

# 傾斜側壁を有する複断面開水路内の 乱流構造解析

杉山 均<sup>1</sup>・秋山光庸<sup>2</sup>・亀澤正之<sup>3</sup>・野口大介<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町2753)

<sup>2</sup> Ph. D. 宇都宮大学教授 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町2753)

<sup>3</sup> 宇都宮大学大学院 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町2753)

高水敷と低水路より構成される複断面開水路内の乱流構造を代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用い解析を行った。低水路側壁は傾斜側壁を有しこの領域で水深が変化することよりその乱流構造に少なからぬ影響を及ぼす。解析結果を実験と比較し本解析手法の有用性を検討するとともに、助走水路を含めた三次元開水路として計算を行い縦渦の発達挙動についても検討を加えた。その結果、本解析手法は平均速度場、レイノルズ応力場とも比較的良好に予測するとともに、こうした傾斜側壁を有する複断面開水路では縦渦同士が互いに干渉し合いながら変化し安定した縦渦に推移していく流動挙動を定量的に明らかにした。

**Key Words :** numerical analysis, compound open-channel, secondary flow, Reynolds stress model, boundary-fitted coordinate system

## 1. 緒言

河川流路は治水のため堤防が築かれる結果、低水路と呼ばれる本来の河川流路と、高水敷と呼ばれる洪水時に氾濫原となる河道から構成される。通常、低水路にて流れは形成され、こうした流れは単断面開水路流れと定義される。一方、洪水時には高水敷まで流れが形成されることになるが、この種の流れは先の単断面開水路流れとは区別して複断面開水路流れと呼ばれる。複断面開水路流れの場合、低水路流れと高水敷流れとが共存し、その境界部近傍においては大きな速度差が生じ激しい運動量交換が行われる。こうした激しい運動量交換は複断面開水路流れを特徴づける現象と解釈され、流れの抵抗増加や高水敷への土砂の堆積現象を引き起こす。

この種の複断面開水路を対象とした乱流計測に関し、古くはTownsend<sup>1)</sup>による実験が挙げられる。彼は熱膜流速計より主流方向平均速度、および変動速度を断面方向変動速度に関しては染料を併用し測定し、低水路と高水敷の境界部に乱れ強度の大きな領域が存在することを明らかにした。Sellin<sup>2)</sup>は低水路と高水敷の境界部に生成される平面渦により、低

水路側主流方向の比較的大きな運動量が高水敷側に輸送される結果、この種の複断面開水路内の流量予測が容易でないことを定量的に明らかにした。これに対し、今本-久下<sup>3)</sup>は、熱膜流速計を用いて平均流速、および変動速度の3方向成分を測定し、低水路と高水敷の境界部近傍における斜昇流のベクトル図を示すと伴に、乱流エネルギー等値線のエッジ部からの大きな突き出しを示し、この領域においては、レイノルズ応力値も高く運動量輸送が活発となっていることを示している。さらに石垣-今本<sup>4)</sup>は可視化手法を用い境界部の流れを直接的に解析している。またPrinos-Townsend-Tavoularis<sup>5)</sup>は熱膜流速計を用い流路幅が大きい場合と小さい場合の二種類の複断面開水路を対象に計測を行い、エッジ部近傍において乱流特性量が大きく変化することを報告している。これら熱膜流速計を用いた計測に対しTominaga-Nezu<sup>6)</sup>は、レーザ・ドップラー流速計を用いて斜昇流の計測も含め、6成分のレイノルズ応力のうち5成分の応力について詳細な測定結果を提示している。彼らは、斜昇流と自由水面より誘起される縦渦とが衝突し下降流を形成すること、低水路河床に沿った壁面せん断応力が下降流の発生位置にて最大値を取ることなど複断面開水路に特徴的な現象を報告して

いる。Tominagaら<sup>6)</sup>の対象とした複断面開水路断面形状は、境界部の低水路側壁が河床に対し直角の垂直壁を有する形状であるのに対してNezu-Naot<sup>7)</sup>は、その低水路側壁が河床に対し傾きを有する断面形状を対象に乱流計測を報告している。実際の複断面開水路は傾斜側壁を有する場合が主であり、水深変化を伴う傾斜側壁は、その乱流構造に少なからぬ影響を及ぼすことより研究の上からも興味ある問題を提示している。彼らもレーザ・ドップラー流速計を用い、斜昇流を含むレイノルズ応力分布を示している。特に側壁傾斜角が45°の乱流場に対しては、せん断応力値を含む4成分の応力について詳細な測定結果を提示している。

一方、複断面開水路に関する数値解析結果も報告されている。Kawahara-Tamai<sup>8)</sup>はLaunder-Ying<sup>9)</sup>モデルを用い低水路と高水敷境界からの斜昇流を予測している。Larsson<sup>10)</sup>も同様に、Launder-Yingモデルを用い、代数応力モデルとして解析を行なっている。彼は乱流モデルに壁面の影響を考慮した場合と、そうでない場合とで比較検討を行い壁面効果を加味することの重要性を示している。今本-石垣-塩野<sup>11)</sup>はLaunder-Ying<sup>9)</sup>、Naot-Rodi<sup>12)</sup>、Yoshizawa<sup>13)</sup>の非線形レイノルズ応力表示を導入したSpeziale<sup>14)</sup>の非等方性二方程式モデルの三種のモデルを用い複断面開水路乱流を対象にそのモデル評価を行っている。Pezzinga<sup>15)</sup>もSpeziale<sup>14)</sup>の非等方性二方程式乱流モデルを用い斜昇流を予測している。最近ではNaot-Nezu-Nakagawa<sup>16)</sup>よりNaot-Rodi<sup>12)</sup>モデルを用いた解析結果が報告されている。筆者ら<sup>17)</sup>もTominaga-Nezu<sup>6)</sup>の実験結果を対象に代数応力モデルを用いて解析し斜昇流、応力場とも比較的良好に予測することを示した。

以上の数値解析例は低水路側壁が垂直壁を有する断面形状なのに対して、傾斜側壁を有する複断面開水路流れを対象とした解析例は少なくNezu-Naot<sup>7)</sup>による計算結果が示されているにすぎない。しかし彼らの解析結果はレイノルズ応力成分の垂直応力、せん断応力分布の比較は成されておらず、また完全発達流れ場を対象としており、助走区間流れにおける縦渦の発達挙動に関しては何ら言及されていない。

こうした状況を踏まえ本研究は、低水路側壁が傾斜壁を有する複断面開水路内の三次元乱流を対象に、筆者らの示した代数レイノルズ応力モデル、および自由水面境界条件を用い数値予測することを第一の目的とする。計算に際してはNezu-Naot<sup>7)</sup>の実験を対象とし、特に詳細な測定結果を提示している側壁傾斜角が45°の場合を解析対象とする。解析結果は実験と比較し乱流モデル、自由水面の境界条件の妥

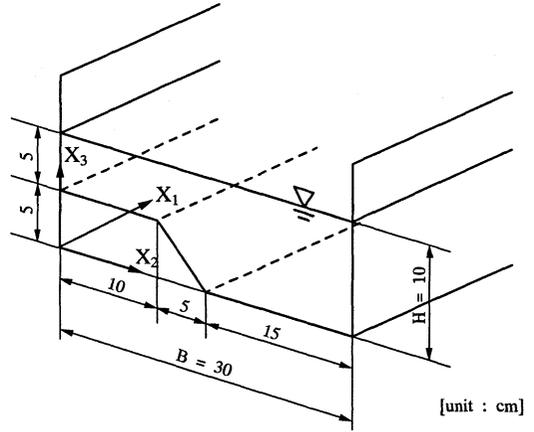


図-1 計算対象空間および座標系

当性、およびこの種の流れの流動挙動について検討を加える。さらに、三次元乱流場として解析を行い複断面開水路を特徴づけ、斜昇流に代表される縦渦の発達挙動について考察を加えることを第二の目的とする。

## 2. 記号

B	: 複断面開水路河床幅
$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', c_\mu, \zeta$	: 経験定数
$f(L/x_w)$	: 壁の影響を示す関数
H	: 低水路水深
k	: 乱流エネルギー
L	: 特性距離
$P_k$	: 乱流エネルギー生成
R	: 径深
$Re$	: レイノルズ数 = $4R U_b / \nu$
$u_i u_j$	: レイノルズ応力
$U_i$	: $i$ 方向時間平均速度成分
$U_b$	: 断面内主流方向平均速度
$U_{1max}$	: 流路断面内最大主流方向速度
$U_*$	: 摩擦速度
$V_s$	: 縦渦強度 = $\sqrt{U_2^2 + U_3^2}$
$X_i$	: $i$ 方向座標軸
$\varepsilon$	: 乱流散逸
$\nu$	: 粘性係数
$\kappa$	: カルマン定数
$\pi_{ij}$	: 圧力・歪相関項
$\rho$	: 密度

3. 解析手法

(1) 計算対象実験

本解析においては、Nezu-Naot<sup>7)</sup>の実験を計算対象とした。その実験装置の概略図および計算座標系を図-1に示す。実験においては、図に示す通り低水路側壁は河床に対して45°の傾斜角を有し、低水路水深は10cm、高水敷水深はその半分、河川幅は30cmで水路全長は8mである。低水路の河床幅は、高水敷のその1.5倍の長さを有する。測定に際してはレーザー・ドップラー流速計を用い時間平均速度場、レイノルズ応力分布を流路入口から5m下流の位置で行っている。この位置は、径深Rの4倍にて除した値で24.77の位置に相当する。レイノルズ数は代表速度に断面内主流方向平均速度、代表寸法に径深Rを取った値で $Re=5.7 \times 10^3$ である。

座標系に関しては主流方向を $X_1$ 、断面方向速度を $X_2$ 、 $X_3$ とし原点は図のように高水敷側のコーナ部に設けた。また各時間平均速度、応力成分の方向も添字の数字にて示した。

(2) レイノルズ応力輸送方程式

乱れの非等方性をより正確に扱う意味より、本解析ではレイノルズ応力輸送方程式を解くことを考える。レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式で示される。数値計算の上で特に障害となるのが、左辺

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} &= -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k}) \\ &- \frac{\partial}{\partial X_k} [(\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j))] \\ &+ \frac{p}{\rho} (\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i}) - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (1)$$

第1項の対流項、ならびに右辺第2項の拡散項である。従来の代数応力モデルでは、これらの項に対し、各項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮するためにRodi<sup>18)</sup>近似を用いてモデル化を行った。このRodi近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、微分方程式にて示された近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

レイノルズ応力輸送方程式をモデル化する際に問題となる圧力・歪み相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行っている。この操作より新たなモデ

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$ $-\frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w})$ $C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$
	$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$ $D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$ $P_k = -\overline{u_k u_i} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$ $f(\frac{L}{X_w}) = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon X_w}$

表-2 圧力・歪み相関項の定数系

$C_1^*$	$C_2^*$	$\zeta^*$	$C_1'$	$C_2'$	$\zeta'$
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

ル定数が導出され実験値をより多く取り込むことが可能となる点に特徴を有する。モデル化された圧力・歪み相関項を表-1に示す。これらのモデルの導出については、別報<sup>19)</sup>にて詳述した。表中  $\pi_{ij,1}$  は純粋な乱れによる影響を  $\pi_{ij,2}$  は、平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$  は壁面による影響を示している。また  $f(L/X_w)$  は、壁の影響を示す関数で1の値を取り、壁から離れるにつれて零に近づく。 $X_w$  は壁面からの距離を示している。 $f(L/X_w)$ 、および  $X_w$  は以下のように定義される。 $X_n$  は各壁面からの垂直距離を示している。

$$f(\frac{L}{X_w}) = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa} \frac{1}{X_w} \quad (2)$$

$$\frac{1}{X_w} = \frac{\Sigma(1/X_n)^2}{\Sigma(1/X_n)_i} \quad (3)$$

また、モデル定数系についてはChampagne-Harris-Corrsin<sup>20)</sup> ( $P_k/\epsilon=1.0$ )、および Harris-Graham-Corrsin<sup>21)</sup> ( $P_k/\epsilon=1.55$ )のデータ、壁面近傍流れに対してはLaunderら<sup>22)</sup>の使用したデータを基に定数決定を行なった。得られたモデル定数系を表-2に示す。

散逸項は、高レイノルズ数流れ場で、局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される。

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad (4)$$

(3) 自由水面の境界条件

自由水面での乱流散逸に関しては、一般に壁関数として使用される次式を用いて計算を行うこととした。ただし、次式に示す乱流散逸値は、壁関数を使用する場合と同様、自由水面から計算第一点目にて与えた。式中、 $y$ は計算第一点目までの垂直距離を示

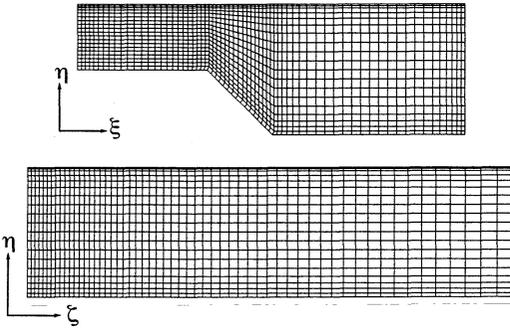


図-2 計算格子

している。

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (5)$$

自由水面近傍においては、その垂直方向速度変動値が自由水面に到達する以前に減衰傾向を示し、自由水面下にて非常に小さな値を取ることが指摘できる<sup>2,3)</sup>。この減衰現象を計算に加味する意味より、垂直方向速度変動値を自由水面から、計算第一点目まで零とし、この減衰現象を近似することとした。また、垂直方向速度変動を含むせん断応力値も零とし、それ以外の速度変動値、せん断応力値には対称条件を課した。境界条件の導出の詳細は別報<sup>2,4)</sup>にて報告した。

#### (4) 境界適合座標

本解析のように、複雑形状流れに対しは、その境界条件の設定が計算を行う上での大きな障害となる。そこで、境界条件の設定が容易なよう座標変換し変換座標上にて計算を実行する境界適合座標系を導入し、レイノルズ応力輸送方程式を含む各支配方程式に対して座標変換を行った。境界適合座標系による手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (6)$$

上式中で、 $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$ は、変換された計算平面での座標軸を示す。上式を用いた各方程式の変換方法、変換により導出された輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した<sup>1,9)</sup>。

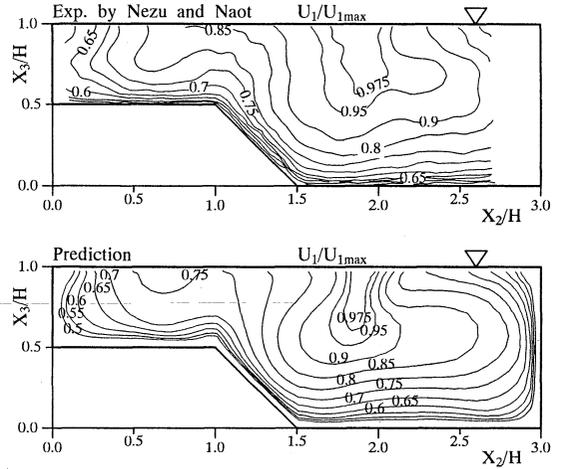


図-3 主流方向速度の等値線比較

#### (5) 数値解析

解析対象とした断面形状は対称面を含まないため、図-1に示す全断面を解析対象とする。また縦渦の発達挙動に関し考察を加える意味より、計算は助走区間を含めた三次元開水路にて行うこととした。その際、開水路全長は実験とほぼ同じ長さに相当する4Rの39.7倍の長さを設けた。計算格子は現象変化の急な領域に密に配置するものとし、計算格子数は $\xi \times \eta \times \zeta = 68 \times 20 \times 58$ とした。計算格子の配置を図-2に示す。 $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$ は格子に沿った座標を示しており $\xi$ は $X_3$ 軸方向に相当する。図-2に示す計算格子の下の図は低水路側壁から見た格子配置を示している。この時のレイノルズ数は実験同様 $Re = 5.7 \times 10^3$ とした。

本解析にて使用した非等方性乱流モデルは、高レイノルズ数型乱流モデルであることより乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。入り口条件は実験においても不明であるため $k = U_b^2 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2} / 4R$ と小さな値を設定し解析を行った。 $U_b$ は断面内主流方向平均速度を示す。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。支配方程式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は、Regular Grid法による。支配方程式の対流項差分近似はQUICK(三次精度の風上差分)を使用した。また、各支配方程式は、主流方向の拡散項を省略することなく楕円型方程式として厳密に扱い解析を行っている。

#### 4. 結果と考察

Nezu-Naoto<sup>7)</sup>の実験結果との比較を行う際には、彼らの測定位置、すなわち $X_1/4R = 24.77$ 断面にお

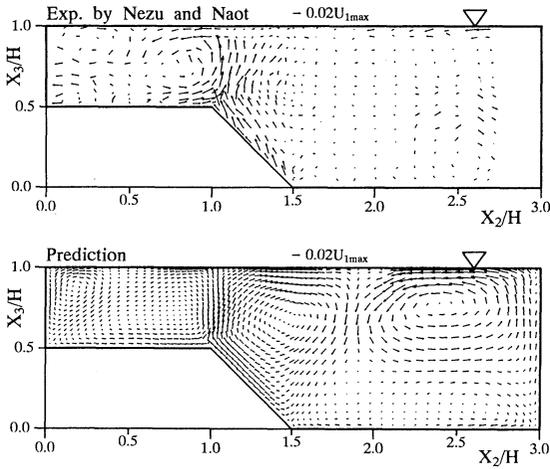


図-4 縦渦ベクトルの比較

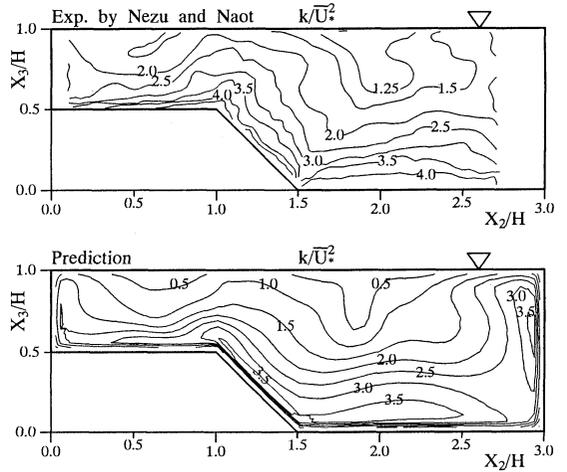


図-7 乱流エネルギーの等値線比較

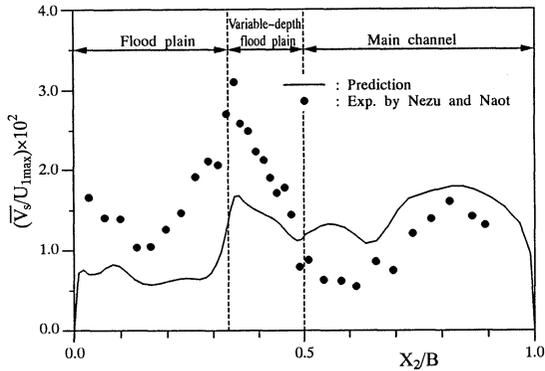


図-5 平均縦渦強度の比較

結果を比較したものである。各等値線は、主流方向の流路断面最大速度 $U_{1max}$ で無次元化している。実験結果より特徴的な点として、高水敷河床と傾斜壁が交差する $X_2/H=1.0$ 近傍の等値線は自由水面に向かって大きく張り出した分布になっていること、逆に最大値を示す $0.975$ の等値線が自由水面から河川中央部に向かって張り出していること、さらに $0.9$ 、 $0.95$ の等値線に注目すると、その等値線は高水敷流路側より反対の低水路側壁に向かって伸びている傾向にあることを指摘できる。こうした特徴的な現象を計算も同様に再現しており、比較的良好に実験値を再現しているものと解釈される。

こうした主流方向速度等値線の歪みは、断面内に生成される縦渦と強い相関を持つ。図-4は、この縦渦を両結果にて比較したものである。この縦渦は、圧力勾配により誘起される二次流れとはその発生要因を異にし、乱れの非等方性により誘起されるもので圧力勾配により誘起される二次流れと区別して第二種二次流れとも呼ばれている。実験、計算とも傾斜側壁の $X_2/H=1.0$ 近傍にて斜昇流が認められる。また低水路、高水敷側壁の自由水面近傍では、側壁から河川中央部へ向かう流れが形成されることも、両結果より理解できる。両側壁から生成された流れは、自由水面にて分岐した斜昇流と衝突して下降流を形成することが、 $X_2/H=0.7$ 、 $1.9$ 近傍の計算、実験結果より理解できる。以上のように断面全体に渡る縦渦分布を比較的良好に再現することは乱流モデル、自由水面境界条件の妥当性を示すものと解釈される。

図-5は $X_3$ 軸に沿う縦渦強度 $V_s$ を深さ領域で平均化した値 $\overline{V_s}$ を両結果にて比較したものである。実

る計算結果と比較した。以下に示す実験結果との比較図はこの位置における結果である。

#### (1) 平均速度場の比較

図-3は主流方向速度等値線に関し実験結果、計算

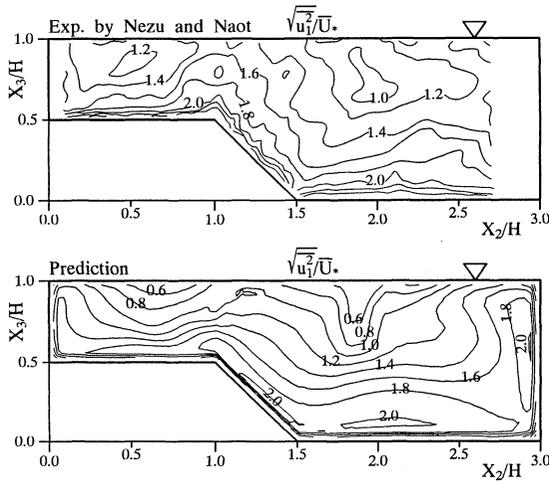


図-8 主流方向の速度変動値比較

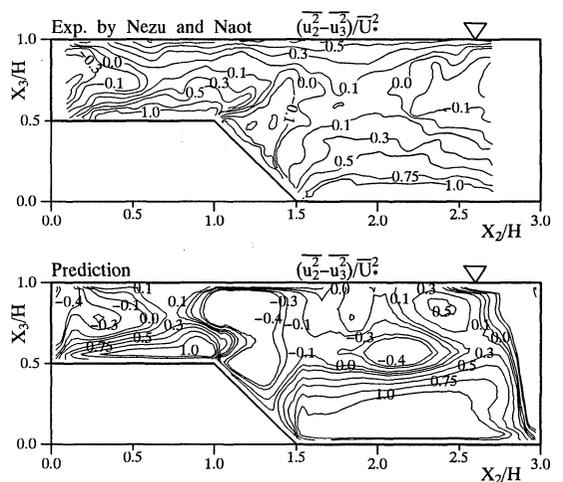


図-11 断面内速度変動値の差の比較

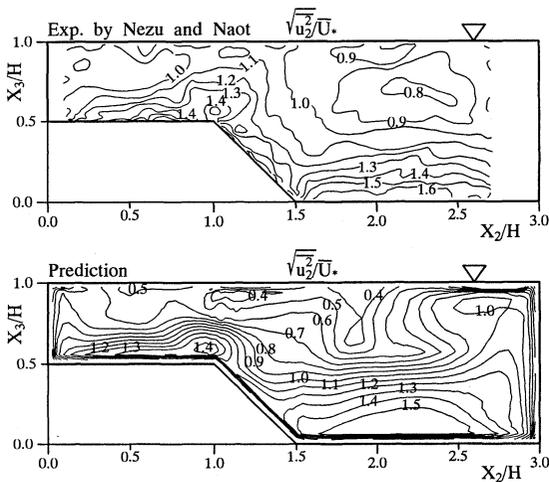


図-9 水平方向の速度変動値比較

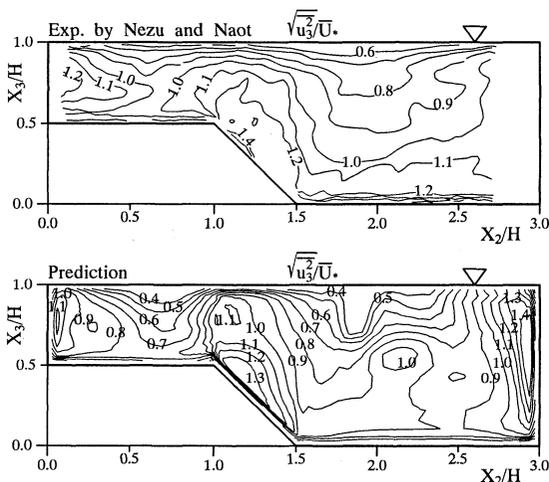


図-10 垂直方向の速度変動値比較

験結果は高水敷河床と傾斜側壁とが交差する  $X_2/B=1/3$  近傍で最大値を示し、高水敷側壁 ( $X_2/B=0.0$ )、低水路側壁 ( $X_2/B=1.0$ ) 近傍で比較的大きな値を示している。交差点近傍は斜昇流、側壁近傍は自由水面にて形成される強い縦渦に依るものと解釈される。計算は斜昇流の発生する位置での縦渦強度と低水路側壁近傍でのそれとが同程度の値を示し実験とは異なるが、全体的な傾向は再現しているものと思われる。

図-6は、傾斜側壁を含む河床壁に沿う壁面せん断応力分布を両結果にて比較したものである。局所壁面せん断応力値は当該壁面の平均せん断応力  $\bar{\tau}_b$  にて無次元化した。実験結果は  $X_2/B=0.0$  の位置から単調に増加しピーク値を取った後、減少し傾斜側壁部に達する。傾斜側壁部では単調増加しピーク値をとった後、減少傾向を示す。低水路河床壁では急激に増加し最大値をとった後に単調減少傾向を示す。計算結果はその値を正確に再現するには至らなかったが、その傾向は比較的良好に再現している。また計算は  $X_2/B=0.25, 0.9$  などに認められるように、この近傍で比較的大きな値を示すが、これは縦渦により比較的高速の流体が移流され、この領域での主流方向速度勾配値を増大させることに起因するものと解釈される。図-4に示す縦渦ベクトル図からも河床に向かう流れが認められ、縦渦と強い相関関係にあることが理解できる。

## (2) 変動速度場の比較

図-7は乱流エネルギー分布を両結果にて比較したものである。各値は平均摩擦速度  $\bar{U}_*$  にて無次元化した。比較的大きな値が河床壁を占めていること

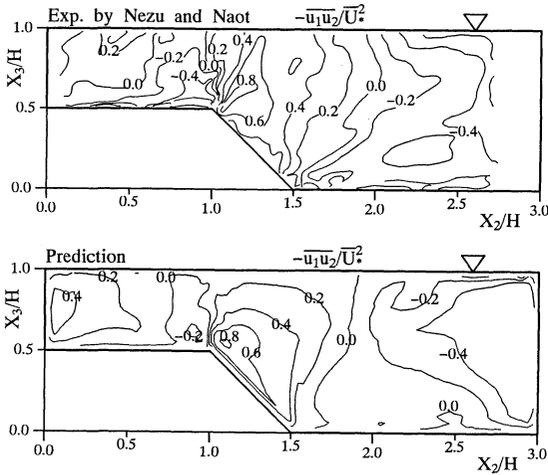


図-12 せん断応力  $u_1u_2$  の等値線比較

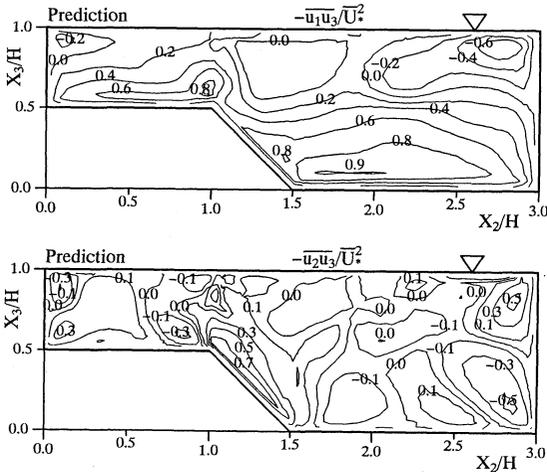


図-13 せん断応力  $u_1u_3$ 、 $u_2u_3$  の計算結果

が実験より理解できるが計算も同様な結果を示している。また自由水面から河床に向かい突き出した等値線が両結果に認められる。

図-8, 9, 10は主流方向速度変動  $\sqrt{u_1^2}$ 、水平方向速度変動  $\sqrt{u_2^2}$ 、垂直方向速度変動  $\sqrt{u_3^2}$  の等値線を実験、計算とで比較した結果を示したものである。各値は平均摩擦速度  $\bar{U}$  にて無次元化されている。主流方向速度変動値は、河床ならびに傾斜壁近傍にて最大値を示し乱流エネルギー分布と類似の分布を示す。水平方向速度変動分布に関しては低水路、高水敷河床壁上にその最大値を示すことは、両結果にて共通し計算は比較的良好にその値も再現しているが、自由水面近傍で実験結果とは異なる分布を示している。垂直方向の速度変動値を比較する

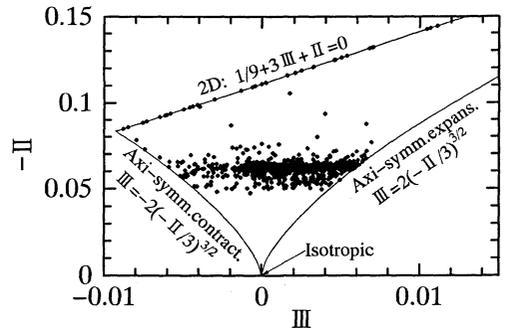


図-14 不変量状態図

と、計算結果は両側壁にて最大値を、傾斜側壁で比較的大きな値を示し、逆に河床壁では小さな値を示す。これは河床壁では垂直方向の速度変動値を抑制する方向にその壁面が作用するためであり、正方形断面管路での乱流計測<sup>2,5)</sup>でも同様な現象が示されている。しかし実験値は河床壁でも大きな値を示し、これらの結果とは異なる。

図-11は断面方向速度変動の差を両結果にて比較したものである。実験結果では負の値を有する領域が傾斜側壁と低水路側側壁、高水敷側壁とに認められるが計算結果も同様な位置に認められる。しかし、計算結果の場合はその領域が大きく、特に傾斜側壁に認められる領域はかなり大きな領域を占めている。また、実験の自由水面近傍では正の値を有し水平方向速度変動が垂直方向速度変動より卓越していることが解る。計算では正の値を有し水平方向速度変動が卓越しているもののその領域は小さく、水平方向、垂直方向の速度変動が同程度の値を有している点が異なる。

図-12はせん断応力  $u_1u_2$  の等値線図を両結果にて比較したものである。等値線の零ラインに注目すると実験では自由水面と河床を結ぶように3本のラインが伸びているが、計算でも同様な結果を示している。またその絶対値は傾斜側壁と高水敷河床とが交差するエッジ部近傍にて認められることも両結果にて共通している。こうした異符号領域は、縦渦より主流方向速度等値線が歪まされる結果、生成されるものであり、従って正確な縦渦の予測が不可欠である。

図-13は実験では示されていない計算結果のせん断応力  $u_1u_3$ 、 $u_2u_3$  等値線図を示す。せん断応力  $u_1u_3$  は低水路河床壁近傍にて最大値を示し自由水面に向かって減少する等値線分布を示している。また、エッジ部近傍でも比較的高い値を有している点

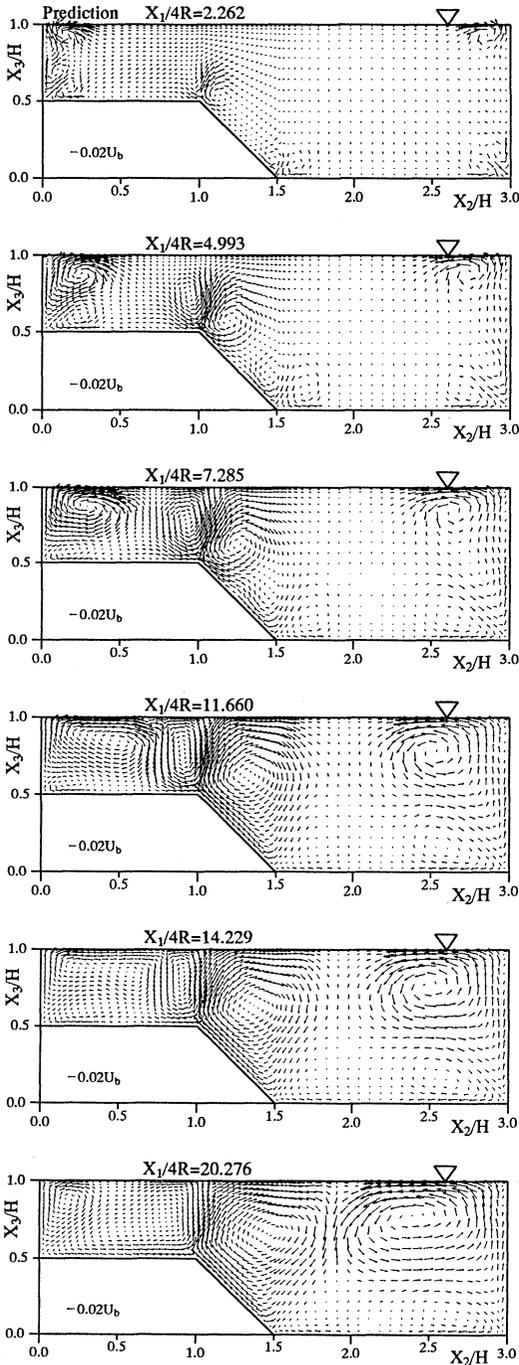


図-15 縦渦の発達挙動

はせん断応力  $\overline{u_1 u_2}$  と共通している。一方、断面方向速度変動同士のせん断応力は各コーナー部において絶対値の大きな値を示し、傾斜側壁近傍にて最大値を示すことをその特徴として指摘できる。傾斜側壁

近傍にて最大値を示すのは  $\partial U_2 / \partial X_3$ 、 $\partial U_3 / \partial X_2$  の値がいずれも傾斜壁では有限値を有するためと解釈される。河床壁、垂直側壁ではこれらの値の何れかが零値に近い値を有し傾斜側壁ほどの値を示すことはない。

この種の流れ場の乱流状態を知るため不変量解析を行った。図-14はその結果を示したものである。非等方テンソル不変量は以下のように定義される。

$$II = -b_{ij}b_{ij}/2 \quad (7)$$

$$III = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3 \quad (8)$$

ここで  $b_{ij}$  は非等方性を示すパラメータであり次のように示される。

$$b_{ij} = \left( \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3} \right) \quad (9)$$

こうした不変量の概念はLumley<sup>2,6)</sup>より導入され乱流モデリングの基本指針となっている。図中の2Dは二次元乱流を、零から右、左に伸びたラインは、それぞれ軸対称ディフューザ内の乱流構造、および軸対称ノズル内の乱流構造を意味し、各式はそのラインを示している。開水路断面内の各点における不変量を算出しプロットした点を黒丸として示した。

図より明らかなように二次元乱流を示す線上にいくつもの点が存在するが、これは計算にて自由水面上の垂直方向速度変動値を零に設定した結果と解釈される。実験でも垂直方向の速度変動値は、自由水面近傍で急激に減衰することより、実験でも二次元乱流を示す線近傍にいくつもの点がプロットされるものと予測される。多くの点は軸対称拡大状態から軸対称収縮状態の間に幅広く点在し非等方性乱流場を断面内の多くの領域で形成していることが理解できる。また等方性乱流の位置近傍に点は存在しないことから、非等方性乱流の強い流れ場であることが解る。

### (3) 縦渦の発達挙動

複断面開水路を対象に、その助走区間も含め三次元開水路として解析した例は少なく、従って縦渦の発達挙動について新たな知見を示した報告例は見うけられない。そこで、本解析は三次元開水路として解析し縦渦の発達挙動に関し考察を加えた。この時、流れ方向への水深変化は考慮していない。こうした縦渦の発達挙動を知ることは洪水時の河道の浸食程度、あるいは断面内の平均二次流れ強度が最大となる位置を知ることは、堤防決壊位置を推定する上で有益な情報をもたらすものと考えられる。図-15は流れ方向に沿った縦渦ベクトル図を示したものである。それぞれの位置は径深Rの4倍にて無次元化した

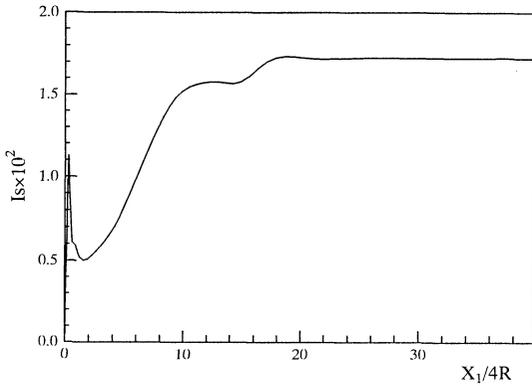


図-16 断面内の平均縦渦強度の発達挙動

値で示し、縦渦強度は断面内の主流方向平均速度 $U_b$ により比較した。

$X_1/4R=2.262$ の断面では各コーナ部に一對の、自由水面では両側壁に縦渦が発生し始めている状態が理解できる。比較的流れの発達初期段階より、縦渦は形成されていることが理解できる。また自由水面に生成される縦渦は他の縦渦と比較し強い強度を有していることが特徴的であり、このことは自由水面近傍で非等方性乱流が強いことを示唆している。こうした縦渦は $X_1/4R=4.993$ 断面にて認められるように下流に行くに従いさらに発達し、縦渦同士互いに干渉し合う大ききまで成長することになる。 $X_1/4R=7.285$ 断面ではこうした渦の干渉が認められる。高水数側の斜昇流と低水路側に生成される縦渦に注目すると傾斜側壁中央部にて互いに干渉している様子が伺える。この傾斜側壁の低水路側に生成された一對の縦渦は、 $X_1/4R=11.660$ 断面から明らかなようにエッジ部からの斜昇流に一對の渦の一部が吸収された形で消滅する。また、この断面では高水数の水路の自由水面に形成された縦渦が斜昇流と $X_2/H=0.8$ 近傍で衝突し強い下降流を形成することが特徴的現象として指摘できる。一方、低水路側自由水面に形成される縦渦と斜昇流との干渉はこの位置ではまだ認められない。この低水路側自由水面の縦渦と斜昇流との干渉は $X_1/4R=14.229$ 断面にて観測される。この断面の $X_2/H=1.9$ 近傍では縦渦の干渉より発生した下降流が明らかに認められる。同時に $X_1/4R=11.660$ 断面の高水数側で認められた下降流は大きく減衰し安定した渦に移行する様子が伺える。さらに下流の $X_1/4R=20.276$ 断面に至ると縦渦は前断面でのパターンとほとんど変化はなく安定した縦渦を形成し完全発達領域にあるものと解釈される。

以上のように縦渦は発達の初期段階より各コーナ部、自由水面コーナ部に形成される。この種の流れ

に特徴的な斜昇流は低水路側河床近傍に生成される縦渦を流れの発達とともに吸収し傾斜側壁全体を覆うような大きな縦渦を形成することが理解される。また断面内の縦渦強度を以下の定義式に示す断面内の平均値 $I_s$ として算出した結果を図-16に示す。式中 $dA$ は縦渦強度を算出する際の微小分割面積を示す。

$$I_s = \frac{\int \sqrt{U_2^2 + U_3^2} dA}{U_b \int dA} \quad (10)$$

図-16に示すようにその平均強度の最大値は $X_1/4R=18$ 断面近傍で認められ、流れが完全発達状態に至る前に縦渦は最大値を示す。このことは、洪水時の直線状複断面開水路では比較的上流部にて河道は大きく浸食されることを示唆している。同時に、こうした縦渦強度が最大を示す位置は流入条件に依っても左右されるものと推察される。

## 5. 結論

傾斜側壁を有する複断面開水路内の乱流構造を代数応力モデル、境界適合座標系を用いた三次元乱流場として解析した。解析結果はNezu-Naot<sup>7)</sup>の実験と比較し本解析手法の妥当性について検討するとともに、縦渦の発達挙動に関し新たな知見を得ることを試み次の結論を得た。

- (1) 複断面開水路に特徴的な主流方向速度等値線分布を本解析手法は比較的良好に再現した。
- (2) 斜昇流に代表される縦渦分布を比較的良好に再現した。この縦渦の生成は壁面せん断応力分布に大きく反映される。
- (3) 乱流エネルギー分布、各方向の速度変動値を比較的良好に再現しているが、垂直方向速度変動値に関し低水路河床壁近傍で相違が認められた。
- (4) せん断応力分布に関しては、その異符号領域、最大値を良好に再現している。
- (5) 不変量状態図より、複断面開水路内の乱流は自由水面近傍の二次元乱流と、残り多くの領域が非等方性乱流で占められることを明らかにした。
- (6) 縦渦の発達は流れの発達初期から形成され、縦渦間の干渉を通し安定した縦渦を形成する。この時断面内の平均縦渦強度は発達途中にて最大を示す。
- (7) 実験結果との差異分析を通し代数レイノルズ応力モデル、自由水面境界条件、境界適合座標系を用いた本解析手法の妥当性、有用性を確認した。

## 参考文献

- 1) Townsend, D. R. :An investigation of turbulence characteristics in a river model of complex cross section, *Proc.Institution of Civil Engineers*, Vol. 40, pp. 155-175, 1968.
- 2) Sellin, H. J. :A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain, *La Houille Blanche*, No. 7, pp. 793-801, 1964.
- 3) 今本博健, 久下俊夫:複断面流れの水理特性に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, 第17号B, pp. 1-15, 1974.
- 4) 石垣泰輔, 今本博健:可視化法による複断面開水路流れの3次元構造に関する研究, 土木学会論文集, 515/II-31, pp. 45-54, 1995.
- 5) Prinos, P., Townsend, R. and Tavoularis, S. :Structure of turbulence in compound channel flows, *J. Hydraulic Eng., ASCE*, Vol. 111, No. 9, pp. 1246-1261, 1985.
- 6) Tominaga, A. and Nezu, I. :Turbulent structure in compound open-channel flows, *J. Hydraulic Eng., ASCE*, Vol. 117, No. 1, pp. 21-41, 1991.
- 7) Nezu, I. and Naot, D. :Turbulence structure and secondary currents in compound open-channel flows with variable-depth flood plains, *Tenth symp. on turbulent shear flows*, pp. 7-7-7-12, 1995.
- 8) Kawahara, Y. and Tamai, N. :Numerical calculation of turbulent flows in compound channels with an algebraic stress turbulence model, *Proc. 3rd Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, pp. 527-536, 1988.
- 9) Launder, B. E. and Ying, W. H. :Prediction of flow and heat transfer in ducts of square cross-section, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 3, No. 2, pp. 115-121, 1973.
- 10) Larsson, R. :Numerical simulation of flow in compound channels, *Proc. 3rd Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, pp. 537-544, 1988.
- 11) 今本博健, 石垣泰輔, 塩野耕二:複断面開水路流れの水理特性について(6), 京都大学防災研究所年報, 第35号B-2, pp. 349-364, 1992.
- 12) Naot, D. and Rodi, W. :Calculation of secondary currents in channel flow, *J. Hydraulics Div., ASCE*, Vol. 108, No. HY8, pp. 948-968, 1982.
- 13) Yoshizawa, A. :Statistical analysis of the deviation of Reynolds stress from its eddy viscosity representation, *Phys. Fluids*, 27, pp. 1377, 1984.
- 14) Speziale, C. G. :On nonlinear  $k-1$  and  $k-\epsilon$  models of turbulence, *J.Fluid Mech.*, Vol. 178, pp. 459-475, 1987.
- 15) Pezzinga, G. :Velocity distribution in compound channel flows by numerical modeling, *J.Hydraulic Eng., ASCE*, Vol. 120, No. 10, pp. 1176-1198, 1994.
- 16) Naot, D., Nezu, I. and Nakagawa, H. : Hydrodynamic behavior of compound rectangular open channel, *J. Hydraulic Eng., ASCE*, Vol. 119, No. 3, pp. 390-408, 1993.
- 17) 杉山均, 秋山光庸, 松原珠:複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究, 土木学会論文集, 515/II-31, pp. 55-65, 1995.
- 18) Rodi, W. :A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *Z.Angew.Math.Mech.* 56, pp. T219-T221, 1976.
- 19) 杉山均, 秋山光庸, 山中和典, 平田賢:縦筋を伴う三次元河川流路の乱流構造解析, 土木学会論文集, 479/II-25, pp. 81-90, 1993.
- 20) Champagne, F. H., Harris, V. G. and Corrsin, S. :Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, *J.Fluid Mech.*, Vol. 41, pp. 81-139, 1970.
- 21) Harris, V. G., Graham, A. H. and Corrsin, S. :Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, *J.Fluid Mech.*, Vol. 81, pp. 657-687, 1977.
- 22) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. :Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure, *J.Fluid Mech.*, Vol. 68, pp. 537-566, 1975.
- 23) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H. :Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, *Proc.of Japan Soci. Civil Engrs.*, 241, pp. 155-168, 1975.
- 24) 杉山均, 秋山光庸, 亀澤正之:台形断面を有する三次元開水路流れの乱流構造解析, 土木学会論文集, 527/II-33, pp. 27-36, 1995.
- 25) Melling, A. and Whitelaw, J. H. :Turbulent flow in rectangular duct, *J.Fluid Mech.*, Vol. 78, pp. 289-315, 1976.
- 26) Lumley, J. L. :Computational modeling of turbulent flows, *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 123-176, 1978.

(1996. 7. 19受付)

# THE NUMERICAL STUDY OF TURBULENT STRUCTURE IN COMPOUND OPEN-CHANNEL FLOW WITH VARIABLE-DEPTH FLOOD PLAIN

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA, Masayuki KAMEZAWA  
and Daisuke NOGUCHI

A numerical study has been performed for turbulent flow developing in a compound open-channel flow with variable-depth flood plain by using Reynolds stress model. In the calculation, governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. Moreover, developing behavior of secondary currents is provided by the present method. The calculated results are compared with the experimental data available. As a result of this numerical study, it is found that the present method can predict well the cellular secondary currents, streamwise velocity and distributions of Reynolds stresses. As for the developing of secondary currents, the calculated results show that these flows change its profiles through interference between these flows and indicate the maximum value before reaching the fully developed flow.