 P_{22} , P_{33} は以下の式に示され

$$\left. \begin{aligned} P_{22} &= -2 \left(\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \right) \\ P_{33} &= -2 \left(\overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_1} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} + \overline{u_3^2} \frac{\partial U_3}{\partial x_3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

るように、断面方向速度勾配にて構成されその値は小さく、式(7)に示される主流方向速度勾配を含むことはないが、計算結果は、実験値を定量的にも定性的にも予測している。これは、Table 1 に示す圧力・歪み相関項を構成する D_{ij} 項を含む ($D_{ij} - 2P_k \delta_{ij}/3$) に依るものと考えられる。すなわち D_{ij} は主流方向速度勾配を含む形で次式のように示され、 $P_k (=P)$ を差し引くことより

$$\left. \begin{aligned} D_{22} &= -2 \left(\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \right) \\ D_{33} &= -2 \left(\overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} + \overline{u_3^2} \frac{\partial U_3}{\partial x_3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

垂直応力 u_2^* の場合は P_1 が、 u_3^* の場合には P_2 が支配的となり、実験値を再現することになるものと思われる。このことは、この種の乱流場を解析するには、この項を乱流モデルに含めることが重要であることを示唆していると同時に、本乱流モデルの妥当性を示しているものと思われる。

Fig.12 は、生成項 P を両結果にて比較したものであり、Fig.13 は、乱流エネルギーの対流項を計算結果より算出した分布を示す。計算結果は、比較的良好に実験

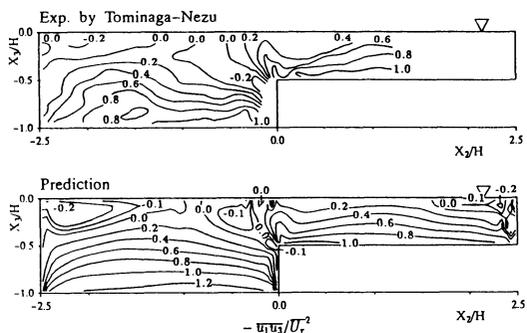


Fig.14 Contours of shear stress $\overline{u_1 u_3}$

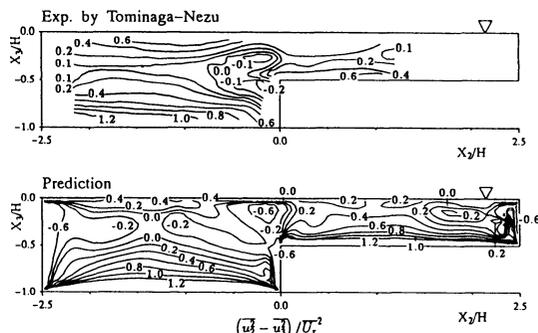


Fig.16 Contours of $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$

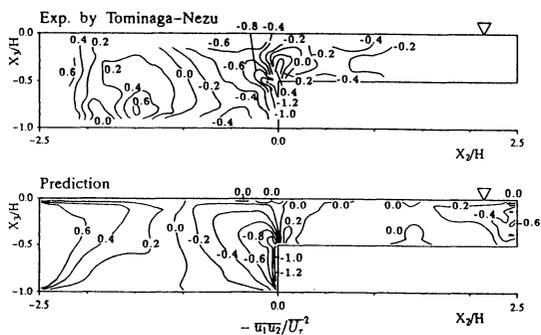


Fig.15 Contours of shear stress $\overline{u_1 u_2}$

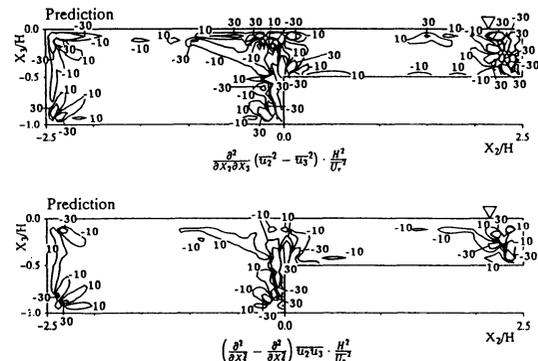


Fig.17 Production terms in vorticity equation

結果を予測している。またその分布は、乱流エネルギーの等値線分布と類似し、かつ計算より算出した対流項は、生成項の値より1オーダー程度小さい。これらの結果より、計算結果においても、乱流エネルギーの等値線歪みは、斜昇流による移流効果より、乱流エネルギーの生成項、すなわち主流方向速度等値線により支配されることが理解され富田らの結果と一致している。

Fig.14は、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ を実験、計算とで比較した結果である。実験結果より、零ラインを挟んで異符号領域が低水路にて認められる。この発生は、せん断応力が渦動粘性係数と速度勾配との積として表現されるものとする、速度勾配 $\partial U_1 / \partial X_3$ の符号に支配されることに起因しているものと解釈される。低水路側壁、高水数側壁の自由水面近傍では、二次流れにより主流方向速度等値線が大きく歪みされる結果、 $\partial U_1 / \partial X_3$ の符号が、水面近傍にて逆転し異符号領域を形成することになる。計算結果もこの異符号領域、零ラインの位置を比較的良好に予測している。

Fig.15は、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ を実験、計算とで比較した結果である。このせん断応力は、 X_2 方向への運動量輸送に伴う応力と考えられ、従って、その等値線は水路側壁にて大きな値を持ち、水路中心部に向かい単調減少し、その等値線は側壁にほぼ平行な形状を示す。計算結

果を実験と比較すると低水路中央部、エッジ部近傍に実験同様、零ラインを予測しており比較的その傾向を予測していることが理解できる。また、計算は低水路右側側壁において、高い値を示しており実験結果とは異なる。しかし、このことは、Fig.2に示す主流方向等値線図より明らかのように、この領域における速度勾配が大きいことによるものであり不合理な結果ではない。

(3) 縦渦生成機構

縦渦の生成機構については、種々の説明がなされているが、ここでは渦度輸送方程式を用いて、その項について検討を加える。主流方向の渦度 Ω_1 に対する渦度輸送方程式は次式のように示される。完全発達乱流の場合、

$$\begin{aligned} \frac{D\Omega_1}{Dt} = & \nu \nabla^2 \Omega_1 + (\Omega \cdot \nabla) U_1 \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_3} - \frac{\partial \overline{u_1 u_3}}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} (\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}) \\ & + \left(\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \overline{u_2 u_3} \end{aligned} \quad (10)$$

縦渦の生成項は右辺第4、5項となる。

各項を検討する前に、第4項に含まれる断面方向速度変動の差を比較した結果をFig.16に示す。図に示す実験結果において、エッジ部近傍に零ラインが認められる

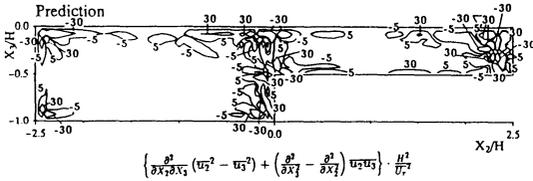


Fig.18 Total production term in vorticity equation

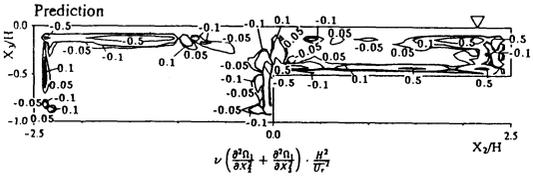


Fig.19 Viscous term in vorticity equation

のに対して、計算結果においては、低水路を横断する形で負の領域が生成されており、垂直方向変動速度が水平方向変動速度より卓越する領域が大きいことを示している。低水路左側壁面近傍においては、 $\overline{u_2^2}$ がこの側壁によりその乱れを抑制されるため $\overline{u_3^2}$ が優り、負の領域を形成することになる。

Fig.17は、上式の第4項、および第5項の生成項を計算した結果を示している。第4項の変動速度の差による生成項はコーナ部、エッジ部、水面側のコーナ部、ならびに斜昇流が自由水面と交差する領域において高い値を示している。一方、第5項のせん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ による生成項はコーナ部、エッジ部、および自由水面コーナ部に絶対値の大きな値が存在し、自由水面近傍には絶対値の大きな値は存在しない。以上の計算結果より、以下のような点を指摘できる。すなわち、上式右辺第4項と第5項とは、コーナ部、エッジ部、および水面側コーナ部において同程度の値を持ち、いずれの項も縦渦発生には重要な役割を持つ。また、それらの二つの項はコーナ部、エッジ部近傍においては互いに異符号の相似形な分布を取る。しかし、水面側のコーナ部においては、二つの生成項は互いに異符号で相似形な分布を取ることはない。

Fig.18は、それら二つの生成項を加算した計算結果を示したものである。絶対値の大きな値がコーナ部、エッジ部、水面側のコーナ部、および低水路と高水敷境界部の自由水面近傍に存在することが理解できる。しかも、その値の占める領域は、自由水面側においても大きな領域を示している。このように自由水面側にて大きな値と領域を示すのは以下のように考えられる。河床コーナ部、エッジ部においては、生成項の第4項、第5項は互いに異符号で同程度の値を有するため、それらを加算した結果は互いに相殺し小さな値を取るようになる。しかし、自由水面側においては、第4項と第5項とは相似な分布を

示すことはなく加算しても互いに相殺することはない。特に、変動速度の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ の生成項は図より明らかのように、自由水面に沿って比較的大きな値が延びておりこの値は、第5項の生成項を加算しても相殺されることはない。このことは、自由水面近傍における縦渦生成に関する二つの生成項のうち、大きく寄与するのは $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ を含む生成項であることを示唆しているものと思われる。従って、境界部の低水路側、高水敷側に生成される縦渦は、エッジ部からの斜昇流に依ってのみ形成されるのではなく、自由水面の存在による非等方性乱流に誘起された二次流れが付与されて、縦渦を形成するものと解釈される。

Fig.19は、渦度輸送方程式の粘性項を計算した結果を示している。計算結果は、主流方向渦度等値線が密に分布し変化の急な領域を形成するであろうと思われる、河床コーナ部、エッジ部、自由水面側コーナ部、および自由水面に沿って絶対値の大きな粘性項が存在する。また、低水路河床より、高水敷河床にて比較的大きな値を取ることが特徴的である。しかし、粘性項は生成項と比較して1オーダー程度小さく、本モデルにおいて縦渦生成への寄与は小さい。

5. 結 論

完全発達領域における、自由水面を有する複断面開水路内乱流を対象に、著者らの示した、自由水面の境界条件¹⁶⁾、乱流モデル¹⁷⁾を用い、平均速度場、各レイノルズ応力、および壁面せん断応力値等の数値予測を行い、その結果を Tominaga-Nezu¹⁰⁾の実験結果と比較検討した。さらに主流方向渦度輸送方程式の各項を検討することにより、縦渦生成に関し考察を加え以下の結論を得た。

- (1) 本解析手法は、この種の流れを特徴づける低水路と、高水敷境界部からの斜昇流を予測することができた。しかし、その斜昇流は、自由水面にはほぼ垂直に近い角度をもって誘起され実験と異なる。これは、計算では低水路側壁における乱流生成が、高水敷河床におけるそれより卓越しているためである。
- (2) 低水路側に認められる自由水面に特徴的な現象である、最大主流方向速度の降下現象を予測できた。
- (3) 壁面せん断応力値は、低水路河床では自由水面からの下降流発生位置で最大値をとり、高水敷では低水路に向かって増加することがその特徴として指摘されているが計算においてもこれらの現象を比較的良好に予測した。
- (4) 自由水面に垂直な応力 $\overline{u_3^2}$ 、および乱流エネルギーの自由水面近傍における減衰現象を予測できた。
- (5) 斜昇流発生領域での乱流エネルギー等値線の歪みは、斜昇流の移流効果より、乱流エネルギーの生成項、

すなわち主流方向速度等値線の歪みにより支配される。

(6) 渦度輸送方程式中の二つの生成項は同程度の値を持ち、互いに異符号で相似な分布を示すが、自由水面近傍においては、二つの生成項は相似な分布を示さず、加算しても互いに相殺されることはない。特に $(\overline{u_2^2 - u_3^2})$ を含む生成項は自由水面近傍にて大きな値を示し支配的である。

(7) 本解析に用いた乱流モデル、自由水面での境界条件の有用性を確認した。

参考文献

- 1) Zheleznyakov, G.V. : Interaction of channel and flood plain, *14th congress of the IAHR*, Vol.5, pp.144-148, 1971.
- 2) Sellin, H.J. : A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain, *La Houille Blanche*, No.7, pp.793-801, 1964.
- 3) Wright, R.R. and Carstens, M.R. : Linear-momentum flux to overbank sections, *J. Hydraulics Div.*, ASCE, Vol.96, No.HY9, pp.1781-1793, 1970.
- 4) Myers, W.R.C. and Elsayy, E.M. : Boundary shear in channel with flood plain, *J. Hydraulics Div.*, ASCE, Vol.101, No.HY7, pp.933-946, 1975.
- 5) Knight, D.W. and Demetriou, J.D. : Flood plain and main channel flow interaction, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.109, No.8., pp.1073-1092, 1983.
- 6) Knight, D.W. and Hamed, M.E. : Boundary shear in symmetrical compound channels, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.110, No.10, pp.1412-1430, 1984.
- 7) Townsend, D.R. : An investigation of turbulence characteristics in a river model of complex cross section, *Proc. Institution of Civil Engineers*, Vol.40, pp.155-175, 1968.
- 8) 今本博健, 久下俊夫: 複断面流れの水理特性に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, 第17号B, pp.1-15, 1974.
- 9) Prinos, P., Townsend, R. and Tavoularis, S. : Structure of turbulence in compound channel flows, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.111, No.9, pp.1246-1261, 1985.
- 10) Tominaga, A. and Nezu, I. : Turbulent structure in compound open-channel flows, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.117, No.1, pp.21-41, 1991.
- 11) Kawahara, Y. and Tamai, N. : Numerical calculation of turbulent flows in compound channels with an algebraic stress turbulence model, *Proc. 3rd Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, pp.527-536, 1988.
- 12) Launder, B.E. and Ying, W.H. : Prediction of flow and heat transfer in ducts of square cross-section, *Heat and Fluid Flow*, Vol.3, No.2, pp.115-121, 1973.
- 13) Larsson, R. : Numerical simulation of flow in compound channels, *Proc. 3rd Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, pp.537-544, 1988.
- 14) Naot, D. and Rodi, W. : Calculation of secondary currents in channel flow, *J. Hydraulics Div.*, ASCE, Vol.108, No.HY8., pp.948-968, 1982.
- 15) Naot, D., Nezu, I. and Nakagawa, H. : Free surface renewal and the modelling turbulent structure in compound open-channel flows, *9th Symp. on Turbulent Shear Flows*, pp.26.3.1-26.3.6, 1993.
- 16) 杉山 均, 秋山光庸, 松原珠, 松本将師: 自由水面を有する開水路内の乱流構造解析, 日本機械学会論文集 (B編), 60巻577号, pp.3000-3007, 1994.
- 17) 杉山 均, 秋山光庸, 山中和典, 平田 賢: 縦筋を伴う三次元河川流路の乱流構造解析, 土木学会論文集, 479, /II-25, pp.81-90, 1993.
- 18) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *Z. Angew. Math. Mech.* 56, pp.T219-T221, 1976.
- 19) Champagne, F.H., Harris, V.G. and Corrsin, S. : Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.41, pp.81-139, 1970.
- 20) Harris, V.G., Graham, A.H. and Corrsin, S. : Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.81, pp.657-687, 1977.
- 21) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W. : Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 22) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H. : Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, *Proc. of Japan Soci. Civil Engrs.*, 241, pp.155-168, 1975.
- 23) Gibson, M.M. and Rodi, W. : Simulation of free surface effects on turbulence with a Reynolds stress model, *J. of Hydraulic Research*, Vol.27, pp.233-244, 1989.
- 24) 富永晃宏, 江崎一博, 小葉竹重機: 複断面開水路の三次元乱流構造, 土木学会論文集, 417/II-13, pp.129-138, 1990.
- 25) 瀬津家久, 中川博次: 一様開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, 387/II-8, pp.125-134, 1987.

(1994.7.7 受付)

NUMERICAL SIMULATION OF COMPOUND OPEN CHANNEL FLOW ON TURBULENCE WITH A REYNOLDS STRESS MODEL

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Tamaki MATSUBARA

Numerical simulation has been carried out for the fully developed turbulent flow of compound open channel by using Reynolds stress model. Since special attention is also paid for the boundary condition of free surface, modified boundary condition is adopted in this calculation. Moreover, the generation mechanism of cellular secondary currents is examined by calculating production terms in vorticity equation. Calculated results are compared with the experimental data available. The most characteristic feature is that the secondary currents proceed from the junction between the main channel and flood plain to the free surface. The present method can predict well not only this phenomenon but also the distributions of Reynolds stresses. Regarding to the generation of cellular secondary currents, calculated results suggest that the production term involving normal stresses plays an important role in generation of secondary currents along the free surface.