

三次元屈曲管路内のはく離乱流数値解析*

杉山 均¹⁾ 田中 達也²⁾ 人見 大輔³⁾

Numerical Analysis of Turbulent Separation Flow in a Rectangular Duct with Sharp 180-Degree Turn

Hitoshi Sugiyama Tatsuya Tanaka Daisuke Hitomi

Numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in a rectangular duct with sharp 180-degree turn by using an algebraic Reynolds stress model. Separation flow is pointed out as a characteristic feature in a duct with sharp turn. Therefore, it is interesting point whether the present method can correctly predict the flow separation in rectangular duct, or not. Calculated results are compared with the experimental data in order to examine the validity of an algebraic Reynolds stress model. The present method could reproduce the streamwise velocity and the secondary flow pattern of the experiment except for cross section located in downstream of flow separation. Characteristic features of normal stresses are predicted qualitatively but the presented method has tendency to underestimate the experimental results.

Key Words: Numerical Analysis, Computer Fluid Dynamics, Flow / Separation Flow, Algebraic Reynolds Stress Model ⑮

1. 緒 言

多くの自動車部品は、多種多様の形状を有する管路より構成され、同時に管路内流れは層流、乱流、はく離、旋回流、噴流など形状同様多種多様な流れ場にて構成される。その結果、管路内流れは伝熱効率、吸入効率、ポンプ効率など機器性能に少なからぬ影響を及ぼす。特にはく離現象は、機器特性に直接的に影響する現象であり、はく離位置、再付着位置、ならびにはく離流れの占める領域を事前に予測しておくことは、装置設計の上から重要なことである。しかし、はく離を伴う流れ場は、強い三次元性を示し流れは複雑である。かつ流れが乱流となると、乱流拡散による応力が作用し流れ場は、さらに複雑化し予測も困難となる。この観点からはく離流れは、予測する上で難しい流れの一つでもある。従って、はく離・再付着現象に関する研究については、実験、計算の両面から多くの研究が報告されている^{(1), (2)}。

一般に、はく離流れは、流路形状変化による圧力勾配変化に起因することから、形状的にはデフューザに代表される拡大流路、急峻な曲がりを有する U 字形状流路を対象とした計測結果に比較的多く報告されている。Buice - Eaton⁽³⁾、Obi ら⁽⁴⁾は、流入部の矩形断面アスペクト比が 1:35 の拡大管路を対象として二次元乱流場における乱流計測を報告している。

一方、U 字形状管路は、断面形状から円形と矩形断面とに、また、曲がり部が曲線で構成される曲がり管と、直線で構成される屈曲管路とに概略分類される。円形断面形状を有する曲がり管路を対象とした実験では、曲がり部における曲がり半径が大きく、はく離・再付着現象を伴う乱流計測結果は比較的少ない。むしろ、はく離流れは矩形断面を有する屈曲管路流れにおいて、計測結果が報告されている。Hsieh ら⁽⁵⁾は、矩形断面を有する屈曲管路内の流れを対象に、乱流計測結果を報告している。この種の屈曲管路が、タービン動翼の冷却流路として活用されることから、屈曲管路を回転させた場合の計測結果も同時に報告している。Iacovides ら^{(6), (7)}は、伝熱促進を図る目的で矩形断面を有する屈曲管路の側壁に微小リブを周期的に設けた場合の流動挙動を計測している。微小リブを設けることにより壁面近傍における乱れの非等方性が顕著となり、はく離流れとの相互干渉も絡んで流れは複雑に変化する。最近、中山ら⁽⁸⁾は、屈曲管路の屈曲部での流路幅を変化させた場合の乱流計測を報告している。彼らは、断面内における主流方向速度分布、二次流れ分布、レイノルズ応力分布の流れ方向変化をレーザ・ドップラ流速計により詳細に計測している。

一方、数値解析に関しても、多くの報告がなされている。Lin ら⁽⁹⁾は、正方形断面を有する曲がり管路、ならびに曲がり管路直線部に傾斜リブを設けた管路を対象とし、乱流モデルには SST(shear stress transport) $k-\omega$ モデルを用いて、速度場、温度場の解析結果を報告しているが、実験結果との比較はない。Jang ら⁽¹⁰⁾も、60° 傾いたリブを有する屈曲管

*2006 年 4 月 14 日受理. 2006 年 9 月 29 日自動車技術会秋季学術講演会において発表.

1)・3) 宇都宮大学大学院工学研究科 (321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2) (E-mail:sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp)

2) 宇都宮大学大学院工学研究科 大学院生

路の流れを対象に解析しているが実験との比較は報告されていない。Iacovides - Raisee⁽¹¹⁾は標準的な二方程式乱流モデル、レイノルズ応力輸送方程式モデルを用いてリブを有する正方形断面曲がり管路内の乱流場を解析し、実験結果と比較を行なっている。杉山ら^{(12)・(13)}は、代数応力モデルを用いて Iacovides らと同じ曲がり管路内の解析結果を報告している。

以上の U 字形状管路の研究を概観すると、実験、解析とも数多くの計算結果が示されているが、はく離流れまで定量的に計測された実験、計算による定量比較の報告例は少ない。この点、中山ら⁽⁸⁾は、はく離流れに関して定量的なデータを示し、さらに従来報告されていない断面内の速度分布、レイノルズ応力分布を示している。特に屈曲部の管路間隔が下流部の流動挙動に与える影響を明らかにする意味から屈曲部の管路間隔を三種類変化させ、乱流計測結果を報告している。この種の計測結果は、乱流モデル評価の観点からも有益である。そこで、本解析では、中山ら⁽⁸⁾の実験を対象に代数応力モデルにてはく離乱流場を解析することを目的とする。解析に際しては、三種類の屈曲部管路間隔の内、最も間隔が広い屈曲管路を対象に解析を行った。

2. 記 号

B	: Inner wall 厚さ
D	: 矩形断面の長辺
D_h	: 水力直径
H	: 矩形断面の短辺
P	: 壁面静圧
p	: 変動圧力
Re	: レイノルズ数 $U_b D_h / \nu$
$\overline{u_i u_j}$	: レイノルズ応力
U_b	: 断面内の主流方向平均速度
U_i	: i 軸方向の時間平均速度
X_i	: 直交座標系の i 方向座標軸
X_1^*	: X_1 軸方向座標軸の無次元長さ X_1 / D_h
X_2^{**}	: 屈曲管路中央断面位置
X_2^*	: X_2 軸方向座標軸の無次元長さ $(X_2 - (B/2)) / D$
X_3^*	: X_3 軸方向座標軸の無次元長さ $X_3 / (H/2)$
δ_{ij}	: クロネッカーのデルタ記号
ν	: 動粘性係数
ρ	: 密度

3. 解 析 手 法

3.1. 計算対象実験

解析対象とした中山ら⁽⁸⁾の実験装置の概略図、および座標系を図1に示す。流路は矩形断面形状の屈曲管路である。彼らは、屈曲部での流路幅、すなわち End wall と Inner wall との間隔を 30mm、50mm、70mm と 3 種類変化させて計測

を行っているが、本解析では、この間隔が 70mm の屈曲管路を対象とした。矩形断面の短辺長は 25mm、長辺長は 50mm である。作動流体には空気を用い、レーザ・ドップラ流速計にて測定し、トレーサ粒子には粒径 1~5 μm の微小水滴を用いている。レイノルズ数は、代表長さに水力直径、代表速度に断面内平均速度を用いて 3.5×10^4 である。

座標系は、主流方向を X_1 軸、これと直交する向きに流路幅に相当する水平方向を X_2 軸、深さに相当する垂直方向を X_3 軸と定義している。座標原点位置は、図1に示すように屈曲部の Inner wall 側の中央点に設けた。

3.2. 支配方程式

本解析のように非等方性の強い流れ場においては、レイノルズ応力場を正確に予測することが要求される。そこで、本解析ではレイノルズ平均化された運動量輸送方程式 (RANS)、レイノルズ応力輸送方程式を解くこととした。運動量、レイノルズ応力輸送方程式の各式は以下のように示される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (2)$$

レイノルズ応力輸送方程式を直接的に解くことは不可能であり何らかのモデル化が必要となる。数値計算を実行する上で障害となる左辺の対流項、拡散項に対しては Rodi⁽¹⁴⁾ 近似を用いてモデル化を行った。この近似より輸送方程式は、微分式形から代数式形に変換されることになり計算負荷の低減に寄与する。反面、微分方程式にて関係づけられた物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。レイノルズ応力輸送方程式の圧力・ひずみ相関項のモデル化も、乱れの再配分をモデル化する意味から重要となるが、この項のモデル化、ならびに定数系に関しては、別

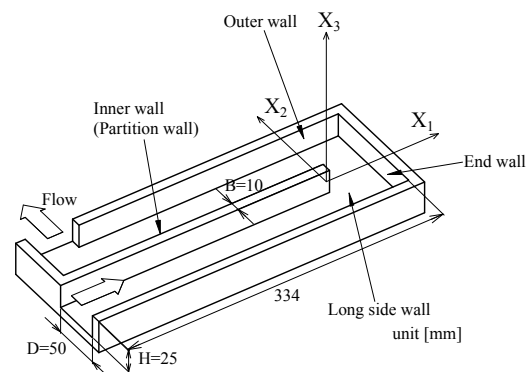


Fig.1 Schematic diagram of sharp 180-degree turn and coordinate systems

報⁽¹⁵⁾にて詳述した。

3.3. 数値解析

計算格子を図2に示す。管路全体の計算格子図、ならびに矩形断面内の計算格子配置を示している。図1に示す実験装置の流入側直管上流部にはチャンバーが設けられ流れは急縮小されて流入するが、計算においては、このチャンバー形状は考慮せず、直線管路部を実験と同じ長さで考慮した。また、出口側での流出は、実験装置では X_2 軸方向に流出させているが、計算では管路出口断面で自由流出境界条件を設定するために、水力直径の30倍の管路長をEnd wall から X_1 軸方向に設けて計算を行った。以上の流入、流出管路形状、出口境界条件の妥当性については、後述する実験結果との差異程度から影響は少ないものと判断した。計算格子数は流れ方向に218、断面方向に 45×23 の計算格子を設定している。計算格子依存性についても検討が必要であるが、実験結果との差異程度から判断し前述の計算格子数にて計算を実施した。計算対象領域は、矩形断面の全断面を対象とした。初期条件として、速度に関しては主流方向に一様流を与え、乱流エネルギー、乱流散逸値に関しては、 $k/U_b^2 = 1 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を流入条件として課した。

本解析で使用した乱流モデルは、高レイノルズ数型乱流モデルであり、乱流エネルギー、乱流散逸値の境界条件設定に関しては壁関数を用いている。その際に、対数速度分布を仮定することが必要となるが、滑面壁に対する一般的な対数速度分布を使用している。

計算諸量の格子点配置は同一点にて計算諸量を表すRegular Grid 法に依った。支配方程式の対流項差分近似は

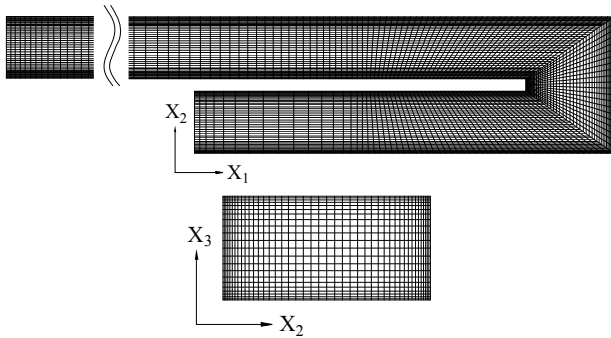


Fig.2 Grids layouts for top view and cross section

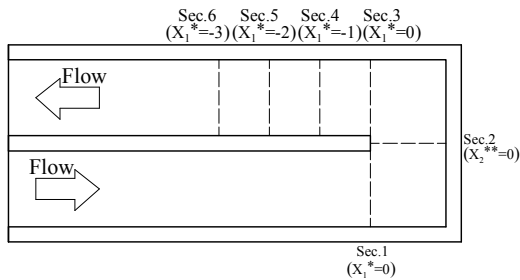


Fig.3 Locations of compared cross sections

QUICK 法を使用し、計算レイノルズ数は実験と同じ 3.5×10^4 である。解析に際しては、非直交系格子でも計算可能な境界適合座標系を導入した。

4. 結果と考察

実験では $X_1 - X_2$ 平面、矩形断面内での計測結果が報告されている。矩形断面内の計測は、図3に示すSec.1 からSec.6の断面の計測結果を示していることから、計算においてもこれらの断面を比較対象とする。

4.1. 平均速度場比較

図4に主流方向速度分布の実験、計算との比較結果を示す。速度は、管路断面内の平均速度 U_b にて無次元化して比較した。また、 $X_2^*=0$ 、 ± 1 はそれぞれ屈曲管路の内、外壁に位置する。

Sec.1 断面は屈曲部入口断面に相当する。円形断面曲がり管路では、最大速度は内壁側に形成されるが、本解析の屈曲管路でも内壁側に生成される。計算も同様にこの特徴的分布を再現している。これは外壁に沿う流れがEnd wall に阻まれ減速し外壁側に高い圧力が生成されることに起因している。Sec.2 は、屈曲部の中央に位置するが、零等値

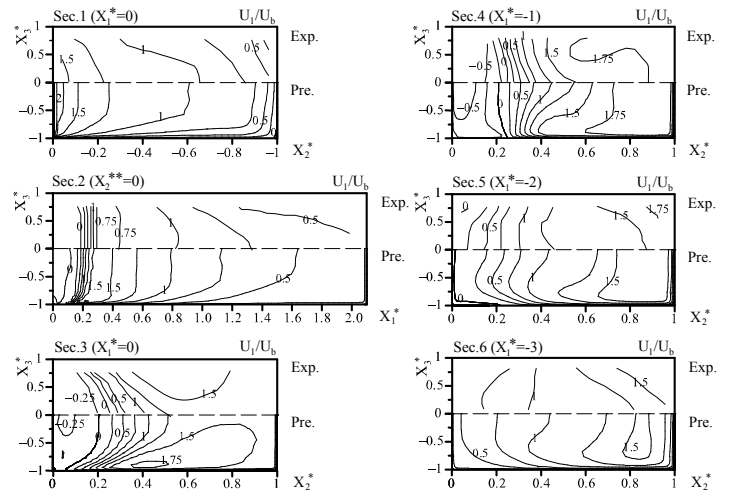


Fig.4 Comparison of streamwise velocity

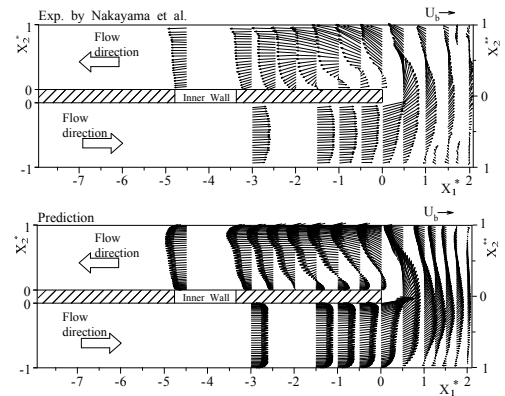


Fig.5 Comparison of streamwise velocity in $X_1 - X_2$ plane

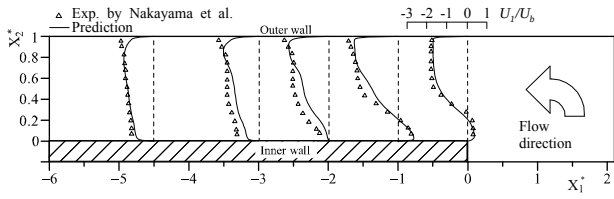


Fig.6 Comparison of streamwise velocity along X_2 axis

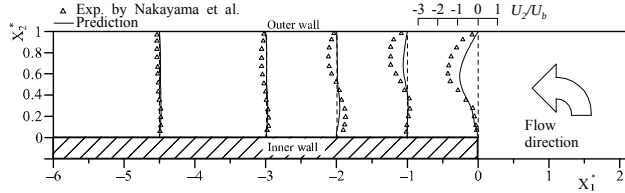


Fig.7 Comparison of horizontal velocity along X_2 axis

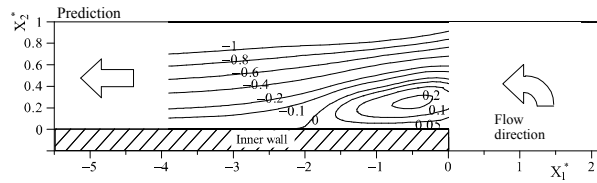
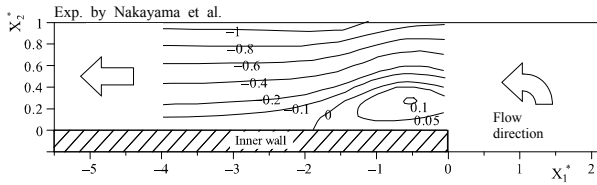


Fig.8 Comparison of separated flow in X_1 - X_2 plane

線が形成され、はく離流が存在することが理解できるが、計算もこの零等値線の位置を比較的良好に予測している。Sec.3 から Sec.5 は、大規模はく離が生成される屈曲部後流直管路に相当する。はく離領域の予測の観点から、零等値線に着目すると計算は、比較的良好に零等値線位置を予測している。Sec.5 断面の実験結果から内壁コーナ部に僅かな領域で零等値線を確認できるが、計算もコーナ部近傍にはく離領域が存在することを予測している。

図 5 は、 X_1 - X_2 平面、 $X_3=0.0$ での主流方向速度のベクトル線図を比較した結果である。屈曲下流部にて大規模なはく離が、屈曲部のコーナ部にて小規模なはく離が生成されることが実験結果から理解できるが、計算においても同様に認められる。また管路上壁に沿う速度ベクトルに着目すると、実験では比較的大きな値のベクトルが壁面に沿って存在するが、計算では $X_1^* = -2$ からの下流領域において上壁面から僅かに離れた位置で最大値を取り実験とは多少異なる。同時に、計算結果において大規模はく離領域にて速度分布の値に差が認められる。この点に関し、定量的比較を行う意味から主流方向速度、 X_2 軸方向速度の局所な位置での比較を行った。それぞれの比較結果を図 6、図 7 に示す。主流方向速度分布を比較すると、 $X_1^*=0$ で計算は、実験値を良好に再現するものの、下流に発達するに従い多少差異が認められる。また、計算では $X_1^* = -2$ 以降の上壁近傍で、速度は減速し境界層の存

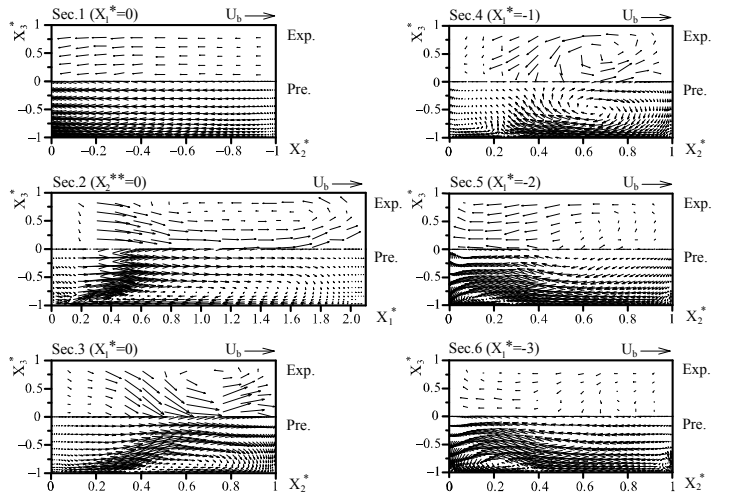


Fig.9 Comparison of secondary flow vectors

在を示唆しているが、実験では壁面近傍での減速現象は認められない。はく離領域が存在する $X_1^*=0$ から -2 の領域にて主流方向速度は加速され上壁近傍での減速現象は抑制されるが、はく離領域を通過した後は、流れは減速し上壁面近傍に速度の減衰領域が生成されるものと推測される。

特に実験と差が認められるのは、図 7 に示す X_2 軸方向速度であり、いずれの位置においても計算は、実験値より小さな値を予測している。 X_2 軸方向速度は、内壁側に存在するはく離領域のため内壁から外壁に向かう流れを形成するが、 $X_1^* = -2$ では、外壁から内壁に向かう流れが内壁近傍に存在する。計算は、値は小さいが同様の傾向を予測している。これは、はく離流れが再付着点に近づいたことを示唆している。

そこで、はく離・再付着点の定量的な比較を行う意味から実験で示された流れ関数値を求め比較した。一般に流れ関数は二次元場のみに適用可能であるが実験を踏襲し比較した。比較結果を図 8 に示す。実験結果から再付着点は $X_1^* = -2$ 近傍に存在するが、計算も、 $X_1^* = -2.1$ 近傍に予測し比較的良好に実験値を再現している。複雑な三次元剥離流れであるが、本解析手法は妥当な予測を示している。しかし、はく離領域の流れ関数値を比較すると計算は実験値より大きな値を予測する傾向にある。

図 9 は、二次流れベクトル線図を流れ方向に沿って実験と比較した結果を示す。Sec.1 では、外壁から内壁に向かうような二次流れが形成されることが両結果から分る。円形断面の曲がり管路入口でも、外壁から内壁へ向かうような二次流れが観測される。これは流路断面内で、内壁側に比較して外壁側での高い圧力に起因している。屈曲管路部の Sec.2 における実験結果からは、内壁から外壁に向かう二次流れが上壁近傍で反転し、循環流を形成していることが分るが、計算でもこの循環流を予測する結果となっている。

Sec.3 から Sec.5 は、はく離領域に相当する領域である。Sec.3, 4 の実験結果から、内壁側にはく離が発生し、はく離

領域内で二次流れは、非常に小さな値を有すること、一方、外壁側にて二次流れは比較的大きな値を有し、広い領域で循環流を形成することが理解できる。計算も、計測された二次流れの特徴を再現している。Sec.5 は再付着点近傍に位置する断面であるが、計算では内壁側コーナ部に循環流を予測しているが、実験では認められない。内壁に向かう流れが断面内で形成されている点は、両結果とも共通している。

Sec.6 は、再付着点後流に位置している。実験では、二次流れ強度の減衰が顕著であるが、計算では実験ほどの減衰は認められなかった。また、計算では Sec.5 の内壁側コーナ部に認められた循環流が発達することを予測している。同時に外壁側のコーナ部に新たな循環流が形成されることも予測している。

最近、中山ら⁽¹⁶⁾は、同一矩形断面アスペクト比の屈曲管路内流れを PIV にて計測した結果を報告している。レイノルズ数は 2.0×10^4 、測定位置も多少異なるが、その二次流れベクトルを比較すると、計算で予測した Sec.5, 6 の内壁側近傍に生成される渦が明瞭に計測されている。本計算結果は、中山ら⁽¹⁶⁾の最新の計測結果と一致しており解析結果の妥当性を示している。中山らはレーザ・ドップラ流速計⁽⁸⁾、PIV 計測⁽¹⁶⁾の不確かさも報告しており、レーザ・ドップラ流速計の場合、平均速度については 6%、変動強度については 12% 程度と、PIV 計測の場合はそれぞれ 4%、9% 程度と報告し PIV 計測の方が誤差の少ない計測結果であることを報告している。

4.2. 変動速度場比較

図 10 は、主流方向変動速度を実験と計算で比較した結果である。値は管路断面内の平均速度 U_b にて無次元化し比較した。屈曲管路入口に相当する Sec.1 では、外壁側に比較的高い値が大きな領域で生成される。計算はこの傾向は再現するものの実験値より小さな値を予測している。Sec.2 の実験結果から最大値は内壁付近に 0.3 の値が生成される。計算も内壁付近に高い値を予測している。この内壁側での高い値は、はく離せん断層位置と符合する。また、計算での最大値は長辺壁近傍の $X_1^*=0.3$ 近傍に認められる。計算は全領域で値を小さく予測する傾向にある。

はく離領域に相当する Sec.3 から 5 の実験結果は、いずれの断面においても最大値が長辺壁の $X_2^*=0.2$ 付近に生成されている。一方、計算では Sec.3 においては、値は小さいものの同様の傾向を示している。しかし、それ以降の断面では断面中央部に最大値を予測して、実験結果とは異なる。Sec.6 では、実験では等値線数が少なく不確かさもあるが内壁側に大きな値を形成することが分かる。計算も同様の結果を示す。

図 11 は、 X_2 軸方向、すなわち矩形断面の長辺に沿う水平方向変動速度を実験と計算とで比較した結果である。実験では、いずれの断面においても長辺壁に沿い高い値が生成されているが、計算は断面により最大値位置は変化する。Sec.2 において実験では、長辺壁に最大値が形成されているが、計算

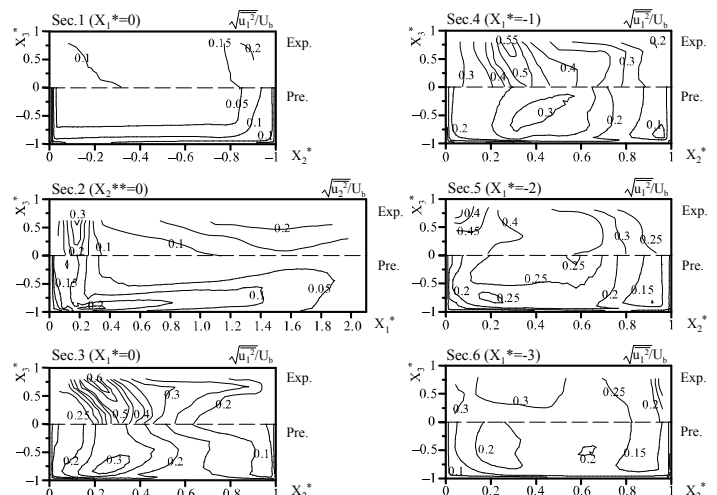


Fig.10 Comparison of streamwise fluctuating velocity

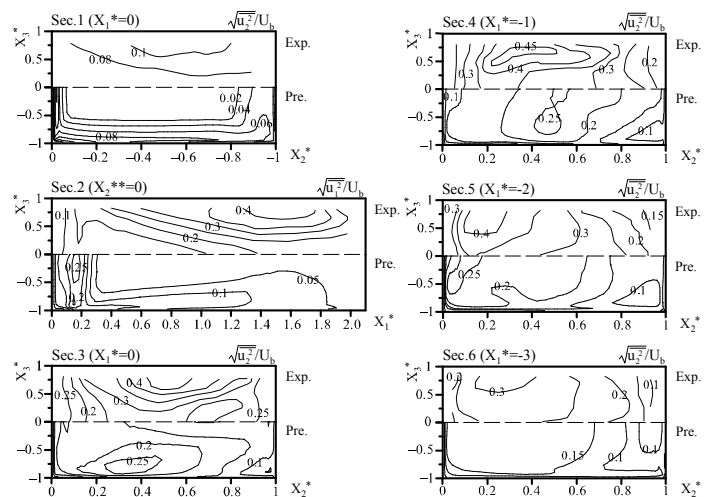


Fig.11 Comparison of horizontal fluctuating velocity

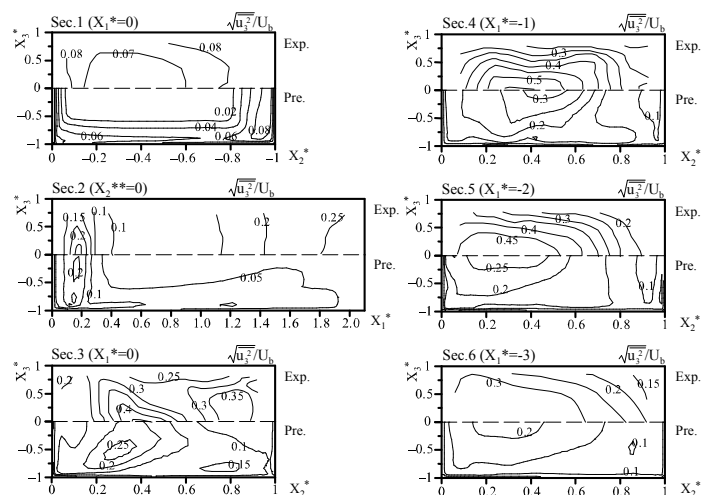


Fig.12 Comparison of vertical fluctuating velocity

では、はく離せん断層が形成される $X_1^*=0.15$ 付近にて最大値を予測している。はく離領域での実験結果の特徴的現象として、比較的高い値が長辺壁から離れた領域に形成されることを指摘できる。水平方向変動速度値は、その生成項から明ら

かなように速度勾配 $\partial U_2 / \partial X_1$, $\partial U_2 / \partial X_2$, $\partial U_2 / \partial X_3$ により支配される。従って、直線管路などでは壁面近傍での速度勾配が支配的となり壁面近傍にて高い値を示すことになるが、本解析のような屈曲管路では、壁面から離れた位置に高い値を示している。このことから、主流方向への水平方向速度成分の変化が大きいことが推察される。

図 12 は、 X_3 軸方向、すなわち矩形断面の短辺に沿う鉛直方向変動速度を実験と計算とで比較した結果である。鉛直方向変動速度は、はく離流れのない領域においては短辺壁にて大きな値を生成するものと推察される。Sec.1 において、実験では壁面近傍での計測値が示されていないため最大値を特定できないが、計算では、内外の短辺壁面近傍にて高い値を示す結果となった。さらに屈曲部の Sec.2 において、実験は外壁側とはく離せん断層近傍で高い値を示しているが、計算は、はく離せん断層付近にて最大値を形成する。Sec.3 から 5 の断面においては、最大値は管路中央部に形成されることが実験から計測されているが、計算も同様の傾向を示している。同時に、その最大値も下流に流れるに従い減少することが両結果から理解できる。管路中央部にて比較的高い値が形成される現象は、特にはく離領域にて顕著であることから、はく離領域で主流方向への垂直方向速度成分の変化が大きいことに起因するものと推察される。従って、はく離流れを伴う場合の特徴的現象と思われる。

5. 結 論

三次元屈曲管路内の大規模はく離流れを伴う非等方性乱流場を対象に代数応力モデルにて解析した。解析結果を実験結果と比較し以下の結論を得た。

- (1) 本解析手法は、主流方向速度分布を比較的良好に予測する。断面内での等値線分布を比較すると、零等値線が存在するが、この生成位置も良好に再現している。
- (2) はく離・再付着点位置予測に関して、流れ関数値にて比較すると、本解析手法は、はく離再付着点位置を再現した。しかし、はく離内部領域を定量的に予測するには至らない。
- (3) 本解析手法は、はく離を伴う複雑な二次流れを再現した。ただし、はく離・再付着点近傍、その下流位置において計算では短辺壁近傍に循環流を予測している
- (4) はく離領域において管路中央部に比較的高い値の変動速度が形成される。特にこの傾向は鉛直方向速度変動に顕著であるが、本解析手法も、この種の特徴的分布は再現する。しかし、定量的には実験値より小さな値を予測する傾向にある。
- (5) 定量的に差はあるものの三次元屈曲管路内の大規模なはく離乱流の特徴的現象を代数応力モデルにて予測することが可能であることを示した。

参 考 文 献

- (1) Liou, T.M., Chen, C.C., Chen, M.Y. : Rotating effect on fluid flow in two smooth ducts connected by a 180-degree bend, Trans. ASME, J. Fluids Eng., 125, pp. 138-148 (2003)
- (2) Apsley, D.D., Leschziner, M.A. : Advanced turbulence modelling of separated flow in a diffuser, Flow, Turbulence and Combustion, 63, pp. 81-112 (1999)
- (3) Buice, C.E., Eaton, J.K. : Experimental investigation of flow through an asymmetric plane diffuser, TSD-107, Dept. of Mech. Engng. Stanford University, (1997)
- (4) Obi, S., Aoki, K., Masuda, S. : Experimental and computational study of turbulent separating flow in an asymmetric plane diffuser, Ninth Symp. on Turbulent Shear Flows, p. 305 (1993)
- (5) Hsieh, S.S., Chen, P.J., Chin, H.J. : Turbulent flow in a rotating two pass smooth channel, Trans. ASME, J. Fluids Eng., 121, pp. 725-734 (1999)
- (6) Iacovides, H., Jackson, D.C., Kelemenis, G., Launder, B.E., Yuan, Y.-M. : Experiments on local heat transfer in a rotating square-ended U-bend, Int. J. of Heat and Fluid Flow, 20, pp. 302-310 (1999)
- (7) Iacovides, H., Rasee : Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades, Int. J. of Heat and Fluid Flow, 20, pp. 320-328 (1999)
- (8) 中山 浩, 廣田真史, 藤田秀臣, 山田 武, 小出裕輔 : 180° シャープターンをもつ長方形流路内の流動特性, 日本機械学会論文集, B69, 681, pp. 151-159 (2003)
- (9) Lin, Y.L., Shih, T.I., Stephens, M.A., Chyu, M.K. : A numerical study of flow and heat transfer in a smooth and ribbed U-duct with and without rotation, Trans. ASME, J. Heat Transfer, 123, pp. 219-232 (2001)
- (10) Jang, Y.J., Chen, H.C., Han, J.C. : Computation flow and heat transfer in two-pass channels with 60 deg ribs, Trans. ASME, J. Heat Transfer, 123, pp. 563-575 (2001)
- (11) Iacovides, H., Rasee, M. : Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades, Int. J. of Heat and Fluid Flow, 20, pp. 320-328 (1999)
- (12) 杉山 均, 渡辺智力 : リブ付き粗壁面を有する正方形断面 180° 曲がり管路流れの 3 次元乱流解析, 日本原子力学会和文論文誌, 2, 1, pp. 24-31 (2003)
- (13) 杉山 均, 渡辺智力 : 回転を有するリブ付き粗壁面を有する正方形断面 180° 曲がり管路内流れの 3 次元乱流解析, 日本原子力学会和文論文誌, 2, 2, pp. 88-98 (2003)
- (14) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculation the Reynolds stresses, Z. Angew. Math. Mech., 56, pp. 219-221

(1976)

(15) Sugiyama, H., Hitomi, D.: Numerical analysis of developing turbulent flow in a 180° bend tube by algebraic Reynolds stress model, Int. J. Numer. Meth. Fluids, 47, pp. 1431-1449 (2005)

(16) 中山 浩, 廣田真史, 小野靖洋, 藤田秀臣: 異なる流路アスペクト比を持つ矩形断面往復流路内乱流の流動解析, 日本機械学会論文集, B71, 703, pp. 781-788 (2005)