土木学会論文集 No. 712／II-60, 25-43, 2002. 8

複断面蛇行開水路流れの三次元乱流構造解析に関する研究

杉山　均[1]・齊藤卓也[2]

[1]正会員　工博　宇都宮大学助教授　大学院工学研究科　（〒321-8585 宇都宮市陽東7-1-2）
[2]　宇都宮大学大学院　エネルギー環境科学専攻（〒321-8585 宇都宮市陽東7-1-2）

複断面蛇行開水路流れは，高水敷上の流れと低水路流れとの運動量交換，遠心力，非等方性乱流による拡散現象を伴う複雑三次元乱流であると同時に，氾濫河川を代表する流れであり河川工学上重要な流れである．この複断面蛇行開水路流れを対象に，代数応力モデル，境界適合座標変換を導入し数値解析を行った．解析結果は実験結果と比較し解析手法の有用性を検証すると同時に，その流動挙動について検討を加えた．本解析手法は時間平均速度場を比較的良好に予測すると同時に，複雑に変動する二次流れの発達も良好に再現した．レイノルズ応力に関しては，その特徴的な分布は予測するが定量的な比較においては一部差異が認められた．さらに，摩擦速度分布を示し流れの侵食に関し新たな知見を示した．

Key Words : *numerical analysis, turbulent flow, meandering compound open-channel, Reynolds stress model, boundary –fitted coordinate system*

1．緒　言

複断面開水路流れは，役割の異なる二種類の河道により構成される．すなわち，低水路と呼ばれる本来の河道と，高水敷と呼ばれる洪水時に氾濫原となる河道との二種類の河道から構成される．こうした複断面開水路は，多くの河川に認められる最も代表的な河川流路形状を呈しており，さらに低水路河道形状は，直線と曲がりにより構成される蛇行形状流路を形成することが一般的である．一方，こうした蛇行開水路における流動挙動は，遠心力と圧力勾配による力とが相互作用し，主流方向流れ，断面内の二次流れは複雑に変化することは容易に類推できる．さらに，多くの場合河川流路流れは，非等方性の強い乱流場であることを考慮すると，乱流拡散によるせん断応力が作用し先の遠心力，圧力勾配による力との相互干渉により蛇行開水路内の流れはさらに複雑化する．また，この種の蛇行開水路流れが氾濫し複断面蛇行開水路流れとなると高水敷を流れる流れと，低水路を流れる流れとが，その境界部にて相互干渉し激しい運動量交換を伴う結果，強いせん断層領域を形成することになる．以上のように複断面蛇行開水路流れは，複雑乱流に代表される流れの一つであり，その流動挙動を実験的，解析的に明らかにすることは自然災害を踏まえた複断面河道設計を確立する上で有意義なことである．

複断面開水路流れに関する研究は，低水路形状により大きく分類される．特に直線開水路形状は比較的多くの研究結果が提示され，非等方性乱流に特徴的な斜昇流の存在を報告している[1),2),3)]．複断面曲がり開水路流れにおいては，先の斜昇流と圧力勾配力による二次流れとの干渉が興味あるところであるが，こうした流れについても，今本・石垣・藤沢[4)]による計測結果が報告されている．彼らは，180° の単一曲がりを有する開水路流れの水理特性を熱膜流速計により測定している．さらに，彼らの実験を対象にした数値解析結果[5)]も報告されている．

複断面蛇行開水路流れに関しては，その乱流計測結果がShiono・Muto[6)]，武藤・塩野・今本・石垣[7)]により報告されている．彼らは，三種類の水深を設定し矩形断面を有する蛇行開水路流れ，すなわち低水路内流れ，および，水深の異なる二種類の複断面蛇行開水路流れを対象に，レーザ・ドップラー流速計を用いレイノルズ応力分布も含め主流方向速度，二次流れ分布を計測している．特徴的な点として，蛇行開水路流れの二次流れ分布が，複断面開水路流れの二次流れとでは大きく異なることを指摘し，高水敷を流れる流れが大きく影響を及ぼすことを実験的に示した．また，乱流モデルの普遍性向上を図る上から，こうした複雑乱流場の基礎的実験データが不可欠であることも指摘している．武藤ら[8)]は，矩形断面ばかりでなく台形断面を有する複断面蛇行開水路流れについても計測を行い，その計測結果についても同時に報告して

いる．Kiely[9]も複断面蛇行開水路流れを対象に，レーザ・ドップラー流速計を用いて計測を行い，平均速度，水位変化を示し，二次流れ強度は主流方向速度の30％程度の値を有することを報告しているが，乱流特性量の測定結果については示されていない．Sellin・Ervine・Willetts[10]は，大型実験水路を用いて系統的な実験を行っている．彼らは低水路断面形状が流れ方向に変化する複断面蛇行開水路流れを対象に，河床粗度，曲がり角，流量を変化させた場合の平均流速分布，水位変化などを報告している．最近の研究では，Ervine・Babaeyan・Koopaei・Sellin[11]は，複断面蛇行開水路流れにおける水深平均速度を計測し，その測定結果を，運動方程式の積分化より得られる水深平均速度に関する方程式の解析結果と比較している．その際，低水路断面形状は，台形断面を基本とした数種類の形状で比較し，比較的良好に実験値を予測できることを報告している．また，Patra・Kar[12]は，９種類の複断面蛇行開水路流れに対し流量予測，せん断応力予測を報告している．

以上のように複断面蛇行開水路内の乱流構造に関しては，実験的に徐々に解明されつつあるが，数値解析によりレイノルズ応力成分も含め，その三次元流動挙動を予測した結果は未だ報告されていない．これは，流れが乱流であること，流路形状も比較的複雑であることに起因するためと思われる．しかし，この種の複雑乱流を予測する数値解析手法を確立しておくことは，その流動挙動を解明する上でも，また実験では得られない知見を得るためにも有意義なことである．

こうした研究経緯を考慮し本研究においては，未だ数値解析結果が報告されていない複断面蛇行開水路流れを対象に三次元数値解析を試み，本解析手法の妥当性を検討するとともに，この種の流れの流動挙動について新たな知見を得ることを目的とする．解析対象実験としては，レイノルズ応力分布まで詳細に測定した武藤・塩野・今本・石垣[7]の実験を対象とする．解析に際しては，乱れの非等方性を再現するためレイノルズ応力輸送方程式を解くこととし，その対流，拡散項に対しては代数式化した代数応力モデルを用いた．さらに複断面蛇行形状に境界条件を正確に設定するため境界適合座標系を導入し解析を行った．

2．記　号

D_r　：相対水深＝$(H-h)/H$
H　：低水路水深
h　：高水敷高さ
k　：乱流エネルギー
P　：圧力
R　：径深
R_e　：レイノルズ数＝$4RU_b/\nu$

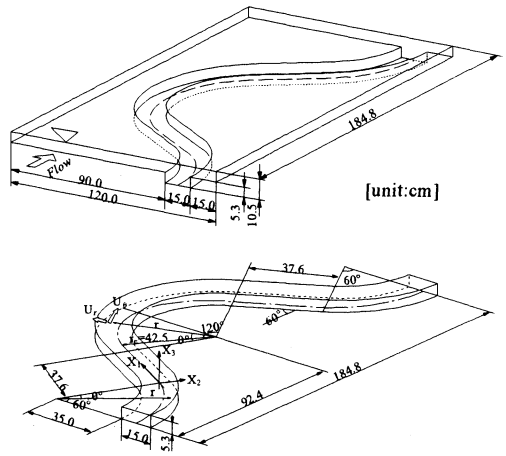

Fig.1 Compound meandering open channel and definition of coordinate system

r　：曲がり半径
r_c　：曲がり流路中心位置までの半径
T^*　：無次元時間
t　：時間
$\overline{u_iu_j}$　：レイノルズ応力
U_i　：直交座標系での i 方向平均速度
U_b　：主流方向平均速度＝流量/断面積
U_r　：円筒座標上の半径方向平均速度
U_θ　：円筒座標上の円周方向平均速度
U_*　：局所摩擦速度
$\overline{U_*}$　：平均摩擦速度
u_r　：円筒座標上の半径方向変動速度
u_θ　：円筒座標上の円周方向変動速度
u_z　：円筒座標上の深さ方向変動速度
X_i　：直交座標上での i 方向座標軸
Z　：円筒座標上の深さ方向座標
δ_{ij}　：クロネッカーのデルタ記号
θ　：曲がり角度
ε　：乱流エネルギー散逸率
ν　：分子粘性係数
ν_t　：渦動粘性係数
ρ　：密度
ω_θ　：主流方向渦度
$\overline{\omega_b^2}$　：主流方向渦度の断面内二乗平均値
$\overline{(\ )}$　：アンサンブル平均

3．解析手法

(1)解析対象実験

本解析においては，武藤ら[7]の低水路断面形状が

矩形断面の複断面蛇行開水路流れを計算対象とした．彼らは，複断面蛇行開水路流れにて水深の異なる二種類の流れ場の計測結果を提示しているが，本研究では相対水深D_r =0.5の結果を対象とした．複断面蛇行開水路は，5周期の蛇行水路より構成されているが，その1周期蛇行開水路，計算座標系を**Fig.1**に示す．1周期長さは184.8cmで，その全長は924cmである．さらにその半周期蛇行部は曲がり角60°，曲がり半径42.5cmの曲がり部と37.6cmの直線部より構成されている．この時，蛇行程度を示すパラメータの蛇行度（蛇行水路実長/蛇行波長）は1.37である．一方，複断面開水路の全幅は120cm，低水路断面形状は矩形断面を有しており，その流路幅は15.0cm，低水路深さは5.3cmである．測定領域は入口から4番目の上流側半周期の蛇行部であり，この位置は複断面開水路出口から2m以上離れ，下流出口部の影響はないことが報告されている．測定は二成分レーザ・ドップラー流速計を用い水路の7断面にて時間平均速度，レイノルズ応力分布の計測を行っている．レイノルズ数は代表速度に断面内主流方向速度，代表寸法に径深の4倍を用いた値で4.92×10^4である．

座標系に関しては図に示すように直線開水路では直交座標系を，蛇行開水路では円筒座標系を用いて各特性量を示した．直交座標系では主流方向をX_1，断面方向をX_2，X_3とし直線開水路の入口断面の河床中央点を便宜的に原点とした．また，直線開水路を挟んで上流部，下流部に位置する曲がり部の各断面を示す際には，それぞれ曲がり角度θの正符号，負符号をもって定義した．従って半周期蛇行開水路の入口断面は$\theta=-60°$，出口断面は$\theta=60°$に相当する．径深は，この入口，出口断面にて定義した．

(2)支配方程式

運動方程式は以下のように示される．

$$\frac{D\overline{U_i}}{Dt}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{P}}{\partial X_i}+\frac{\partial}{\partial X_j}\left(\nu\frac{\partial\overline{U_i}}{\partial X_j}-\overline{u_iu_j}\right) \tag{1}$$

ここで$D/Dt=\partial/\partial t+\overline{U_j}\partial/\partial X_j$である．運動方程式中のレイノルズ応力を求める際には，以下に示すレイノルズ応力輸送方程式を解くものとした．

$$\begin{aligned}\frac{D\overline{u_iu_j}}{Dt}&=-\left(\overline{u_iu_k}\frac{\partial U_j}{\partial X_k}+\overline{u_ju_k}\frac{\partial U_i}{\partial X_k}\right)\\&-\frac{\partial}{\partial X_k}\left[\overline{u_iu_ju_k}-\nu\frac{\partial\overline{u_iu_j}}{\partial X_k}+\overline{\frac{p}{\rho}\left(\delta_{jk}u_i+\delta_{ik}u_j\right)}\right]\\&+\overline{\frac{p}{\rho}\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j}+\frac{\partial u_j}{\partial X_i}\right)}-2\nu\overline{\frac{\partial u_i}{\partial X_k}\frac{\partial u_j}{\partial X_k}}\end{aligned} \tag{2}$$

しかし，上式を直接的に解くことは不可能でありいくつかのモデル化が必要となる．左辺第1項の対流項，ならびに右辺第2項に対してはRodi[13]近似を用いてモデル化を行った．この近似より対流，拡散項は微分型から代数式に変換される．さらに，レイノルズ応力輸送方程式をモデル化する際に問題となる圧力・歪相関項のモデル化に際しては，四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行った．モデル導出，定数決定については別報[14]にて詳述した．乱流エネルギー，乱流散逸輸送方程式については，高レイノルズ数型方程式を用いた．輸送方程式系，定数系については別報[15]にて言及した．

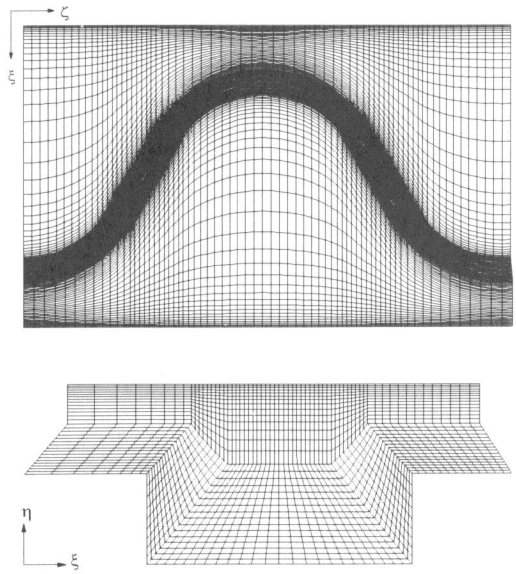

Fig.2 Computational mesh

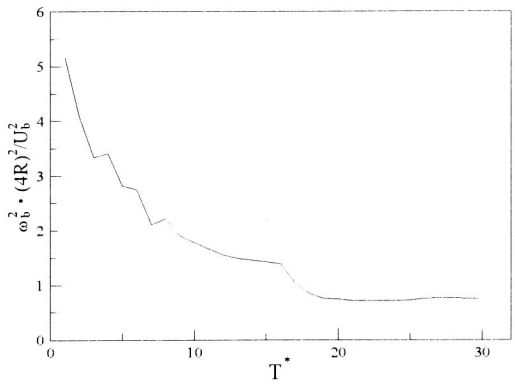

Fig.3 Time development of square values of streamwise vorticity

(3)自由水面での境界条件

開水路乱流を特徴づける自由水面の影響を，境界条件にいかに反映させるかも開水路乱流を正確に予測する上で重要な要因となる．本解析では以下のように自由水面での境界条件を設定した．自由水面での乱流散逸は，一般に壁関数として使用

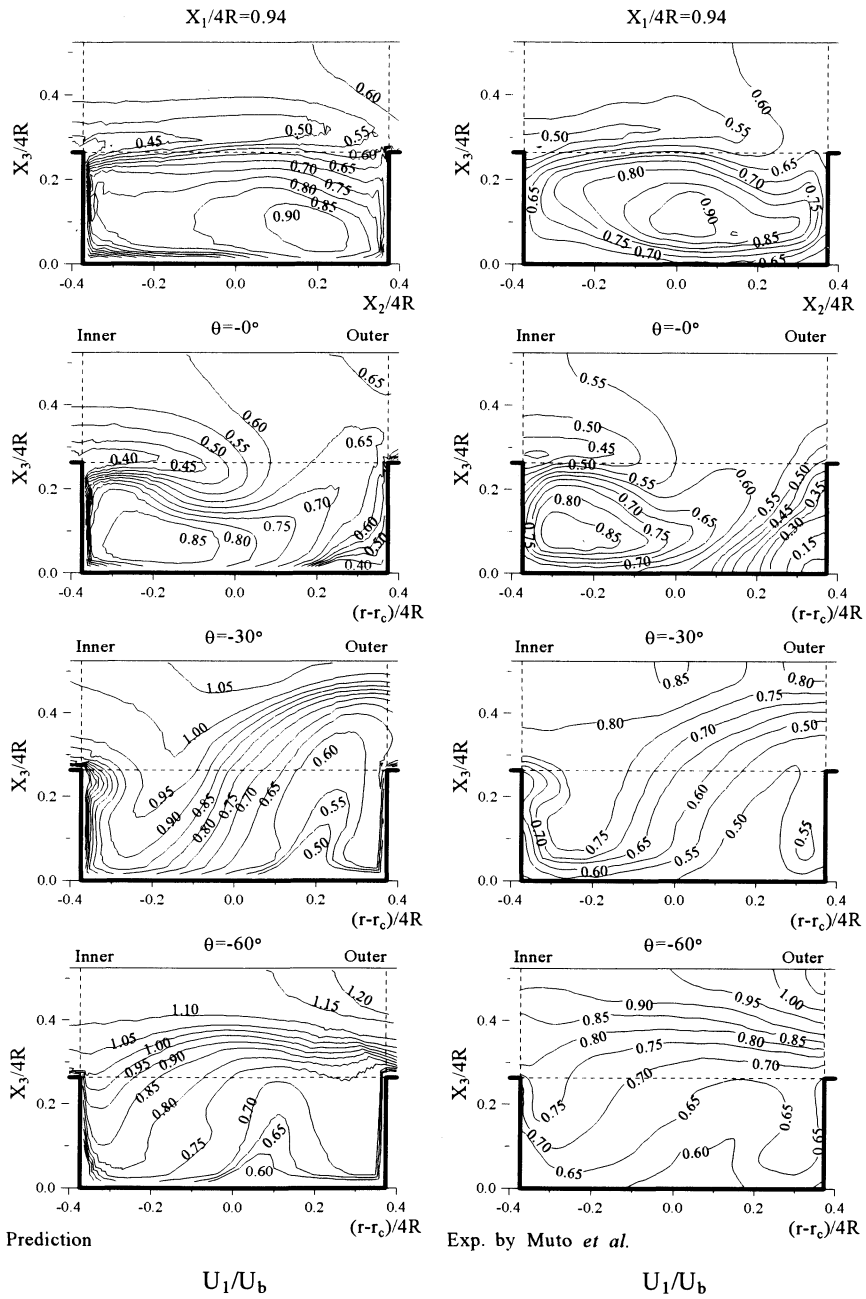

Fig.4(a) Comparison of mean velocity along the streamwise direction

される式を用いて計算を行うこととした．ただし，乱流散逸値は，壁関数を使用する場合と同様に，自由水面に位置する計算格子点から流路内部に向かって数えて一点目に相当する計算格子点で与えた．主流方向速度，水平方向速度および乱流エネルギーは自由水面で勾配零を，垂直方向速度は零の境界条件を課した．

また，自由水面近傍では，自由水面に対し垂直方向の乱れ強度が自由水面に到達する以前に減衰し，自由水面下にて非常に小さな値を取ることが実験的に指摘されている[16]．この減衰現象を境界条件に加味する意味より，垂直方向乱れを自由水面から計算第一点まで零とし，この減衰現象を近似することとした．一般に，壁面近傍でも壁面に垂直方向の乱れ強度は，壁面に近づくにつれ減衰し，自由水面の場合と類似の傾向を示す．この意

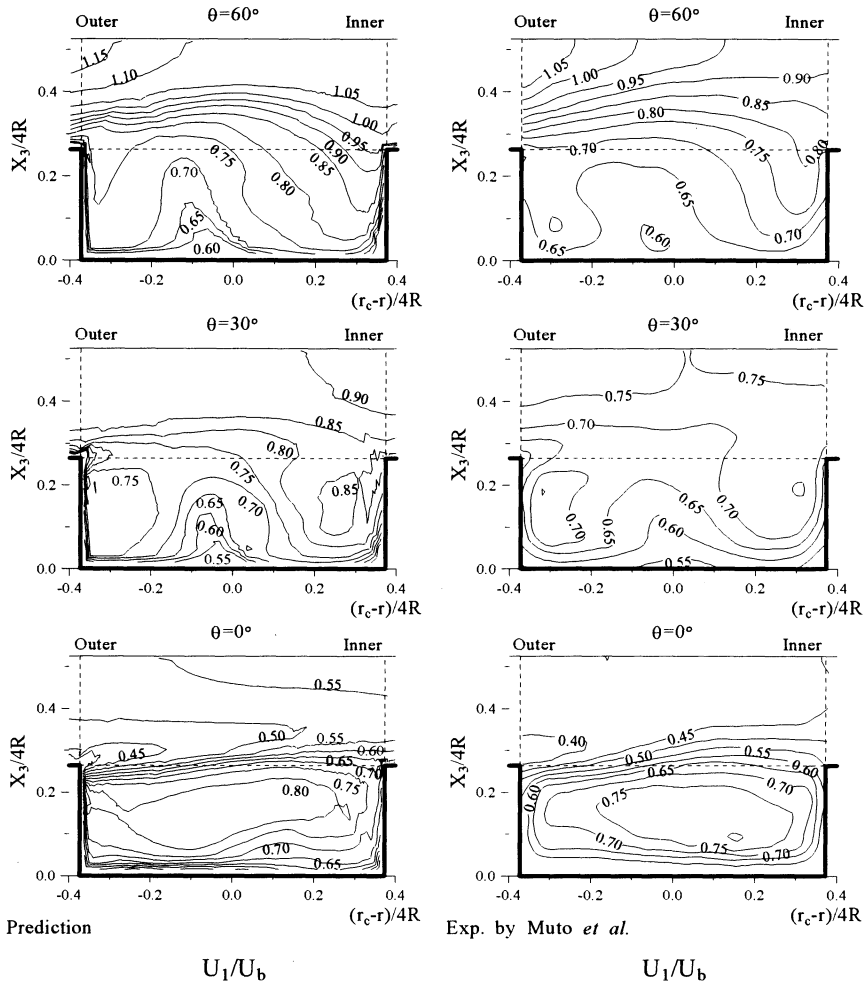

Fig.4(b) Comparison of mean velocity along the streamwise direction

味から自由水面も一種の仮想壁面と考えられる．こうした自由水面の境界条件の導出背景[17]，いくつかの開水路流れへ適用しての妥当性については別報[18]にて報告した．

(4)境界適合座標

境界適合座標系による手法は，物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上にて支配方程式を解く手法である．境界条件の設定が容易な反面，支配方程式は複雑となる．支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される．

$$\frac{\partial}{\partial X_i}=\frac{\partial \xi}{\partial X_i}\frac{\partial}{\partial \xi}+\frac{\partial \eta}{\partial X_i}\frac{\partial}{\partial \eta}+\frac{\partial \zeta}{\partial X_i}\frac{\partial}{\partial \zeta} \qquad (3)$$

上式中のξ，η，ζは変換された計算平面上での座標軸を示す．同時に物理平面上では計算格子形状に沿った座標軸を示している．上式を用いた各方程式の変換手法，変換により導出された輸送方程式，反変速度，計量テンソルなどは別報[14]にて詳述した．

(5)数値解析

数値解析に際しては流れの周期性を考慮し，1周期長さの複断面蛇行開水路流れを対象に，流路流入部，流出部に周期境界条件を課して解析した．圧力以外の諸物理量に関しては入口，出口部にて同一値を取るよう設定し，圧力に関しては入口，出口における圧力勾配値が等しくなるように設定した．初期条件は，主流方向速度を断面内平均速度U_bに，断面方向速度を零とし，乱流エネルギー，乱流散逸値は，それぞれ $U_b^2\times10^{-5}$，$k^{3/2}/(4R)$と小さな値を設定した．

全体流路の計算格子配列，ならびに低水路部を拡大した二次元平面での計算格子を**Fig.2**に示す．ξ，η，ζは計算格子に沿った座標軸を示している．計算格子は現象変化の急な領域に密に配置し，複断面内で$\xi\times\eta=111\times31$，流れ方向に70設けた．曲がり部では5°断面ごとに格子を配列した．複断

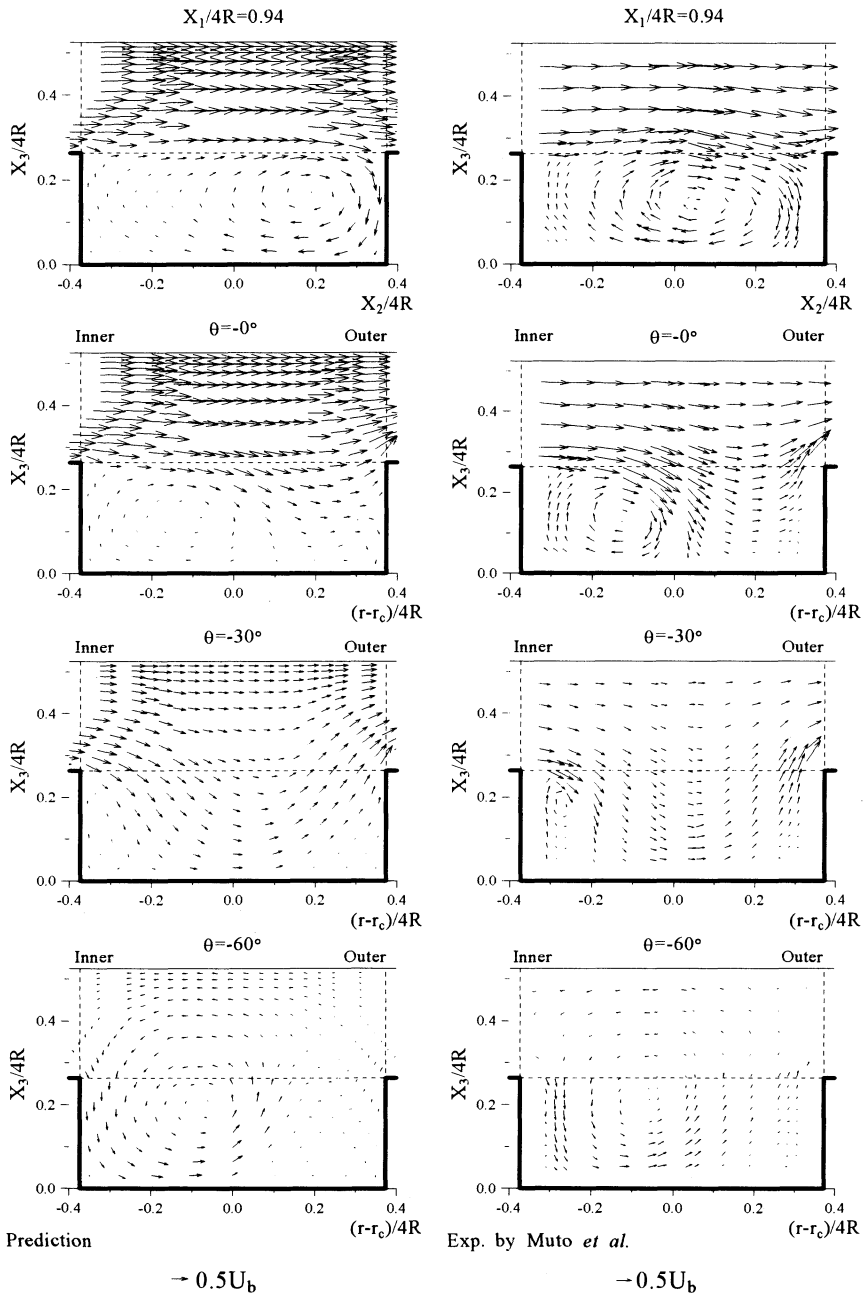

Fig.5(a) Comparison of secondary flow in cross sections

面開水路流れにおいて断面内の圧力変化より水位が変化することになるが，計算では，この水位変化を考慮せず一定水位として計算を行った．本解析における非等方性乱流モデルは，高レイノルズ型乱流モデルであり，従って，乱流エネルギー，乱流散逸輸送方程式の境界条件には壁関数を用いた．また，レイノルズ応力に関しては，輸送方程式を微分型から代数型としたことより境界条件設定の必要はない．

支配方程式の離散化は有限差分近似により行い，計算諸量の格子点配置はRegular Grid法によった．各支配方程式の対流項差分近似はQUICK（三次精度の風上差分）を使用した．また，非定常項は陽解法とし，次の計算ステップにおける物理量が既知の時間ステップにて表されるよう差分した．陽解法の場合，計算時間刻みは大きく取ることができ

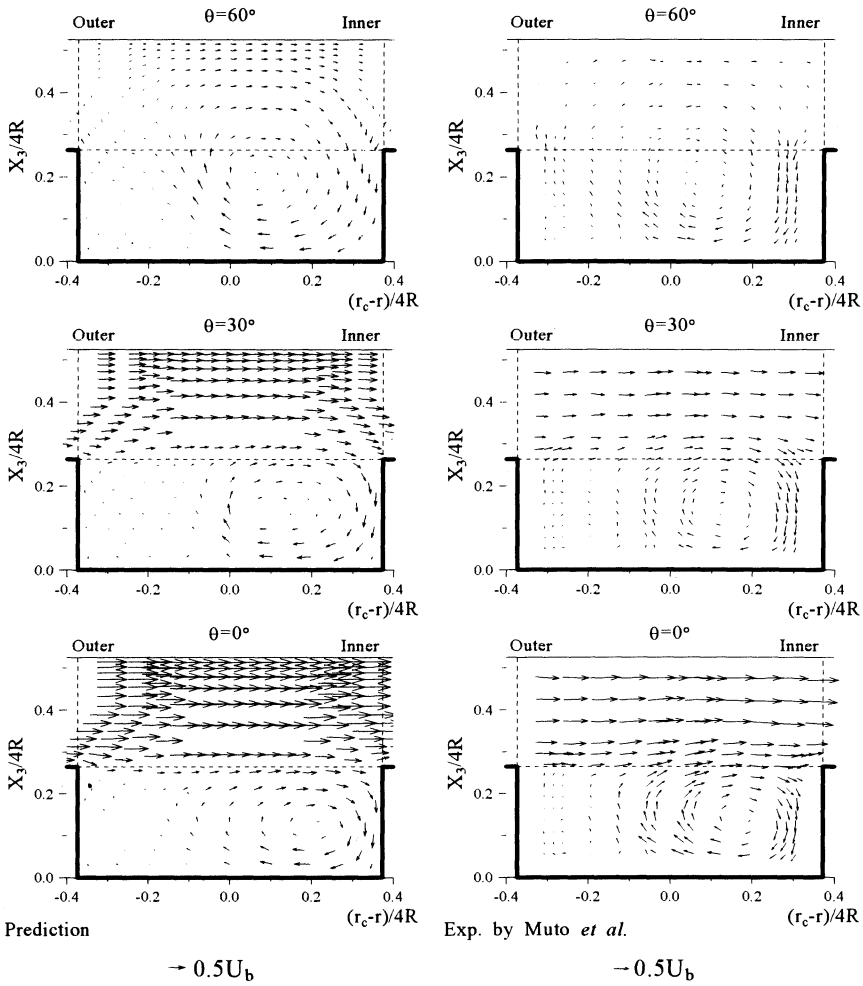

Fig.5(b) Comparison of secondary flow in cross sections

ずCourant数が常に1以下となるよう時間刻みを設定した．代数応力モデルの場合，レイノルズ応力輸送方程式の対流，拡散項を代数式にモデル化する際，非定常項は省略される．圧力解法に関しては圧力補正量のポアソン方程式を反復法にて解き，元の圧力値に加え圧力場，速度場を構成する．これを連続の式が満足されるまで繰り返すことより圧力場を得た．

4．結果と考察

筆者ら[15]は，矩形断面を有する蛇行開水路流れを対象に数値解析を行った際，流れに非定常性のあることを報告した．特に二次流れは時間的に明瞭に変化し，流入断面において主流方向渦度の2乗平均値を時間変化でプロットすると大きく変化し，流れに非定常性があることを示した．この時の開水路の蛇行度は，本解析の複断面蛇行開水路の蛇行度と同一である．そこで，本解析においてもこうした非定常性の有無を確認するため，複断面蛇行開水路の入口断面で主流方向渦度の2乗平均値を算出し，時間的な変化を追った．**Fig.3**にその結果を示す．縦軸は無次元化された主流方向渦度の2乗平均値，横軸は無次元時間を示している．図から明らかなように，本解析の流れ場においては無次元時間20以降，渦度には顕著な変化は認められず非定常的な流れは形成されないことを確認した．二次流れ分布も無次元時間20以降では，変化しないことを確かめた．従って，本解析結果を実験結果と比較する際には，特に時間平均化の処理を行わず安定した領域での解析結果を実験値と比較することとした．

(1)速度場の比較

Fig.4(a), (b)に主流方向速度等値線を比較した結果を示す．**Fig.4(a)**には $\theta=-60°$ 断面（流入断面）から直線水路に位置する $X_1/4R=0.94$断面までの，

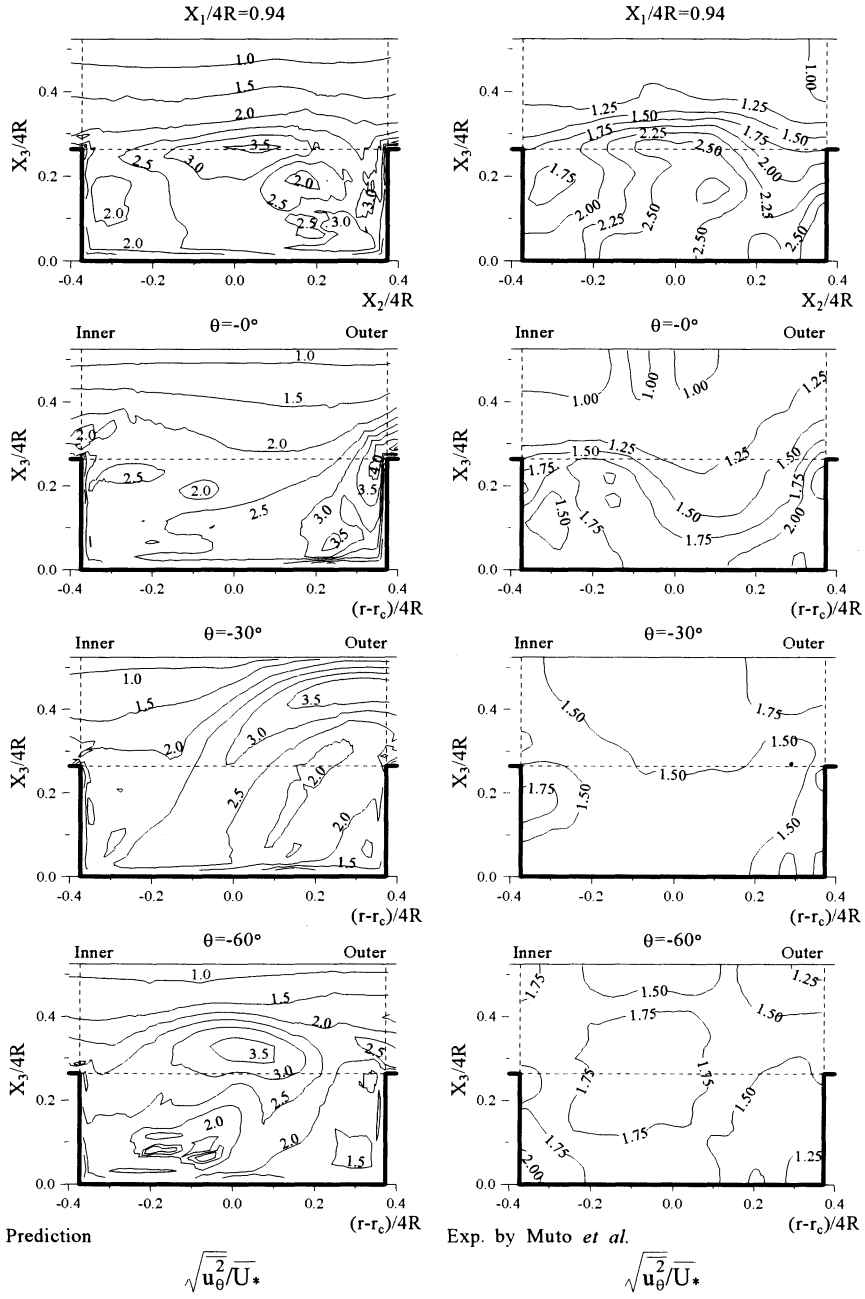

Fig.6(a) Comparison of fluctuating velocity along streamwise direction

Fig.4(b)には $\theta=0°$ 断面（第2の曲がり複断面開水路入口）から $\theta=60°$ 断面までの比較結果を示している．従って，図は下から上に向かい，上流から下流へと配置されている．両図とも低水路領域における主流方向速度を比較している．各等値線は，主流方向平均速度にて無次元化している．また，図において θ が負の場合，低水路断面の左側は内壁(Inner)を右側は外壁(Outer)を示し，正の場合，左側は外壁を右側は内壁を示す．

流入断面に相当する $\theta=-60°$ 断面における実験結果から，低水路内では比較的速度の遅い低速流体が存在するのに対し，Outer側の自由水面近傍には高速流体が形成される．低水路蛇行開水路部が複断面開水路流れにおいて抵抗として作用することを考えると，高水敷を流れる上層流はより抵抗の少ない，すなわち低水路蛇行開水路が存在しな

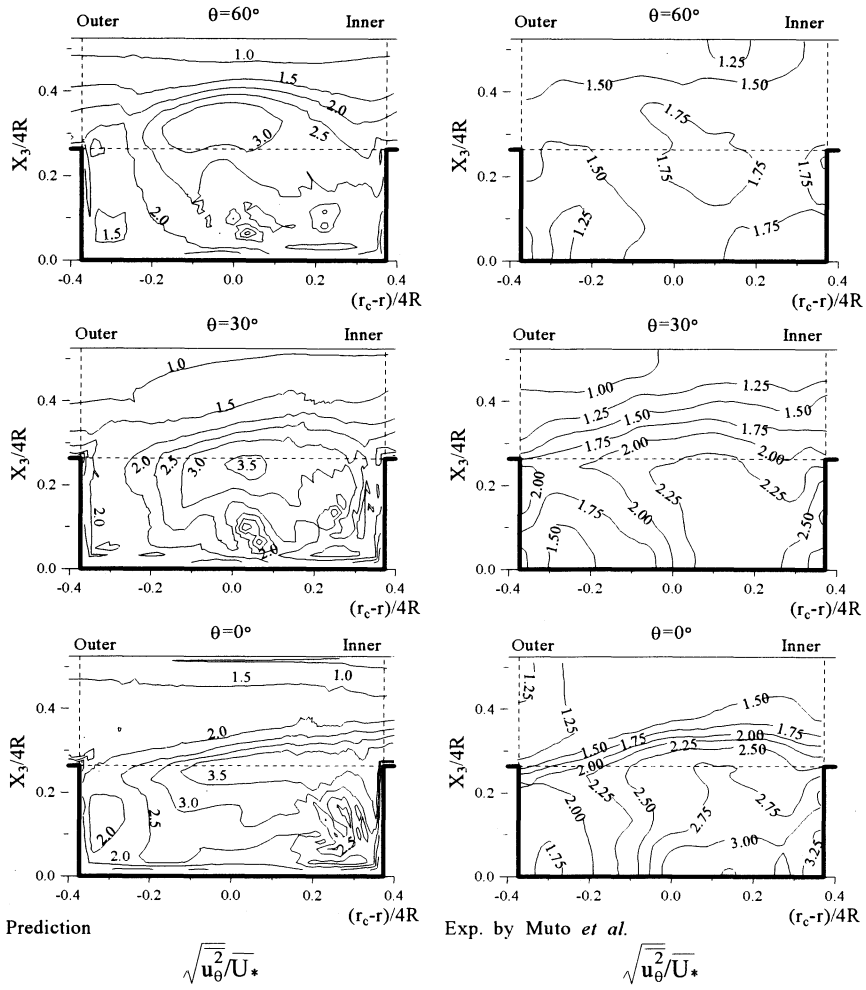

Fig.6(b) Comparison of fluctuating velocity along streamwise direction

い複断面開水路の左右側壁近傍を流れることになり，この領域で高速領域を形成することになる．一方，低水路領域における低速流体は下流に発達するにつれその流速を増し，$X_1/4R$=0.94断面では0.9と比較的大きな値を有することになる．その際，加速は低水路のInner側から始まり，θ =-0° 断面から分かるように低水路コーナ部で比較的大きな値を有し，その後，直線低水路ではこの高速領域は水路中央部へと移動していく．また，高水敷を流れる上層流と低水路を流れる下層流とが干渉する領域にて等値線間隔が比較的密に存在する．以上のようないくつかの特徴的現象を実験結果と大差なく数値解析も再現している．

Fig.4(b)から，第2の曲がり複断面開水路に流入すると低水路領域に形成された最大流速値は，曲がりが進むにつれ減少することが両結果から理解できる．蛇行開水路の半周期位置に相当する θ = 60° 断面の実験結果に着目すると，低水路河床近傍で低速流体が自由水面に向かって形成されることが，その等値線分布から理解できる．一方，数値解析結果も定量的に多少差はあるものの，同様な現象を予測し解析手法の妥当性を示している．こうした現象は，二次流れと強い相関を持つ．次にこの二次流れ分布の比較を行う．

Fig.5(a)，**(b)**に二次流れの比較結果を示す．両結果とも上流側から二次流れを見た結果を示している．一般に曲がり開水路流れでは遠心力，圧力勾配による力，さらに乱流拡散による力が作用し，これらの力のバランスにより二次流れは支配される．しかし，本解析のような流れの場合には，さらに高水敷を流れる上層流が低水路に形成される二次流れに影響を及ぼすことになる．両結果より二次流れは，θ =-60° 断面から-30° 断面に移行すると大きく変化することが分かる．

これは低水路が曲がることにより，高水敷を流れる上層流と交差角を生じ，その結果，低水路側壁に対し法線方向への上層流の分速が，低水路断面内に生成されるためである．この流れは θ =-

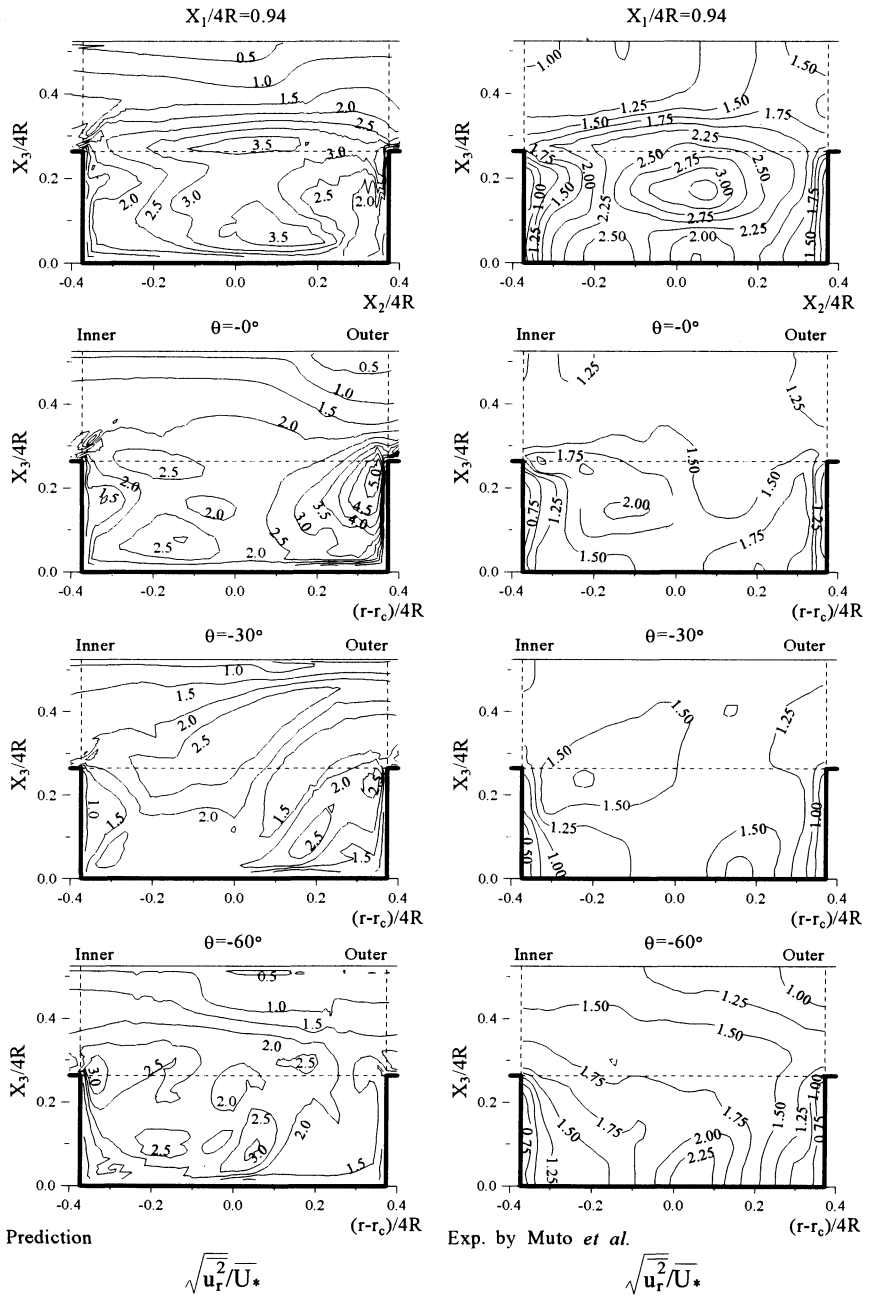

Fig.7(a) Comparison of fluctuating velocity along horizontal direction

30° 断面の二次流れ分布から明らかである．さらに流れの発達に伴って低水路Inner側に時計回りの渦を形成する．この渦は下流に発達するに従い低水路Outer側へと移動する．

また，Inner側から低水路に流入する二次流れは，上層流からの高速流体を低水路内に，Outer側から高水敷水路に向かう二次流れは低速流体を高水敷流路に移流する．このことは，**Fig.4(a)**に示した主流方向速度等値線分布からも理解できる．この移流現象の結果として低水路内に最大流速領域を形成することになる．こうした現象からも，この種の複断面蛇行開水路流れでは，高水敷の上層流が低水路流れに大きく影響を及ぼすことを推察できる．同時に，低水路流れ構造は低水路側壁の法線と高水敷側壁からの法線との交差角に大きく依存することも類推できる．数値解析は，θ＝-0° 断

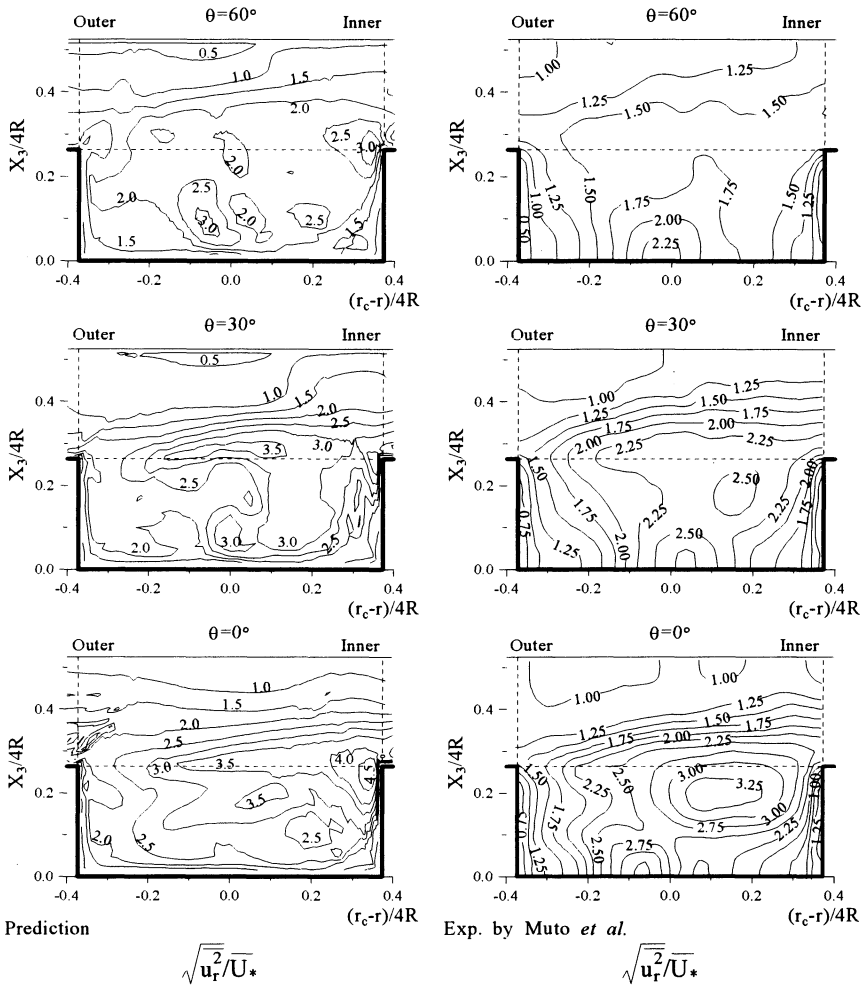

Fig.7(b) Comparison of fluctuating velocity along horizontal direction

面に生成される渦強度を小さく予測するものの，以上の特徴的現象を比較的良好に予測している．

Fig.5(b)は，第2の曲がり複断面開水路におけ二次流れ分布の比較結果である．両結果とも，半周期位置に相当する $\theta=60°$ 断面の二次流れは，流路入口の $\theta=-60°$ 断面の二次流れを下流から見た分布に一致しており周期的な流れが形成されていることを示唆している．また，その二次流れ強度は，第2曲がり開水路に流入すると減少する．数値解析結果も同様な傾向を示し，その流れを再現している．

(2)応力場の比較

Fig.6(a)，**(b)**は，流路に沿った主流方向の速度変動分布を比較した結果を示す．実験では河床勾配より平均摩擦速度を求め無次元化しているが，計算においても実験を踏襲し，断面内平均圧力を求め，さらに流れ方向への平均圧力勾配値より算出した平均摩擦速度（$\sqrt{(-d\bar{P}/dX_i)(4R/\rho U_b^2)}$）を用い無次元化している．**Fig.6(a)**の結果から比較的高い値が低水路内部に存在することが両結果から理解できる．一般に直線開水路流れにおいては，主流方向速度変動は壁面近傍に生成され，その流路断面内部に形成されることはない．これは高水敷を流れる上層流と低水路流れとが相互干渉し，強いせん断応力層を形成することに起因し，この種の蛇行曲がりを有する複断面開水路に特徴的現象と解釈される．**Fig.6(b)**の結果からもこの傾向は認められるが，実験結果の $\theta=-60°$，$60°$ 断面では，低水路内には高い値の応力は認められないのに対して，計算では他の断面同様に比較的高い値を予測している点で実験と異なる．

Fig.7(a)，**(b)**は，半径方向の速度変動分布の比較結果である．実験結果から $X_1/4R=0.94$，$\theta=0°$，$30°$ 断面の低水路内部にて高い値の応力が存在するのに対して，他の断面の低水路内部では，こうした高い値は認められず，低水路河床に比較的高い値を形成する．計算結果も $X_1/4R=0.94$，$\theta=$

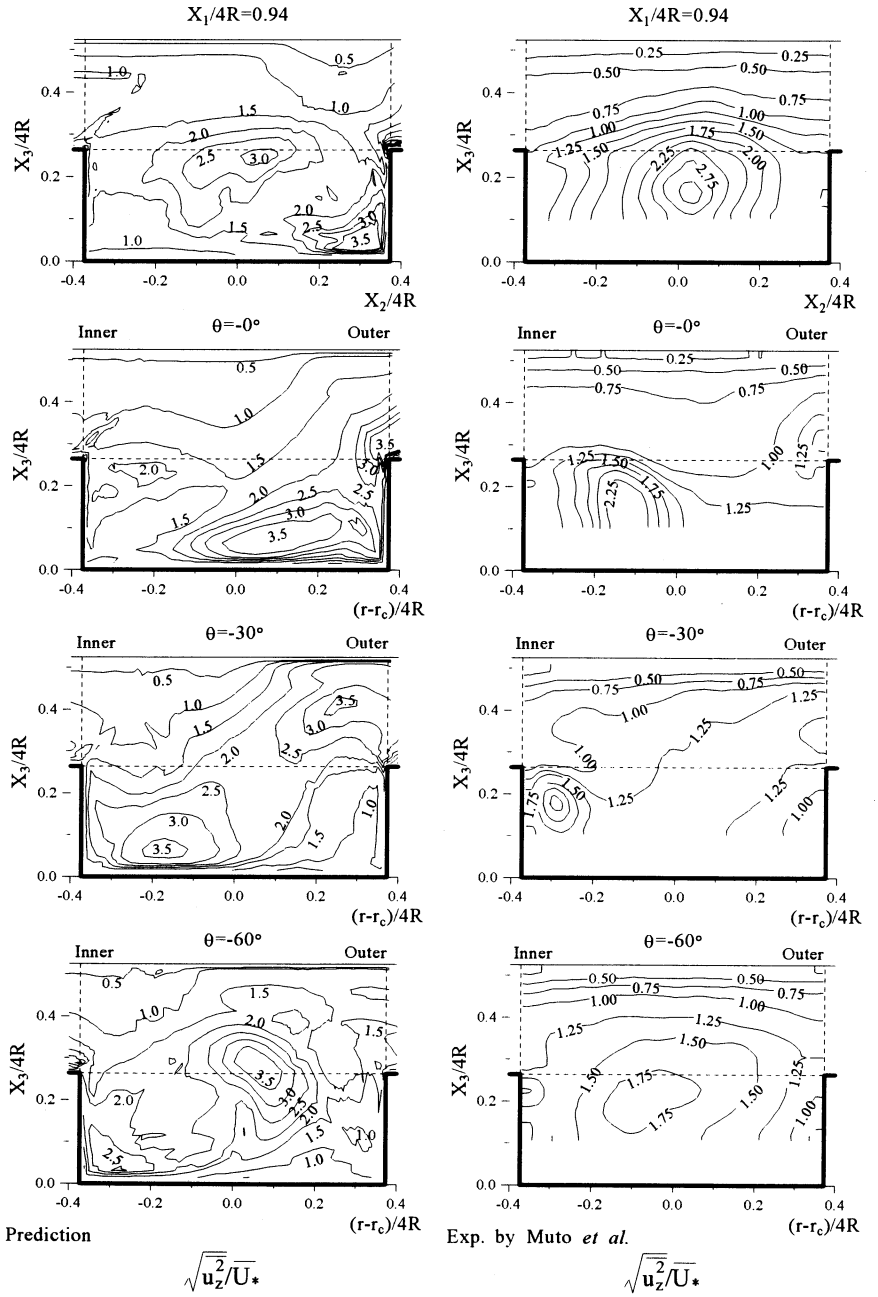

Fig.8(a) Comparison of fluctuating velocity along vertical direction

0°，30°の各断面で低水路内部に高い値を予測しており実験結果と一致している．また，計算結果は，$\theta=-0°$ 断面のOuter側壁，0°断面のInner側壁が高水敷河床と交差する領域近傍にて，その側壁側で最大応力値を予測している．こうした現象は実験では顕著には認められないが，これは低水路に流入した二次流れが，側壁近傍に近づくにつれ急激に減少し，半径方向速度の半径方向勾配値が大きくなる結果，半径方向速度変動の生成に寄与する項の一つである$-u_r^2\partial U_r/\partial r$が増大するためと解釈される．

Fig.8(a)，**(b)**は，鉛直方向の速度変動分布を比較した結果である．実験結果から，どの断面においても低水路流路に比較的高い応力が認められる．しかし，その比較的高い値を占める領域は各断面で異なる．計算結果もこうした傾向を再現してい

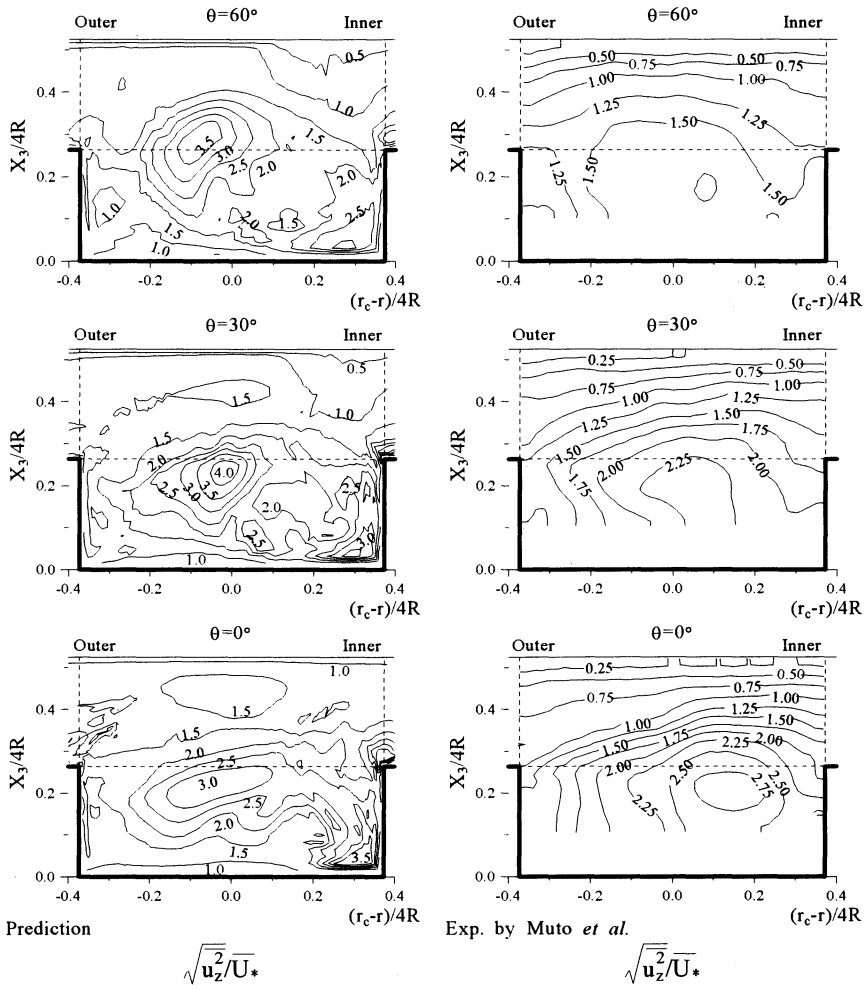

Fig.8(b) Comparison of fluctuating velocity along vertical direction

る．ただし，計算は流入断面に相当する $\theta=-60°$ 断面にて，最大応力値を実験値の2倍で予測し差異が認められる．さらに下流の $\theta=-0°$ 断面において，計算結果は，Outer側壁が高水敷河床と交差する近傍で高い値の応力値を予測している．実験値と比較すると，その値は異なるが実験値も同様に比較的高い値を交差領域近傍で示しており，両者で共通している．**Fig.8(b)**から，第2の曲がり複断面開水路においても，低水路流路に高い値の応力が存在することは両結果で共通するが，流入断面に相当する $\theta=-60°$ 断面での比較結果と同様，$\theta=60°$ 断面で計算結果は，実験値を大きく予測している．

一般に鉛直方向速度変動の生成項は，以下の式にて示される．

$$-2\overline{u_r u_z}\frac{\partial U_z}{\partial r}-\frac{2\overline{u_\theta u_z}}{r}\frac{\partial U_z}{\partial \theta}-2\overline{u_z^2}\frac{\partial U_z}{\partial Z} \qquad (4)$$

この種の複断面開水路流れの特徴が，高水敷を流れる上層流と低水路流れとの強い相互干渉流れであることを考慮すると上式で支配的な項は，せん断応力 $\overline{u_\theta u_z}$ を含む第二項であることが推察される．従って，鉛直方向の速度変動の最大値が生成される領域では，せん断応力 $\overline{u_\theta u_z}$ も高い絶対値を有することが類推できる．

また，以上に示した主流，半径，鉛直方向の各速度変動分布を比較すると，いずれの断面でも，他の速度変動を卓越する優位な速度変動は認められず，各速度変動が各断面の特有な位置で比較的高い値を示し複雑な乱流構造を有することが理解できる．また共通的な点として，高水敷を流れる上層流と低水路流とが相互干渉し運動量交換が活発に行われる $X_1/4R=0.94$ 断面では，いずれの速度変動も比較的高い値を水路中央部で示す点を指摘できる．

Fig.9(a)，**(b)**にせん断応力 $\overline{u_\theta u_z}$ の比較結果を示す．先に，せん断応力 $\overline{u_\theta u_z}$ と鉛直方向速度変動とが互いに強い相関関係にあることを示したが，計算結

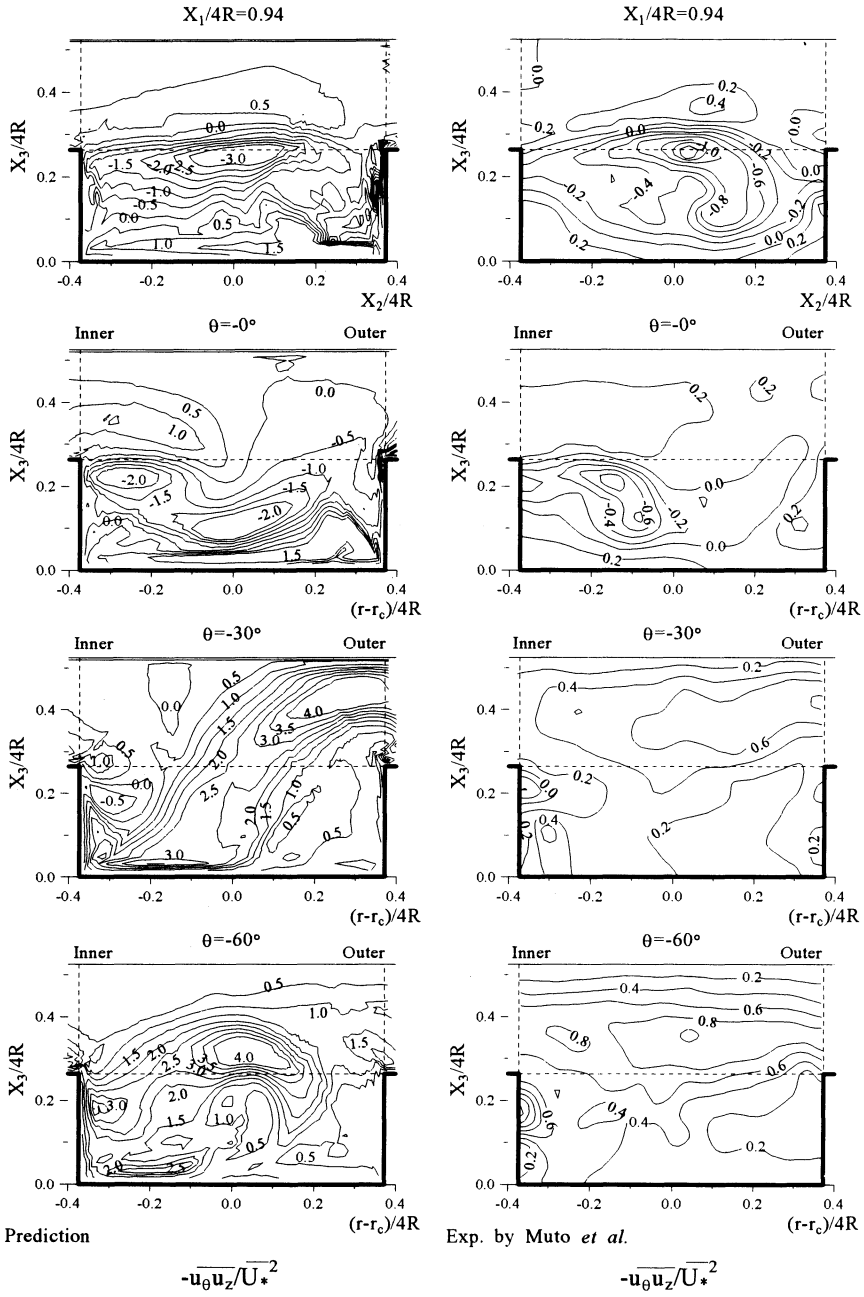

Fig.9(a) Comparison of shear stress between streamwise and vertical directions

果にて，そのせん断応力の絶対値の最大に注目すると，その生成位置は鉛直方向の速度変動にほぼ一致し，鉛直方向速度変動の生成にせん断応力$\overline{u_\theta u_z}$は大きく寄与することが理解できる．計算結果と実験結果とを比較すると，大きく異なる点として$\theta=-60°$，60°断面において計算結果は，低水路領域に大きな値を示す点を指摘できる．せん断応力$\overline{u_\theta u_z}$の生成が，主流方向速度の深さ方向速度勾配$\partial U_\theta/\partial Z$に影響されることを考えると，こうした差異は，計算では主流方向速度を大きく，また，その等値線分布を実験より密に予測していることがその差異要因の一つとして指摘できる．同時に代数応力モデルとすることにより，微分方程式にて示された近接空間での物理量の相互依存性が薄れることも，その差異要因と考えられる．さらに下流の$\theta=-30°$断面にて両結果を比較すると，計

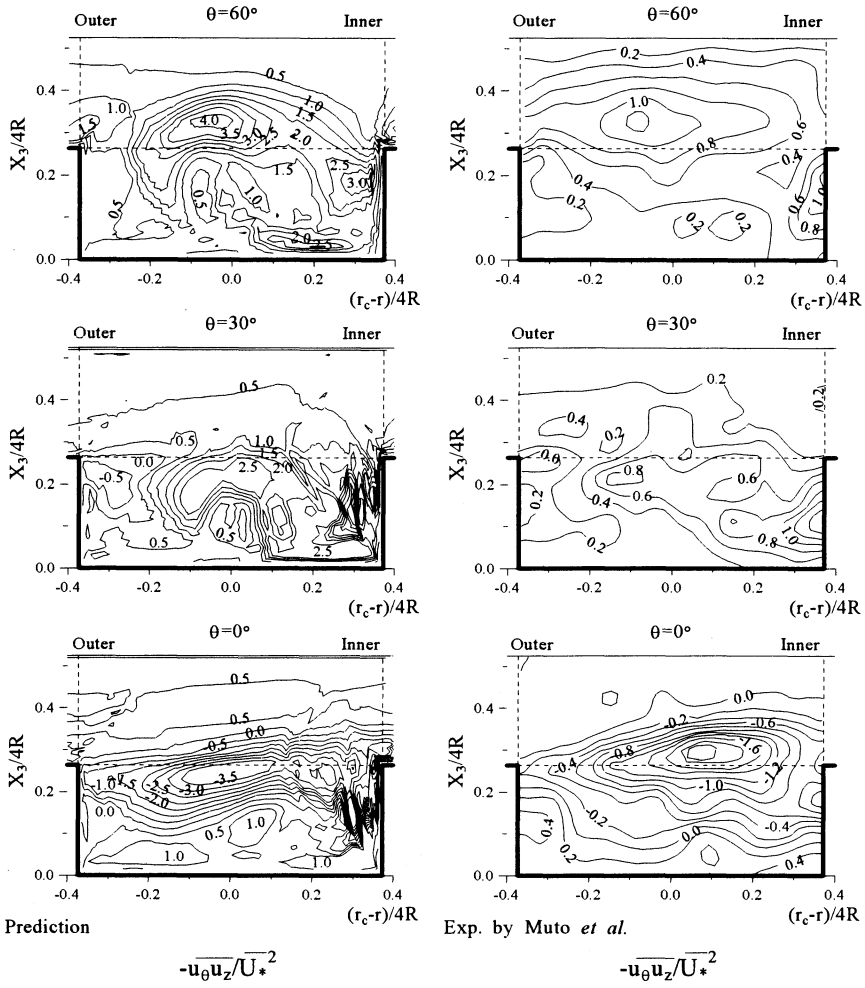

Fig.9(b) Comparison of shear stress between streamwise and vertical directions

算では上層の高水敷流路，および低水路河床壁上で高い値を示しているが，主流方向速度等値線の計算結果を考慮すると，こうした計算結果も主流方向速度の深さ方向速度勾配が大きく影響したためと解釈される．この意味から，計算結果は，主流方向速度分布の特徴的分布を反映しているものと考えられる．こうした計算結果に認められる傾向は，第2の曲がり複断面開水路流れ場においても同様である．

以上のような差異も指摘できるが，例えば零ラインに着目すると流入断面では形成されず，蛇行開水路部に流入するとInner側壁に現れ，その後，Inner，Outer側壁を結ぶように形成され出口部で消滅するが，計算もこうした現象を比較的良好に予測している．こうした異符号領域の生成は，その零ラインの存在を正確に予測することが不可欠であり，この零ラインは，主流方向速度の二次流れによる歪みに起因することを考慮すると，本解析手法は主流方向速度分布，二次流れ分布を比較的良好に予測しているものと思われる．

Fig.10(a)，**(b)**にせん断応力 $\overline{u_\theta u_r}$ の比較結果を示す．せん断応力 $\overline{u_\theta u_z}$ の分布と比較すると零ラインを挟んで異符号領域を形成するのは共通している．しかし，せん断応力 $\overline{u_\theta u_r}$ の場合，零ラインは概ね河床から自由水面に向かって伸びた分布となる．従って，形成される異符号領域のパターンは両者では異なる．例えば $\theta=-30°$ 断面の実験結果では，二本の零等値ラインが存在しInner側から正，負，正の順番で応力場を形成しているが，計算結果も同様な分布を予測している．しかし，計算は実験値を大きく予測する傾向にあることが，他の断面での比較結果からも推察できる．第2の複断面曲がり開水路に流入すると，その値は徐々に減少し $\theta=60°$ 断面では，他の断面と比較し値が小さくなることが，**Fig.10(b)**に示す比較結果から理解できる．

以上のように各応力場の予測に関しては，定量的な一致には至らないものの定性的には，その特徴的分布を再現した．代数応力モデルの場合，こ

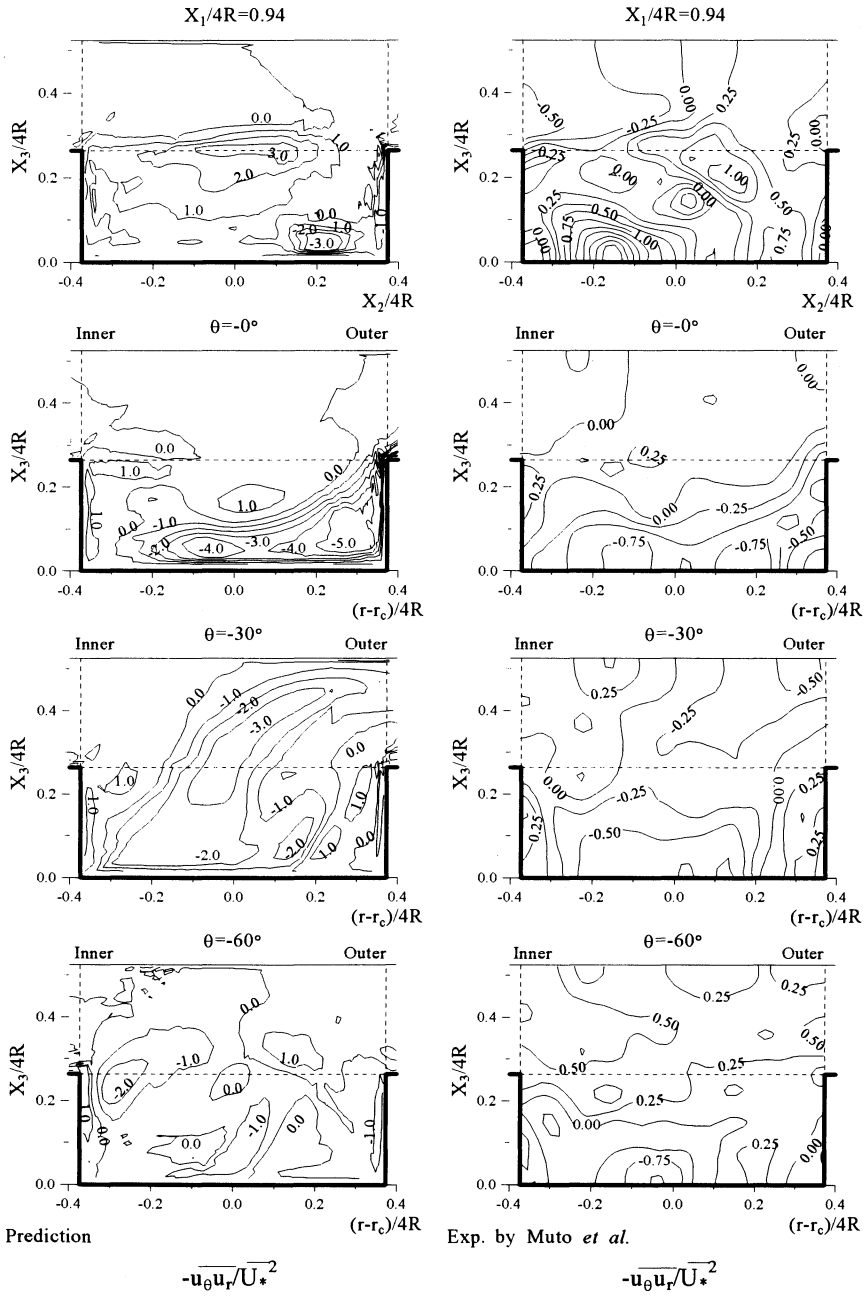

Fig.10(a) Comparison of shear stress between streamwise and radial directions

うした応力場の特徴的分布を再現するのは，各応力成分の主要項である生成項を，モデル化の必要なく直接的に厳密式で表現できる点に起因している．この点は，標準2方程式乱流モデルとは大きく異なり，平均速度場の予測に対してもより実際の流れを再現することになると考えられる．

(3)摩擦速度分布

自然河川では，常に河道の侵食，移流，堆積作用が発生し河道を管理する意味から，河道の三次元流動挙動を事前に把握することが不可欠である．河川氾濫を想定した複断面開水路流れにおいても同様であり，また自然災害を極力防止する意味からも重要である．ここでは，河道の侵食作用を知る上から計算結果を用いて摩擦速度分布を得るこ

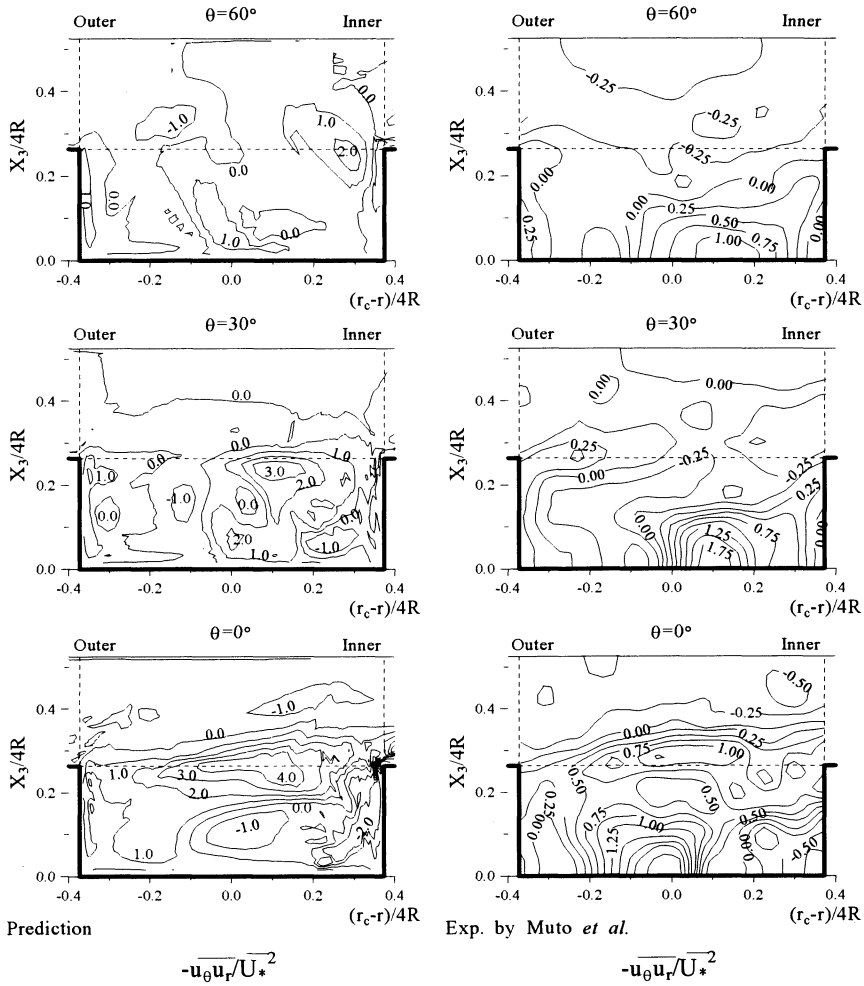

Fig.10(b) Comparison of shear stress between streamwise and radial directions

とを試みた．摩擦速度は壁面上のせん断応力を代表する物理量であり，この分布から侵食作用の程度を知ることができる．

Fig.11に河床壁上の局所摩擦速度分布を示す．この時，局所摩擦速度は対数速度分布から求め，断面内平均速度にて無次元化した．また，横軸の座標軸は，流入入口からの直線距離を表し径深の4倍で無次元化している．低水路の右側壁(Right wall)，左側壁(Left wall)はそれぞれ図の下部と上部に示し，側面から壁を透視した投影図として示してある．この時，上流側に視点を置いて右，左を定義している．

低水路河床に着目すると，摩擦速度の最大値が流入直後の直線低水路の右側壁近傍，出口流路に近い直線低水路の左側壁近傍に認められる．この位置は上層流と低水路流れの間で運動量交換が活発に行われる領域でもある．また，比較的高い値が流入断面から流出断面まで帯状に低水路河床に存在している．すなわち，流入断面の左側壁に認

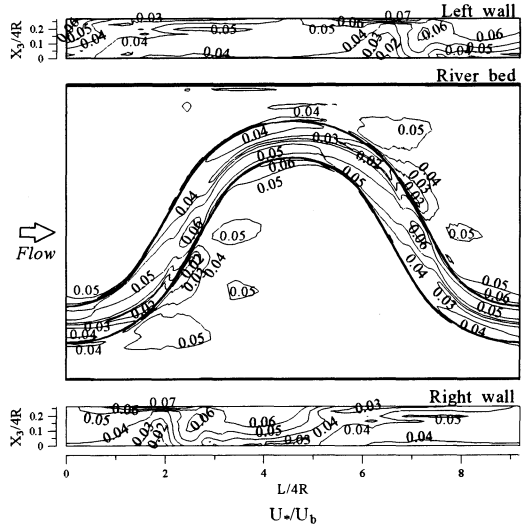

Fig.11 Distribution of friction velocity

められる高い値は，流れに沿って直線低水路の右側壁に向かい，その右側壁に沿いながら下流の直線低水路の左側壁に方向を変え，その後，左側壁に沿いながら流出断面に至る帯状分布を示す．こうした点は，低水路では，曲がり流路の内壁側に沿いながら侵食が作用し，特に高水敷の上層流れと低水路流れとの交差角が最も大きい，直線低水路で大きな侵食が存在することを示唆している．

高水敷河床に着目すると最大値は，水路の中間点手前の右側壁で，また流路出口近傍の左側壁で流れに沿う様に認められる．高水敷の場合には低水路の様に帯状分布は認められず局所的に高い値が認められる．かつ，その値が占める領域は僅かである．また，高水敷河床上の低水路後流領域で，0.05と比較的高い値が大きな領域で認められることも特徴的な点として指摘できる．このことは，高水敷河床では低水路の後流領域で，比較的広範に河床が侵食されることを意味している．

低水路の右側壁に注目すると，その最大値は上流に位置する直線低水路領域，およびそれに続く曲がり流路内にて形成される．直線低水路領域における最大値の発生は，低水路河床における最大値の位置と一致して，低水路河床も側壁も大きな侵食作用が発生することが理解できる．複断面蛇行開水路においては，この直線低水路の護岸が重要であることを示唆している．この最大値と隣接し，最小値を示す0.02の等値ラインが，上流部に山状の等値線分布となって認められるが，これは二次流れ分布から推察されるように，高水敷河床近傍の低速流体が，二次流れにより低水路河床壁まで移流されて，速度勾配が減少したためと解釈される．こうした特徴的現象は，左側壁の場合においても，同様に認められる．

5．結　論

複断面蛇行開水路流れを対象に，その複雑三次元乱流挙動を解析し以下の結論を得た．

(1)本解析手法は，低水路内の主流方向速度分布，および高水敷を流れる主流方向速度分布の特徴的な分布を定性的，定量的に再現した．

(2)二次流れ強度は低水路側壁の法線と高水敷側壁からの法線との交差角の大きい直線水路で最大値示しその交差角に依存する．解析結果は複雑に変化する二次流れを比較的良好に予測するが，渦度を実験値より小さく予測する．

(3)速度変動は，低水路内で比較的高い値を示し，特に高水敷の上層流と低水路流れが相互干渉し，強いせん断層を形成する領域に沿って最大値を示す．計算もこうした現象を再現するが，定量的には実験値を大きく予測する．

(4)せん断応力分布は，零ラインの発生により異符号領域が形成される点に特徴があり，計算結果もこうした点を再現している．

(5)計算結果より摩擦速度を算出し，その分布から侵食は蛇行開水路の直線水路で顕著であることを予測した．

(6)本解析手法は，複断面蛇行開水路の複雑乱流構造を解析することが可能であることを示した．

参考文献

1) Townsent, D.R.: An investigation of turbulence characteristics in a river model of complex cross section, *Proc. Institution of Civil Engineers*, Vol.40, pp.155-175,1968.
2) Prinos, P., Townsent, D.R. and Tavoularis, S.: Structure of turbulence in compound channel flows, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.111, No.9, pp.1246-1261, 1985.
3) Tominaga, A. and Nezu, I.: Turbulent structure in compound open-channel flows, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.117, No.1, pp.21-41, 1991.
4) 今本博健,石垣泰輔,藤沢寛:複断面湾曲開水路流れの水理特性について(1), 京都大学防災研究所年報,第13号B, pp.311-321, 1970.
5) 杉山均,秋山光庸,田中美恵子:複断面曲がり開水路流れの水理特性に関する研究, 応用力学論文集, Vol.1, pp.683-692, 1998.
6) Shiono, K. and Muto, Y.: Complex flow mechanisms in compound meandering channels with overbank flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.376, pp. 221-261, 1998.
7) 武藤裕則,塩野耕二,今本博健,石垣泰輔:複断面蛇行開水路流れの水理特性について(1), 京都大学防災研究所年報, 第38号B-2, pp.561-580, 1995.
8) 武藤裕則,今本博健,石垣泰輔,塩野耕二:複断面蛇行開水路流れの水理特性について(2), 京都大学防災研究所年報, 第39号B-2, pp.543-558, 1996.
9) Kiely, G.: Overbank flow in meandering compound channels, the important mechanisms, *Int. Conf. River Flood Hydraulics*, Wallingford, pp.207-217, 1990.
10) Sellin, H.J., Ervine, D.A. and Willetts, B.B.: Behavior of meandering two-stage channels, *Proc. Institution of Civil Engineers*, Vol.101, pp. 99-101, 1993
11) Ervine, D.A.,Babaeyan-Koopaei, K. and Sellin, H.J.: Two Dimensional solution for straight and meandering overbank flow, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.126, No.9, pp.653-669, 2000.
12) Patra, K.C. and Kar, S.K.: Flow interaction of meandering river with floodplains, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.126, No.8, pp.593-604, 2000.
13) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *Z. Angew. Math Mech.*, Vol.56, pp. T219-T221, 1976.
14) 杉山均,秋山光庸,山中和典,平田賢:縦筋を伴う三次元河川流路の乱流構造解析, 土木学会論文集, No.479/Ⅱ-25, pp.81-90, 1993.
15) 杉山均,秋山光庸,佐藤亮輔:矩形断面蛇行開水路流れの三次元乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No.628/Ⅱ-48, pp.149-161, 1999.
16) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H.: Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, *Proc. of Japan Soci. Civil Engrs,*, Vol.241, pp.155-168, 1975.
17) 杉山均,秋山光庸,松原珠:複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究, 土木学会論文集,

No.515/Ⅱ-31, pp.55-65, 1995.
18) 杉山均,秋山光庸,亀澤正之:曲がり開水路乱流の構造解析と二次流れ遷移に関する研究, 土木学会論文集, No.572/Ⅱ-40, pp.11-21, 1997.

(2001.10.2 受付)

NUMERICAL STUDY OF TURBULENT STRUCTURE IN COMPOUND MEANDERING OPEN-CHANNEL

Hitoshi SUGIYAMA and Takuya SAITO

Numerical analysis has been performed for the developing turbulent flow in compound meandering open-channel flow by using algebraic Reynolds stress model. The turbulent flow in compound meandering channel is one of the complicated turbulent flows, because the flow behavior is influenced upon many kinds of forces that are centrifugal force, pressure driven force and shear stress generated between main channel and flood plain. In order to set precisely boundary condition along complicated configuration, the boundary fitted coordinate system has been introduced in this analysis so that transport equations are transformed from the physical plane to the calculation plane. As a result of this calculation, it has been found that the present method is able to predict well the mean velocity distribution and the developing pattern of secondary flow that is especially affected by the flow over the flood plain. As for the comparison with Reynolds stresses, although the agreement with the experimental data is not perfect quantitatively, the present method is able to reproduce the characteristic features.