

研究論文

1064. 粗面壁および滑面壁を有する矩形管路内の乱流構造解析 代数応力モデルによる簡易解析法の適用性

杉山 均*, 秋山光庸*, 高橋利彰**

*Numerical Analyses of Turbulence Structure in Rectangular Ducts
with Rough and Smooth Walls*

Applicability of Simple Analysis Method using Algebraic Reynolds Stress Model

By Hitoshi SUGIYAMA,
Mitsunobu AKIYAMA and Toshiakira TAKAHASHI

A numerical analysis has been performed for fully developed turbulent flow in a rectangular duct with smooth and rough walls by using algebraic Reynolds stress model. The wall functions and the universal law of the wall, which are used as the boundary conditions of turbulent energy and dissipation, apply in the present analysis instead of taking shape of roughness element into account. Therefore, the roughness enters through the log law relating the velocity at the first grid point away from the wall with the friction velocity. Two kinds of turbulent flows are examined, i.e., one is the turbulent flow in a rectangular duct with two roughened facing walls and the other is that flow in a rectangular duct with longitudinal ridges located lower and upper walls. These two kinds of calculated results are compared with experimental data each other. As for the comparison of rectangular duct with two roughened facing walls, the present calculated results show less distortion of streamwise velocity than the experimental data. This discrepancy may be attributable to assumption of the uniform roughness wall in calculation and separated flow observed in the experiment. On the other hand, calculated results of rectangular duct with ridges show a reasonable agreement in the streamwise velocity and the distributions of the Reynolds stresses. These examinations suggest the validity of the present method using the wall functions.

KEYWORDS : numerical analysis, secondary flow, separated flow, turbulent flow, roughened wall, algebraic Reynolds stress model, wall function, rectangular duct, stream velocity

I. 緒 言

伝熱促進の向上を図る意味から、原子力プラントの構成要素である熱交換器の伝熱管、あるいは冷却材と熱交換を行う核燃料棒の伝熱面を、粗面壁とすることが考えられる。同時にこうした粗面壁を伴う乱流場は、運動量交換をさらに助長し複雑な現象を提示し、原子力工学に留まることなく各種の工学分野にて興味を持たれている。例えば、流れと直交する方向に微小高さを有する突起を流れ方向に周期的に配列し粗面壁を設けることは、伝熱促進手法の最も代表的で簡便な方策である。

伝熱促進手法は各種の熱交換器に見受けられるが、この突起高さの違いによって生成される2次流れは、第1種2次流れと第2種2次流れとに区分される。両者の2次流れ

がどの程度の突起高さを境に区別できるかは難しいが、両者はその生成機構により分類される。第1種2次流れは圧力勾配によって生成される2次流れである。第2種2次流れは乱れの非等方性に起因する流れで主流方向平均速度の2~4%と微弱ではあるが、運動量輸送、熱輸送に影響を及ぼす結果、各種特性量に少なからぬ影響を与える。ポンプ動力を極力抑え、伝熱促進効果を図ろうとする場合には、圧力変化を伴わず圧力損失が第1種2次流れの場合よりもかなり小さな後者の第2種2次流れ生成による手法が得策と思われる。こうした粗面壁を設け壁面近傍の圧力勾配、あるいは非等方性乱流の生成、ひいてはこの種の流れに特徴的な第1種、第2種2次流れの強度、およびその流動パターンを大きく変化させ、伝熱促進の向上を図ることができる。

粗面壁を有する乱流場を対象にした実験解析は非常に少ないが、Humphrey-Whitelaw⁽¹⁾、藤田ら⁽²⁾⁽³⁾および廣田ら⁽⁴⁾によって報告されている。特に藤田⁽²⁾⁽³⁾、廣田ら⁽⁴⁾は温度場も含め系統的な実験解析を行っている。最近では長方形断面を有する管路の対向する2面を粗面壁とし、残り

* 宇都宮大学大学院工学研究科エネルギー環境科学専攻
(Energy and Environ. Sci., Graduate School of Eng.,
Utsunomiya Univ.)

** 日立建機(株) (Hitachi Constr. Machinery Co., Ltd.)
(1997年7月23日 受理)

の壁面を滑面壁とした場合の管路内乱流構造を廣田ら⁽⁵⁾は報告している。さらにHirotaら⁽⁶⁾は、第2種2次流れの生成機構を解明する意味から、過度輸送方程式を構成する各項の評価を報告している。

一方、流れと平行に微小突起を設け粗面および滑面壁を形成した場合、その流動挙動は前述の流れ場とは大きく異なる。例えば、この微小突起間隔を縮めて配列させた形状として、摩擦抵抗の低減を図ったリブレットがあり、流体力学分野より多くの研究が報告されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。原子力工学分野においても核燃料棒の表面積を大きくする意味から、流れ方向に沿って突起形状粗面を設けることなどが考えられる。

この種の粗面は河川工学分野からも興味ある現象を提示している。直線河川の河床には、流れと平行にかなり整然とした縦筋(sand ridge)が等間隔に形成される。これは乱流場においてのみ観察される特徴的な現象であり、乱れの非等方性により誘起される第2種2次流れに起因することが実験より明らかにされている。Nezu-Nakagawa⁽⁹⁾はこの縦筋を台形断面突起にて、Tominaga-Nezu-Nagao⁽¹⁰⁾は微小三角形断面突起にて模擬し、その乱流構造および縦筋を挟んで対の第2種2次流れが存在することを報告している。また、Müller⁽¹¹⁾はその微小突起形状を設けることなく、縦筋を滑面壁で、縦筋にて挟まれる領域を粗面壁で置き換え、レーザ流速計にて第2種2次流れの存在を確認している。

各種輸送用管路では長い間に管壁の浸食、あるいは輸送媒体の微小スケールが堆積し粗面壁を形成する場合も認められ、粗面壁を有する管路内の流動挙動および乱流構造を明らかにすることは工学的に重要である。こうした観点から、粗面壁を有する曲がり管路内の流動挙動が須藤ら⁽¹²⁾により報告されている。

以上の実験解析に対して、数値解析では非等方性乱流の正確な予測が必要となるが、それらの解析例は実験同様少ない。筆者らは、流れに直交する方向に微小突起を配列した粗面壁乱流に対して代数応力モデル、粗面壁での対数速度分布および壁関数を利用し一様粗面壁を仮定することより、その3次元乱流構造を温度場も含め数値的に予測した⁽¹³⁾。この手法は、突起形状を考慮することなく乱流エネルギーおよび乱流散逸に対する境界条件を通して、間接的にその影響を考慮するものであり、比較的簡便に乱流構造を予測することができる点に特徴がある。

一方、流れと平行に突起が存在する流れに対しては、Nezu-Nakagawa⁽⁹⁾の流れを対象に、境界適合座標系を導入し、その台形断面突起形状を考慮した解析を行い、比較的良好にその3次元乱流構造が予測できることを示した⁽¹⁴⁾。こうした突起が流れと平行にある間隔をもって配置された壁面は、突起が占める面積に比較し滑面壁が占める面積が大きく壁面全体を一様粗面と仮定できない。このような滑面および粗面壁が共存する流れ場に対し、その突

起形状を考慮することなく、壁関数を用いる手法にてその3次元乱流構造を定量的に評価し、その可能性について新たな知見を示しておくことは工業上ならびに研究上から重要なことである。3次元乱流現象を解析するには多くの計算時間を要し計算結果が設計、開発へ活用されるにも時間がかかり効率的な運用には問題がある。複雑な現象を簡易な解析で、より短時間に解析することも重要なことである。

以上のように、粗面壁を設けることにより誘起される非等方性乱流場は興味ある現象を内包している。本報では、こうした粗面および滑面壁が共存する流れ場を対象に、その突起形状を考慮することなく、3次元乱流構造を解析することを目的とする。計算は、この種の乱流場を詳細に測定したTominaga-Nezu-Nagao⁽¹⁰⁾の実験を対象とした。同時に、流れと直交する方向に微小突起を設けた長方形断面管路内の乱流構造に関する廣田ら⁽⁵⁾の実験および主流方向過度輸送方程式の生成項分布に関するHirotaら⁽⁶⁾の実験と解析結果を比較し、本解析手法の妥当性についても検討する。粗面壁乱流場における主流方向過度輸送方程式の生成項分布の計測については報告例が少なく、計測値と計算結果とを比較しておくことは、数値解析の妥当性ならびにこの種の乱流構造を把握する上で有意義である。

II. 解析手法

1. 計算対象実験

数値解析対象とした廣田ら⁽⁵⁾の対向する2壁面に粗面を有する管路の概略図および座標系をFig. 1に示す。測定流路は短辺50mm、長辺100mm(縦横比2)の長方形断面を持つ、全長5,000mmの流路である。全長は水力直径($D_h = 66.7\text{mm}$)の75倍に相当し、十分発達した乱流領域にて測定を行っている。短辺の流路側面壁には、全長にわたり、図に示すように、正方形断面(1mm×1mm)の黄銅製角柱(リブ)を、流れに直交する向きに10mm間隔で配置してある。レイノルズ数 $Re = U_b D_h / \nu = 6.5 \times 10^4$ は、断面内の主流方向平均速度および水力直径を用い算出した。また、流速計測には熱線風速計を用い、最も下流の粗さ要素から5mm下流および流路入口より75 D_h に相当する位置で測定を行っている。作動流体には空気を用いている。

さらに、流れ方向に突起を有するTominaga-Nezu-Nagao⁽¹⁰⁾の実験装置の概略図をFig. 2に示す。図に示す通り、管路は縦80mm、横400mmの長方形断面を有し、実験においては6mの助走区間距離を設けて測定が行われている。縦筋(sand ridge)は高さ3.5mmの微小三角形断面突起にて模擬し、側壁より70mmの位置の上下壁に設けている。作動流体には空気を用い、熱線流速計にて乱流計測を行っている。測定位置は管路入口より5m下流の断面としている。この位置は水力直径 D_h のほぼ35倍の位置に相当するが、完全発達領域となるように、管路入口部の上下壁に乱

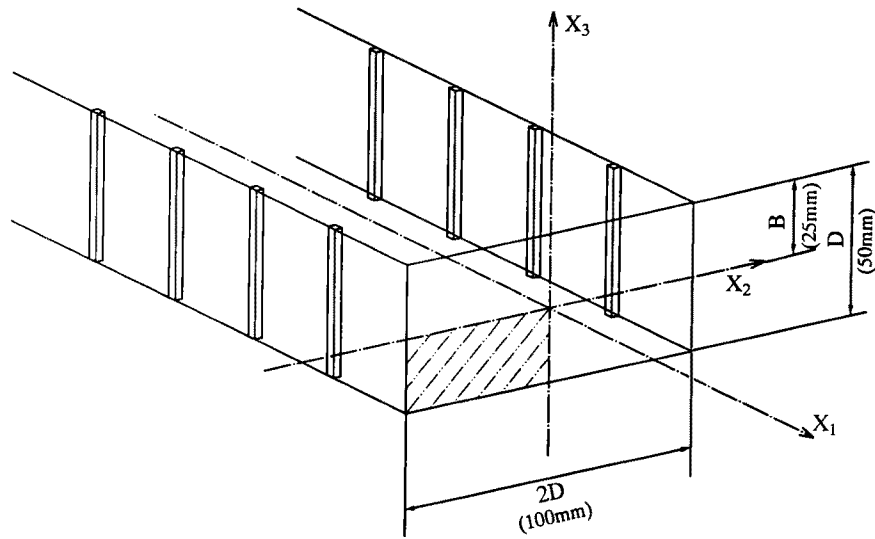


Fig. 1 Rectangular duct with two roughened facing walls

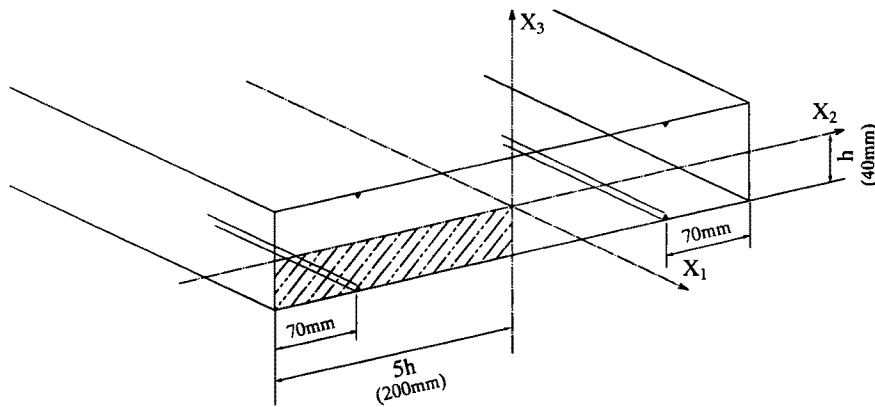


Fig. 2 Rectangular duct with ridges

流発達促進のためのサンドペーパーを設けている。計測は $Re=3\sim 5\times 10^4$ の範囲にて行った。

座標系に関しては、いずれの計算例の場合も主流方向を X_1 、断面方向を X_2 および X_3 軸と定義した。各方向の平均速度は U_i 、その変動速度成分は u_i として表す。

2. レイノルズ応力輸送方程式

レイノルズ応力を正確に扱う意味より、解析にあたってはレイノルズ応力方程式を解くことを考える。レイノルズ応力の輸送方程式は次式にて示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & -\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}\right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (1)$$

(1)式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモ

デル化が必要となる。数値計算の上で多くの計算時間を要し、また安定した数値解を得る上で障害となるのが、左辺の対流項ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルではこれらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項および拡散項の影響を考慮する意味より、Rodi⁽¹⁵⁾ 近似を用いてモデル化を行った。Rodi近似は $\overline{u_i u_j} / k$ の流れ方向、断面内方向の変化が少ないことを仮定した近似であり、直線管路内の乱流場には妥当な近似と考えられる。このRodi近似を用いることにより、計算の簡便性および経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れるという問題を内包するのも事実である。したがって、遠心力や大きな圧力勾配変化を伴う流れなど、対流および拡散効果の大きな流れ場への適用に関しては注意が必要である。

モデル化の上で乱流構造を正確に予測するかどうかにかき大きく寄与するのは圧力・歪相関項であるが、Chou⁽¹⁶⁾ はこの項に理論的考察を加え次のように表した。

$$\frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{4\pi} \int_{vol} \left\{ \left(\frac{\partial^2 u_i u_m}{\partial x_l \partial x_m} \right)' \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2 \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right)' \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)' \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right\} \frac{dvol}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} + S_{ij} \quad (2)$$

上式で'のついた項およびつかない項は、おのおのxおよびyにおける位置を示し、x, yは直交座標上での任意の2点までのベクトルを示している。S_{ij}は壁面による影響を示す項であり、したがってS_{ij}は壁面近傍以外では無視できる。

ここで、(2)式の右辺第1項(Slow term=π_{ij,1})は乱れによる影響を示し、非等方的な流れを等方化しようとする役割を持つ。第2項(Rapid term=π_{ij,2})は平均流による影響を含む項で、乱流エネルギーを等方化しようとする項である。第3項のS_{ij}項(Wall reflection term)は、壁面の影響を表す項と解釈される。この壁面による影響を示す効果は、モデル定数を壁面からの距離により変化させることにより考慮した。

π_{ij,1}のモデル化に関しては、Return to isotropyの概念を導入したRotta⁽¹⁷⁾による次のモデルを導入する。

$$(\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) = -c_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad (3)$$

π_{ij,2}に対しては、速度変動に対する勾配が2次のテンソルとなることに留意して次のような形に置き換えた。

$$\pi_{ij,2} = \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right) a_{ij}^{mi} \quad (4)$$

$$a_{ij}^{mi} = -\frac{1}{2\pi} \int_{vol} \frac{\partial^2 \overline{u_m' u_i'}}{\partial \xi_l \partial \xi_j} \cdot \frac{dvol}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \quad (5)$$

ここで、a_{ij}^{mi}は4次相関テンソルを示す。さらに、この4次相関テンソルに対して次の制約条件を課した。

$$a_{ij}^{mi} = a_{ij}^{im} = a_{ji}^{im} \quad (6)$$

$$a_{ij}^{mi} \frac{\partial U_l}{\partial x_m} = 0 \quad (7)$$

$$a_{jj}^{mi} = 2 \overline{u_m u_i} \quad (8)$$

(6)式は系の対称条件であり、(7)式は速度変動成分に関する連続の式より導かれる条件である。4次相関テンソル式(5)においてl=jとすると、グリーンの第3の定理を用いて解くことができ(8)式の解を得る。上の制約条件のうち、(7)式は平均流の影響を含む項π_{ij,2}との結合を強くする意味より、またπ_{ij,2}が(4)式のように定義されること

より設けた制約条件で、速度勾配∂U_l/∂x_mのない形として表現されている従来の制約条件とは異なる。

この4次相関テンソルに対して、Launderらは4次相関テンソルが2次のテンソルであるレイノルズ応力、あるいはクロネッカのデルタの積の線形結合で表されるであろうと推測しモデル化を行った。本報では、以下に示すLaunder-Reece-Rodi⁽¹⁸⁾モデル式を基礎とした。彼らのモデル式を示すと次のようになる。

$$a_{ij}^{mi} = \alpha \delta_{ij} \overline{u_m u_i} + \beta (\delta_{mi} \overline{u_i u_j} + \delta_{mj} \overline{u_i u_l} + \delta_{il} \overline{u_m u_j} + \delta_{lj} \overline{u_m u_l}) + c_2 \delta_{mi} \overline{u_l u_j} + \{ \eta \delta_{mi} \delta_{ij} + \nu (\delta_{mi} \delta_{ij} + \delta_{mj} \delta_{il}) \} k \quad (9)$$

この他にもShih-Lumler⁽¹⁹⁾、Fu-Launder-Tselepidakis⁽²⁰⁾らによるモデル式が提案されている。Fuらのモデルは $\overline{u_i u_j}$ の3次の積まで考慮しLaunderら⁽¹⁸⁾のモデルより高次のモデルを提案しているが、本報では数値解の安定性等を考慮しLaunderら⁽¹⁸⁾のモデルを用いた。(6)~(8)式の条件を(9)式に適用すると、π_{ij,2}に関するモデル化された式を得ることができる。

次に圧力・歪相関項に対する壁面の影響は定数c₁、c₂およびζが壁からの距離X_wの関数となるように設定した。モデル化された圧力・歪み相関項をTable 1に示す。f(L/X_w)は壁の影響を表する関数で、壁近傍で1、壁から離れるにつれ減少する値をとる。

散逸項に対しては、流れが高レイノルズ数流れなので局所等方性を仮定して次のようにモデル化する。

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (10)$$

以上より各項のモデル化は終了し、モデル化された方程式は以下のように示される。式中P_kは乱流エネルギー輸送方程式における生成項を示している。

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon) = P_{ij} + (\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) + (\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}) - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (11)$$

生成項に関してはモデル化する必要はなく、レイノルズ応力成分を用いて直接的に表現できる。

ここで、モデル定数c₁^{*}、c₂^{*}、ζ^{*}、c₁'、c₂'およびζの値を決定することが必要になる。これらのモデル定数を決定する際には、モデル化された方程式を単純せん断流れおよび壁面近傍流れに適用し、各々の流れ場に対するレイノル

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-c_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right)$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) + \zeta k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right)$
$(\pi_{ij} + \pi_{ji})w$	$c_1 = c_1^* + c_1' f \left(\frac{L}{X_w} \right), c_2 = c_2^* + c_2' f \left(\frac{L}{X_w} \right), \zeta = \zeta^* + \zeta' f \left(\frac{L}{X_w} \right)$
$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$	$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$
$P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l}$	$f \left(\frac{L}{X_w} \right) = \frac{c_m^{3/4}}{\kappa} \cdot \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{X_w}$

ズ応力方程式を導出して、各流れの実験結果を基に定数を決定していく。本研究の場合Rodi近似を用いていることにより、非局所平衡状態の表現も可能なため、実験結果としてはChampagne-Harris-Corrsin⁽²¹⁾($P_k/\varepsilon=1.0$)およびHarris-Graham-Corrsin⁽²²⁾($P_k/\varepsilon=1.55$)のデータを基に、壁面近傍の流れに対しては、Launderら⁽¹⁴⁾の使用したものをを用い定数決定を行った。こうして導出した定数系をTable 2に示す。

レイノルズ応力輸送方程式中の乱流エネルギー、乱流散逸値を求める際には、以下に示すモデル化された輸送方程式によった。

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left[\nu \delta_{kl} + c_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right] \frac{\partial k}{\partial X_l} \right\} - \varepsilon \quad (12)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left[\nu \delta_{kl} + c_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_l} \right\} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

上式中の各定数は $c_s=0.22$, $c_\varepsilon=0.18$, $c_{\varepsilon 1}=1.44$, $c_{\varepsilon 2}=1.92$ である。

3. 数値解析

計算領域は、計算対象系の対称性を考慮しFig. 1および2の斜線部領域に相当する1/4断面とした。廣田ら⁽⁵⁾の実験を対象とする場合、レイノルズ数は実験と同じ $Re=6.5 \times 10^4$ とし、計算格子数は1/4断面で 20×40 とした。また、Tominagaら⁽¹⁰⁾に対しては $Re=4 \times 10^4$ 、計算格子数 83×102 にて計算を行った。いずれの場合も流れは完全発達流れとし、主流方向の圧力勾配は放物流れの場合と同様に管断面を通過する全質量の保存式によった。数値解析においては完全発達流れとしていることから、流れ方向に変化しない項は省略して解析を行った。また、格子としてはスタッガード格子系を用い、有限体積法により各方程式の離散化を行った。差分スキームは速度成分についてはQUICK(2次精度の風上差分)、乱流特性量の k, ε についてはPLDS⁽²³⁾(セルPeclet数のべき乗にて表現される差分スキーム)をおのおのを使用した。圧力についてはSIMPLE法を用い圧力補正を行った。乱流エネルギーおよび乱流散逸に関する境界条件は、高レイノルズ数流れを対象としているため、壁関数を用いた。速度境界条件は壁面では滑りなし条件を、対称線上では対称線に垂直方向速度成分をゼロに、それ以外の速度は勾配ゼロの条件を課した。計算初期条件としては、主流方向速度に一樣流を、乱流特性量については $k=U_b^2 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon=k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定した。圧力境界条件に関してはSIMPLE法に準じ速度既知領域で勾配ゼロを課した。レイノルズ応力は代数式にて表現さ

Table 2 Constants in the pressure-strain correlation terms

c_1'	c_2'	ζ^*	c_1'	c_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

れるため境界条件は必要としない。

計算手順は、最初に代数応力方程式((11)式)を解き、次に速度成分を算出した後、圧力補正式を解いて速度および圧力を補正する。その後乱流特性量 k ((12)式)、 ε ((13)式)を解いて1回の計算を終了する。各方程式の求解過程で行列計算が必要となるが、その収束条件は、単一時間ステップ内で、方程式の左辺と右辺との差の格子点総和が 10^{-8} 以下となるよう設定した。これを収束条件を満足するまで繰り返す。さらに時間ステップ間での収束条件としては、乱流エネルギー方程式をサンプルとして、方程式の左辺と右辺との差が、乱流エネルギーの生成項の 10^{-5} 以下になることとした。

廣田らの実験を計算対象とする場合には、正方形断面突起が流れ方向に周期的に配列された壁面を一樣粗面と仮定した。また、Tominagaらの実験を対象とする場合には、粗面および滑面が共存するよう乱流エネルギーおよび乱流散逸の境界条件の設定を行った。その際必要となる対数速度分布は、一般に面粗度を表す項を $\Delta U_1/U_\tau$ とすると、以下のように示される。式中 c は普遍定数である。

$$\frac{U_1}{U_\tau} = \frac{1}{0.42} \ln \left[\frac{U_\tau y}{\nu} \right] + c - \frac{\Delta U_1}{U_\tau} \quad (14)$$

廣田らは実験結果より滑面壁で $c=5.4$ 、 $\Delta U_1/U_\tau=0.0$ 、粗面壁で $c=5.4$ 、 $\Delta U_1/U_\tau=12.7$ と報告していることより、本計算でもその値を用いて計算を行った。

Tominagaらの実験を対象とする場合には、三角形断面突起で挟まれた領域を滑面壁とし廣田らの実験結果を踏襲し、この領域で $c=5.4$ および $\Delta U_1/U_\tau=0.0$ を与えた。一方、三角形断面突起が存在する領域は、Müller⁽¹¹⁾の実験を参考に仮想滑面壁とした。すなわち彼は微小突起形状を設けることなく、その微小突起を滑面壁で、微小突起にて挟まれる領域を粗面壁で置き換え、この種の流れに特徴的な第2種2次流れの存在を確認している。計算では突起で挟まれた領域を通常の滑面壁としたことより、微小突起部は相対的に仮想滑面壁となる。このことは以下のようにも解釈される。すなわち微小突起が配置された領域では、主流方向速度等値線が大きく突き出た分布を示し、その速度勾配は滑面壁のそれより小さくなる。このことは、微小突起が配置された領域の壁面せん断応力は、滑面壁のそれより小さく、より抵抗の少ない壁面であることを示唆している。こうした状況は、微小突起部の領域をより滑面壁とすることにより実現できる。仮想滑面壁における $\Delta U_1/U_\tau$ の値は、実験でも不明なため実験の主流方向速度分布を再現できるよう与えた。その値を与える際には、三角形断面を多少とも加味する意味から、 h の0.25倍に相当する底壁面に沿った位置に、 $\Delta U_1/U_\tau=-11.5$, -23.0 , -34.6 と段階的に左右対称となるよう設定した。このように面粗度を表す項を負に取ったことは、三角形断面突起を仮想滑面壁と仮定したことに相当している。

III. 結果と考察

1. 流れと直交する方向に微小突起が存在する場合

Fig. 3 に主流方向速度等値線を比較した結果を示す。図の左側に計算結果を、右側に実験結果を示している。各等値線は管路断面内の最大速度 U_{1max} で無次元化表示し、実験での粗さ要素高さを図中では点線で示している。実験の各等値線は左右対称軸に沿って管路中心部に向かい大きく突出し、等値線が大きく変形した様子が認められる。しかし、計算ではこの等値線の湾曲は実験ほど顕著には認められない。こうした等値線の湾曲は、この種の非円形断面管路に特徴的な第2種2次流れによるところが大きく、次にその分布について比較する。

Fig. 4 は第2種2次流れ分布を比較した結果である。底壁面近傍で粗面壁から管中心部に向かう流れと、管中心部領域での粗面壁に向かう流れとにより、第2種2次流れが形成されていることが両結果より理解できる。実験の粗面壁近傍で比較的大きな2次流れが粗面壁と直交する向きに存在するが、廣田ら⁽⁵⁾は粗面を構成するリブ後流部では、はく離流を伴い、その結果 $\partial U_1 / \partial X_1$ が有限値を取ることに起因することを報告している。この点に関し、筆者ら⁽²⁴⁾はリブ形状を考慮した3次元乱流構造解析を Liou-Wu-Chang⁽²⁵⁾の実験を対象に行い、同様な2次流れが存在することを確認した。本解析では、一様粗面を仮定しており、リブではく離に起因して発生する2次流れ分布を、正確に捕捉できない。

Fig. 5 は滑面壁に沿うせん断応力分布を比較した結果である。せん断応力値は当該壁面の積分平均 $\bar{\tau}_w$ にて無次元化した。 $X_2/B=0$ に近づくにつれ値は減少することが両結

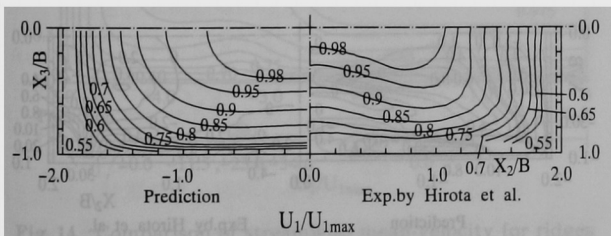


Fig. 3 comparison of streamwise mean-velocity for two roughened walls

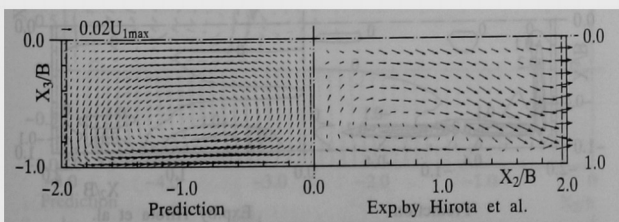


Fig. 4 Comparison of secondary flow for two roughened walls

果より認められるが、これは第2種2次流れにより滑面壁近傍の低速流体が $X_2/B=0$ 近傍に移流される結果と解釈される。計算は定量的に、 $X_2/B=-2$ 近傍で最大50%の差が認められるが、それ以外の領域では最大5%の誤差で実験値を予測している。

Fig. 6 に乱流エネルギーの比較を示す。実験および計算とも粗面壁で最高値を取り、管中心領域にて最小値を取ることがわかる。計算は実験の等値線分布およびその値を比較的良好に予測しており、本解析手法の妥当性を示すものと考えられる。また、断面方向の垂直応力の差の分布を比較した結果を Fig. 7 に示す。この分布は、乱れの非等方性より生成される第2種2次流れに大きく影響するため、この種の実験ではしばしば提示されている。滑面壁では水平方向速度変動が、粗面壁では垂直方向速度変動が卓越し、垂直方向速度変動が管中心部まで及んでいることが両結果より理解できる。管中心部の計算値は実験値と比較すると大きな値を示すが、壁面近傍では実験値に近い値を示

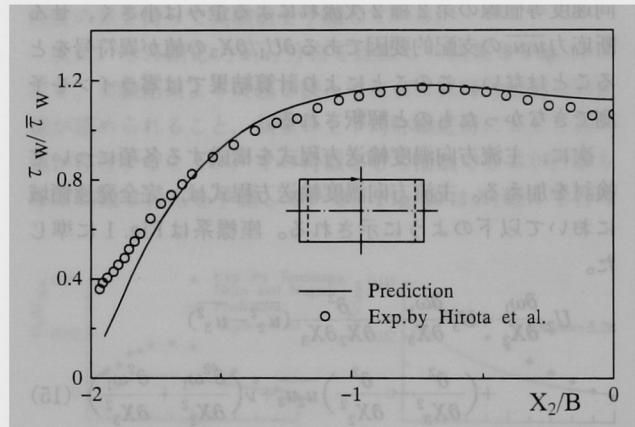


Fig. 5 Comparison of wall shear stress along the smooth wall side

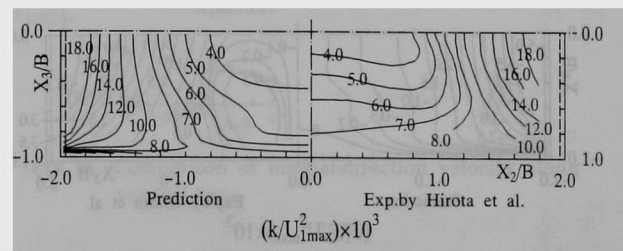


Fig. 6 Comparison of turbulent energy for two roughened walls

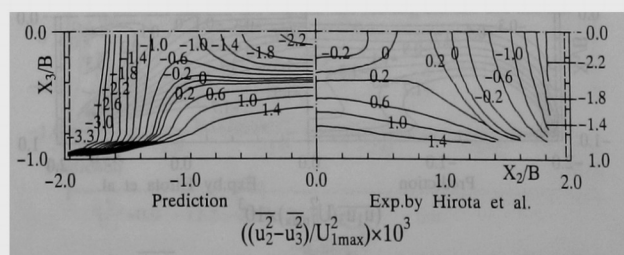


Fig. 7 Comparison of $\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}$ for two roughened walls

す。

Fig. 8 および 9 にせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ および $\overline{u_1 u_3}$ の等値線分布の比較をそれぞれ示す。実験結果のせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 分布にて、その零ラインに着目すると滑面壁と上下対称軸を結ぶように零ライン等値線が存在し、せん断応力分布の異符号領域を形成していることが理解できる。計算でも零ラインは認められるものの実験とは大きく異なる。こうした異符号領域が、2次流れによる主流方向速度等値線の歪みより生成されることが、正方形断面管路の実験結果⁽²⁶⁾より報告されていることを考慮すると、計算で異符号領域を再現できなかった要因として、2次流れ強度を小さく予測した点を指摘できる。前述のように実験のリブ後流部では、はく離領域を含み2次流れも影響を受け大きな値を示している。一方、計算は一樣粗面壁を仮定した流れ場であり、この相違がせん断応力分布の差異として現れたものと解釈される。このことはせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ においても同様に指摘できる。特にこのせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ の分布において、主流方向速度等値線の第2種2次流れによる歪みは小さく、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ の支配的要因である $\partial U_1 / \partial X_3$ の値が異符号をとることはない。このことにより計算結果では零ラインを予測できなかったものと解釈される。

次に、主流方向渦度輸送方程式を構成する各項について検討を加える。主流方向渦度輸送方程式は、完全発達領域において以下のように示される。座標系は Fig. 1 に準じた。

$$U_2 \frac{\partial \omega_1}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial \omega_1}{\partial X_3} = \frac{\partial^2}{\partial X_2 \partial X_3} (\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial X_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \overline{u_2 u_3} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega_1}{\partial X_2^2} + \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial X_3^2} \right) \quad (15)$$

$$\omega_1 = \frac{\partial U_3}{\partial X_2} - \frac{\partial U_2}{\partial X_3} \quad (16)$$

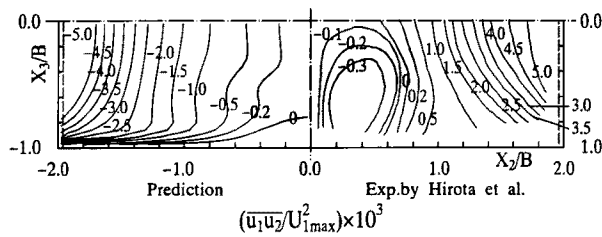


Fig. 8 Comparison of shear stress $\overline{u_1 u_2}$ for two roughened walls

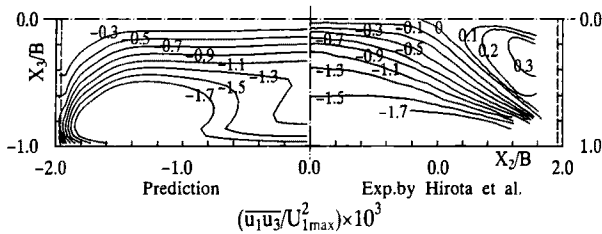


Fig. 9 Comparison of shear stress $\overline{u_1 u_3}$ for two roughened walls

Fig. 10 は主流方向渦度を両結果にて比較した図であるが、両結果とも粗面壁と滑面壁が交差するコーナ部にて高い値が認められ、特に滑面壁側にて絶対値の最大を取ることが特徴的である。

Fig. 11, 12 および 13 にそれぞれ(15)式右辺第1項～第3項の各項を比較した結果を示す。Fig. 11 より実験では底壁面の $X_2/B=1.7$ 近傍にて絶対値の大きな値が認められるが、計算では滑面および粗面壁のコーナ部に絶対値の大きな値が認められる。また、Fig. 12 の実験結果から第2項の生成項の値はコーナ部領域にて、零ラインを挟んで粗面壁側で大きな、滑面壁側で比較的大きな値を示す分布を示しているが、計算も値には多少の差はあるものの零ラインを挟んだ類似の分布を示している。Fig. 11 および 12 の計

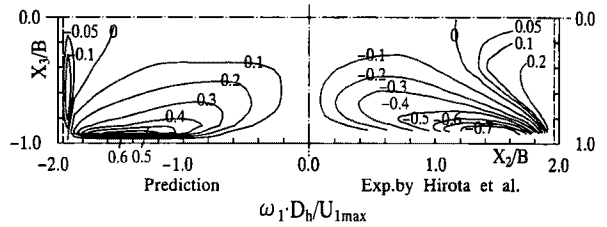


Fig. 10 Comparison of streamwise vorticity

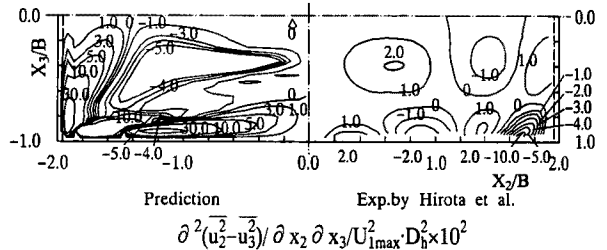


Fig. 11 Comparison of production by normal stresses

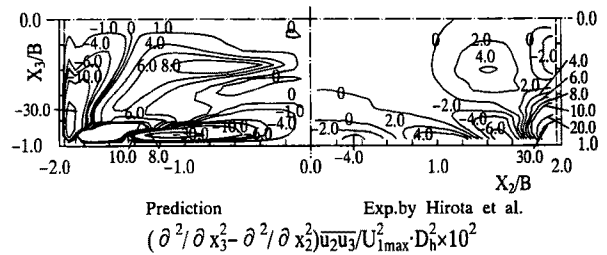


Fig. 12 Comparison of production by shear stress

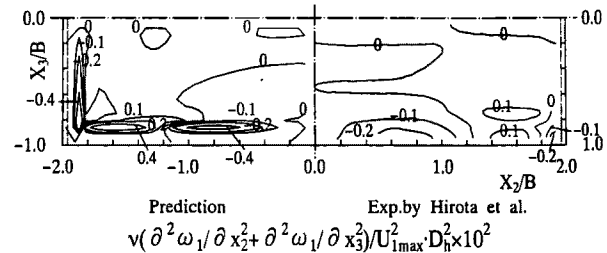


Fig. 13 Comparison of viscous diffusion term

算結果より、計算では第1項および第2項に示される生成項は同程度の値を有し、その等値線分布は比較的相似で相異なる符号を有することをその特徴として指摘できる。右辺第3項の粘性項の値は、Fig.13の実験結果よりコーナ部近傍、および $X_2/B=0.6$ から0.8の滑面壁近傍で絶対値の高い値を示しており、計算結果も同様な傾向を示している。以上の結果が示すように、大きな値を示すのは主流方向渦度輸送方程式の右辺第1項、第2項であり第2種2次流れはこうした項により生成されることがわかる。

2. 流れと平行に微小突起が存在する場合

次に流れと平行する方向に微小突起が存在する場合の解析結果について検討する。主流方向速度等値線を比較した結果をFig.14に示す。 $\Delta U_1/U_\tau$ の値と設定した領域を图中的下部に参考として示す。突起部領域の各値は第II-3節にて説明のように設定した。実験より三角形断面突起上にて等値線は大きく突出した分布を示している。計算結果もこの特徴的な分布を再現しているが、突起近傍の等値線には差が認められる。こうした主流方向速度等値線が底壁面から突き出た分布を示す現象は、2次流れと強い相関を持つ。その2次流れ分布をFig.15に示す。実験において、三角形断面突起が位置する領域にて突起を挟んで対の2次流れと、側壁近傍にて反時計回りの2次流れとが認められる。計算においても同様な2次流れを予測している。ただし、計算における側壁近傍の2次流れは、実験と比較して側壁に沿った扁平な分布となっており、実験のそれとは

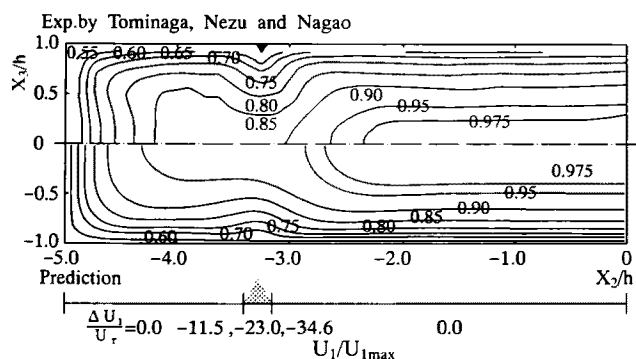


Fig. 14 Comparison of streamwise mean-velocity for ridges

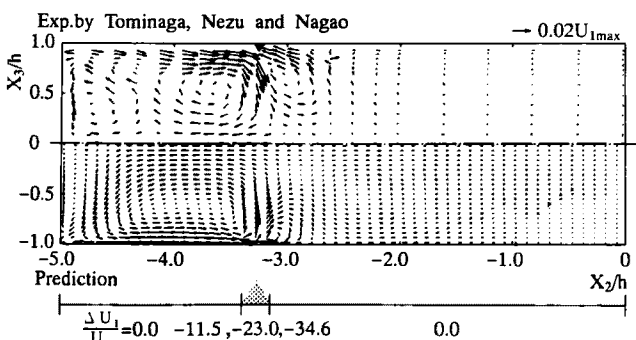


Fig. 15 Comparison of secondary flow for ridges

異なる。また2次流れの定量比較のため、Fig.16に X_3 軸に沿う垂直方向平均速度の比較結果を示す。三角形断面突起の中心は $X_2/h=3.25$ に位置し、突起中央部近傍とその両サイドにおいて両結果を比較している。計算は実験値を $X_2/h=-3.40$ および -3.28 で小さく、また $X_2/h=-3.15$ の壁面近傍にて大きめに予測してはいるが、実験値の特徴的な現象を再現している。しかし、定量評価をすると $X_2/h=-3.4$ における比較結果の $X_3/h=-0.6$ 近傍では64%程度の誤差を含む。

Fig.17は乱流エネルギー分布を両結果にて比較したものである。実験結果に認められる突起領域近傍での等値線の突き出しを計算は良好に予測しているとはいえないが、それ以外の領域においては実験値を再現した。さらにFig.18に、 X_3 軸に平行なラインに沿った線上での乱流エネルギー値を実験と比較した結果を示す。突起近傍に位置する $X_2/h=-3.28$ および -3.15 では差が認められる。 $X_2/h=-3.28$ の比較結果を除くと、定量的には最大47%程度の差を持って実験値を予測している。

次に、せん断応力 $\overline{u_1u_2}$ 分布を比較した結果をFig.19に示す。実験結果より突起を挟んで左右に異符号領域の等値線が認められること、側壁の上下対称軸近傍に0.6と高い値が存在することが、その特徴として指摘できるが計算もほぼ同様な分布を予測している。Fig.20は X_2 軸に平行な

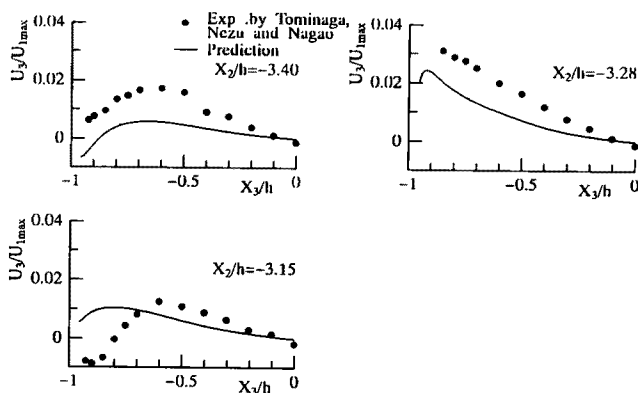


Fig. 16 Comparison of normal-direction velocity along vertical lines

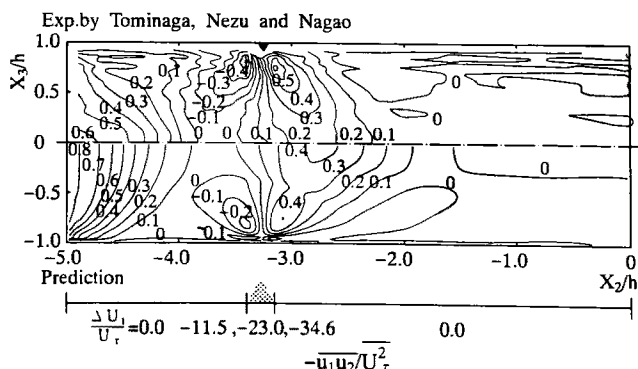


Fig. 17 Comparison of turbulent energy for ridges

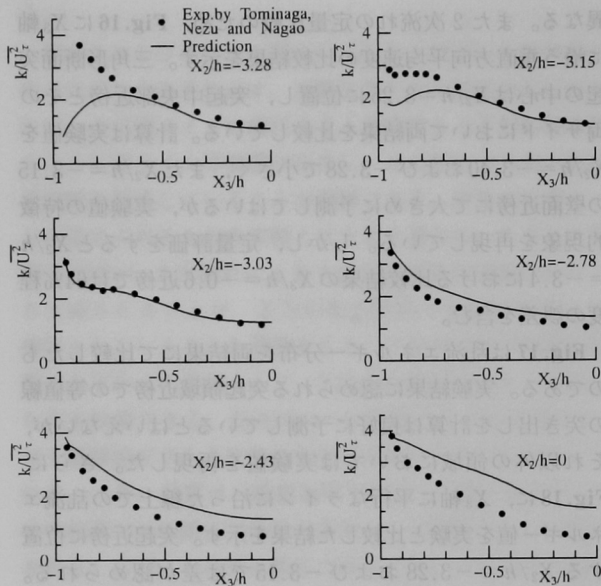


Fig. 18 Comparison of local turbulent energy along vertical lines

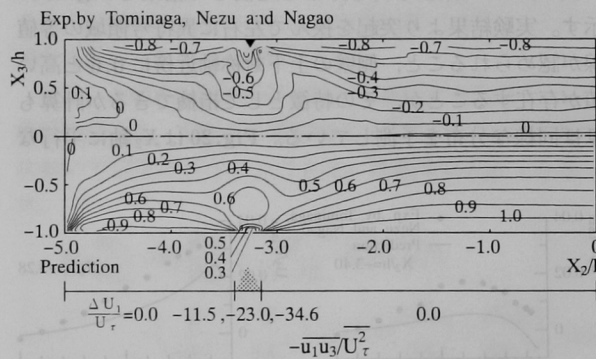


Fig. 19 Comparison of shear stress $\overline{u_1 u_2}$

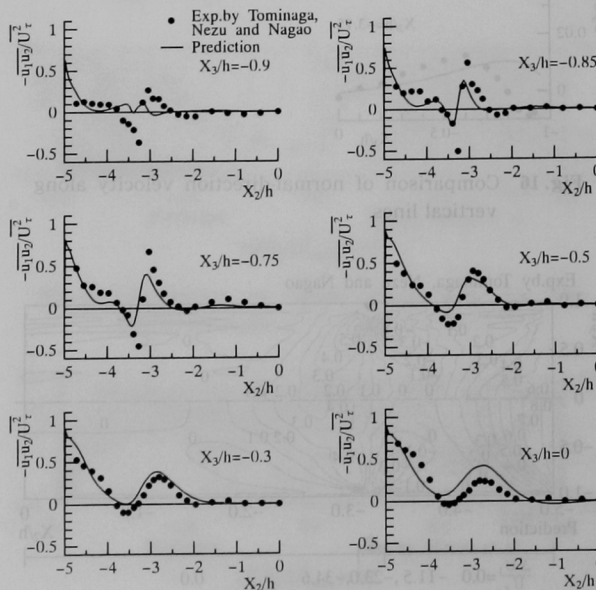


Fig. 20 Comparison of local shear stress $\overline{u_1 u_2}$ along horizontal lines

軸に沿った線上での、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の比較を行った結果である。計算結果は $X_3/h = -0.9$ の位置を除いて、その特徴的な分布を定性および定量的に予測している。また、せん断応力が2次流れによる主流方向速度等値線の変形と強い相関を有することを考慮すると、 $X_3/h = 0.9$ の $X_2/h = 3.25$ 近傍で実験値と差が認められるのは、計算では主流方向速度等値線の変形が小さいことに、換言すれば2次流れ強度が小さいことに起因するものと解釈される。

Fig. 21はせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ の等値線分布の比較を、Fig. 22はその値を X_3 軸に平行なラインに沿った線上で比較した結果を示したものである。Fig. 21より、実験では側壁近傍にて零ラインの内側に0.1の等値ラインが認められるが、計算では実験の傾向を再現できていない。これは、計算において2次流れによる主流方向速度等値線の歪みが小さかったことに起因したものと解釈される。またFig. 22より、突起近傍での $X_2/h = -3.28$ では実験との差異が認められるが、それを除いた領域では実験値分布を再現している。

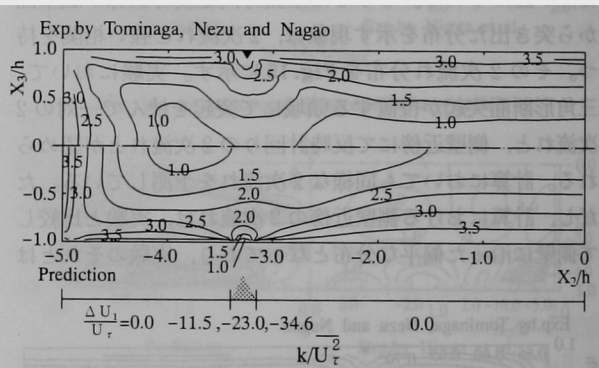


Fig. 21 Comparison of shear stress $\overline{u_1 u_3}$

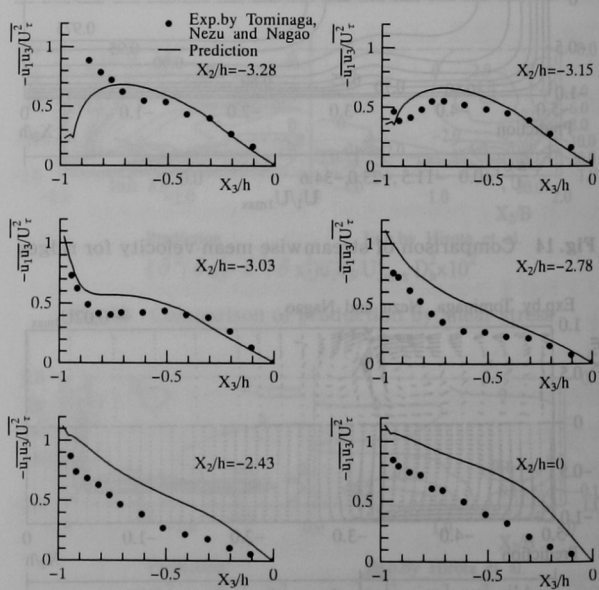


Fig. 22 Comparison of local shear stress $\overline{u_1 u_3}$ along vertical lines

第2種2次流れは乱れの非等方性により生成される流れであり、その非等方性乱流構造的特徴的分布を予測して初めて再現できる流れである。この点から本解析手法は、微小突起が流れと平行におかれた場合にもその2次流れを予測しており有効な手法であることを示唆している。また、流れと平行に微小突起がある場合、計算時間は10 min程度(HITAC S-3800/480)を要した。直接比較はできないが、台形断面の突起形状を考慮し3次元乱流場⁽¹⁴⁾として計算した際の5時間程度の時間と比較すると、経済的解析手法である。同時に流体工学で興味を持たれるリブレット粗面壁を有する乱流場における摩擦抵抗の減少などの特徴的現象を、簡便な本手法にて予測し得る可能性も示唆している。その際、どの程度の突起高さを有する粗面まで適用可能なのか興味を持たれる。本解析で対象とした流れと直交する方向に突起が置かれた場合、突起高さ比(突起高さ方向の管路辺長に対する突起高さの比)は2%、流れと平行におかれた場合には8.75%となる。少なくともこの程度の突起高さ比の範囲であれば、本解析手法は適用可能であると判断されるが、流れと直交する方向に突起を設けた場合には、はく離流の存在に留意することが必要である。今後、粗面壁乱流に関する研究により、本解析手法の適用限界は明らかになっていくものと思われる。

IV. 結 論

微小突起を有する粗面壁を、その突起形状を考慮することなく壁関数を用い、その影響を乱流特性量の境界条件に反映させる手法を2種類の粗面壁乱流に適用した。主流方向渦度輸送方程式の生成項の評価も含め、解析結果と実験とを比較し以下の結論を得た。

- (1) 第2種2次流れは非等方性乱流に起因する流れであり、その非等方性乱流場を正確に予測して始めて再現できる。本簡易解析手法もこの第2種2次流れ分布を再現できることを示した。
- (2) 流れと直交する方向に突起を有する粗面壁乱流の場合、本解析手法は主流方向速度等値線の2次流れによる歪みを実験ほど顕著には予測できなかった。これは、計算では一様粗面を仮定したことに起因する。
- (3) 流れと直交する方向に微小突起が存在する粗面壁の場合、側壁近傍の2次流れ分布に相違が認められるが、これは実験でははく離流を伴うことに起因する。
- (4) 前述の主流方向の速度等値線の歪みは、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ および $\overline{u_1 u_3}$ の符号領域の生成に大きく影響し、したがって計算値は実験と異符号領域の大きさで、異なる分布を示した。
- (5) 渦度輸送方程式の各項の比較より、計算はせん断応力を含む項、粘性項を比較的良好に予測したが、垂直応力を含む項にて差が認められた。また第2種2次流れは、垂直応力の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ 、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ の断面方向勾配値により生成される。

- (6) 流れと平行する方向に突起を有する粗面壁の場合、微小突起領域を仮想滑面と仮定することより予測可能である。
- (7) 流れと平行に突起を有する場合、突起近傍での等値線に多少差が認められるが、乱流エネルギーおよびせん断応力とも比較的良好に予測した。
- (8) 本解析手法の適用範囲に関しては、計算対象とした流れと直交する方向に突起が置かれた場合の突起高さ比は2%、流れと平行におかれた場合は8.75%であることから、少なくともこの範囲内であれば適用可能であると思われる。その際、流れと直交する方向に突起を設けた場合には、はく離流の存在に留意することが必要である。

以上のように本解析手法は、その突起形状を考慮することなく非等方性乱流現象を再現できる簡便な手法であるが、突起高さ比が増して、圧力勾配を大きく変化させる流れ場には適用できない。

〔記 号〕

- B, h : 短辺長の半分
 $c_b, c_s, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta, \zeta^*, \zeta'$: 経験定数
 D_h : 水力直径
 $f(L/X_w)$: 壁の影響を示す関数
 k : 乱流エネルギー
 L : 特性距離
 P_k : 乱流エネルギー生成($P_b/2$)
 Re : レイノルズ数($U_b D_h / \nu$)
 U_i : i 方向時間平均速度成分
 U_b : 断面内の主流方向平均速度
 $U_{1,max}$: 流路断面最大速度
 U_τ : 摩擦速度
 u_i : i 方向変動速度成分
 $\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力
 X_i : i 方向座標軸
 y : 壁面からの垂直距離
 ϵ : 乱流散逸
 ν : 動粘性係数
 π_{ij} : 圧力・歪相関項
 ρ : 密度
 ω_1 : 主流方向渦度 $=\partial U_3 / \partial X_2 - \partial U_2 / \partial X_3$

— 参 考 文 献 —

- (1) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H.: "Turbulent Shear Flows", Springer-Verlag, Vol. 2, 174-188 (1980).
- (2) Fujita, H., Yokosawa, H., Hirota, M., Nagata, C.: *Chem. Eng. Comm.*, **74**, 95-110 (1988).
- (3) Fujita, H., Hirota, M., Yokosawa, H., Hasegawa, M.: *JSME Int. J., Ser. II*, **33**(4), 692-701 (1990).
- (4) 廣田真史, 藤田秀臣, 横澤 肇, 鏡味伸輔, 室伏敏光: *機 論 B*, **58**(548), 1200-1208 (1992).
- (5) 廣田真史, 藤田秀臣, 横澤 肇, 田中弥生: *機 論*, **B61**(582), 420-426 (1995).
- (6) Hirota, M., Fujita, M., Yokosawa, H., Tanaka, Y.: *Proc. 9th*

- Symp. on Turbulent Shear Flows*, p.307. 1-p.307. 4 (1993).
- (7) Choi, H., Moin, P., Kim, J. : *J. Fluid Mech.*, **255**, 503-539 (1993).
- (8) Chu, D., Karniadakis, G. E. : *J. Fluid Mech.*, **250**, 1-42 (1993).
- (9) Nezu, I., Nakagawa, H. : *J. Hydraul. Eng. ASCE*, **110** (2), 173-193 (1987).
- (10) Tominaga, A., Nezu, I., Nagao, M. : *Proc. 9th Symp. on Turbulent Shear Flows*, 14.4.1-14.4.6 (1993).
- (11) Müller, A. : *Proc. 18th Conf. IAHR*, NoB. A. 3, 19-24 (1979).
- (12) 須藤浩三, 高見敏弘, 岡村 浩, 檜原秀樹 : ターボ機械, **23** (8), 25-30 (1995).
- (13) Sugiyama, H., Akiyama, M., Matsumoto, M. : *Proc. ASME/JSME Thermal Engineering*, 309-416 (1995).
- (14) Sugiyama, H., Akiyama, M., Yamanaka, K., Hirata, M. : *Comp. Fluid Dyn. J.*, **4**(1), 59-78 (1995).
- (15) Rodi, W. : *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**, 219-221 (1976).
- (16) Chou, P. Y. : *Quart. Appl. Mat'.*, **3**, 38-54 (1945).
- (17) Rotta, J. C. : *Z. Phys.*, **129**, 54-572 (1951).
- (18) Launder, B. E., Reece, G. J., Rodi, W. : *J. Fluid Mech.*, **68**, 537-566 (1975).
- (19) Shih, T. H., Lumley, J. L. : *FDA-85-3*, Cornell Univ., (1985).
- (20) Fu, S., Launder, B. E., Tselepidakis, D. P. : *TED/87/5*, UMIST, (1987).
- (21) Champagne, F. H., Harris, V. G., Corrsin, S. : *J. Fluid Mech.*, **41**, 81-139 (1970).
- (22) Harris, V. G., Graham, A. H., Corrsin, S. : *J. Fluid Mech.*, **81**, 657-687 (1977).
- (23) Patankar, S. V. : "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publ., 90-91 (1980).
- (24) 杉山 均, 秋山光庸, 柳沢 健, 佐藤誉之 : 機論 B, **62** (597), 1733-1740 (1996).
- (25) Liou, T. -M., Wu, Y. -Y., Chang, Y. : *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **115**, 109-114 (1993).
- (26) Mellling, A., Whitelaw, J. H. : *J. Fluid Mech.*, **78**, 289-315 (1976).
-