

ハーフトリップを有する曲がり管路内の乱流数値解析*

杉山 均¹⁾ 今井 太一²⁾ 覺幸 知輝³⁾ 岡垣 百合亜⁴⁾ 加藤 直人⁵⁾

Numerical Analysis of Turbulent Flow in a 90-Degree Bend Pipe with a Half-Trip

Hitoshi Sugiyama Taichi Imai Tomoki Kakuko Yuria Okagaki Naoto Kato

Numerical analysis has been performed for turbulent flow in a 90-degree bend pipe with half-tip ribs by using an algebraic Reynolds stress model and boundary fitted coordinate system. Calculated results are compared with the experiment in order to confirm the validity of the presented model and clarify the mechanism of drag reduction. It has been found that the calculation can reproduce reasonably the measured velocity profiles including secondary flow vectors. Besides, calculated results suggest that drag reduction must be caused by the secondary flow of the second kind which is produced by anisotropic turbulence through half-trip rib.

Key Words: Heat・fluid, Intake and exhaust, Computational fluid dynamics /Algebraic Reynolds stress model, Secondary flow, Half-trip, Turbulent flow, (D1)

1. 緒 言

管路内を流体が流れると圧力損失が発生し、その大小により機器性能は大きく左右される。自動車部品も、多種の管路により構成される部品であり、吸気管路、排気管路、ラジエターなど、管路内の圧力損失により、機器性能特性は大きく左右される。従って、圧力損失低減のための方策は、工学分野から意義ある手段であると同時に、その圧力損失低減メカニズムを解明することは学問的見地から重要である。

圧力損失低減効果に関する研究は、これまで多くの研究が報告されている。非ニュートン流体に分類される擬塑性流体には圧力損失低減効果が見込まれ、工業的応用に寄与する面から乱流場における実験⁽¹⁾、数値解析⁽²⁾が報告されている。また、リブレットと呼ばれる1mm以下の微小高さを有する突起を、流れと平行に、突起高さと同程度の間隔にて周期的に管路壁面に設けると、流体抵抗が減少する現象が実験にて報告されている⁽³⁾。この現象は、乱流場に観察される特徴的な現象であることから、その流体抵抗軽減メカニズムも興味ある点であり、数値解析にて抵抗軽減メカニズムも解明されている⁽⁴⁾。また、マイクロバブルを用いた流体抵抗軽減に関しても実験、ならびに数値解析結果が報告されている⁽⁵⁾。伝熱工学分野においては、流体抵抗を最小に抑え、伝熱促進を図る研究が報告されている。一般にレイノルズのアナログから容易に理解できるように、伝熱促進と流体抵抗軽減は相反する現象であり、

従って、伝熱促進を図るには、流体抵抗を大きくすることが必要となる。このことは、ポンプにとって大きな負荷となる。そこで、流体抵抗を軽減し、かつ伝熱促進を図る研究が数多く報告されている⁽⁶⁾。

曲がり管路は、はく離流れを伴い圧力損失が大きい管路の代表であるが、曲がり管路に対していくつかの圧力損失低減の方策が示され、その流動挙動が報告されている。中務ら⁽⁷⁾は、180°曲がり管路内の乱流場を対象に、曲がり角30°の位置にWingletと呼ばれる小さな羽根を設け、円周方向の流れを抑制することより、Wingletが無い場合と比較して約5%程度の圧力損失低減を報告している。望月ら⁽⁸⁾は、90°曲がり管路の乱流場を対象に、曲がり管路入口上流の曲がり内側壁側にハーフトリップと呼ばれる粗さ要素を、主流方向と直交する方向に設けることより圧力損失低減を図れることを報告している。ハーフトリップは管路全周に設けるのではなく、内側壁側の半周に設け、高さを変化させ実験を行っている。その低減要因として、曲がり管路に発生するはく離領域の縮小を予測している。自作の3孔管により乱流場での平均速度を、油膜法によりはく離領域の確認を、静圧孔により圧力分布を計測している。

以上のように流体抵抗低減に関する研究は、比較的多くの研究成果が報告されているが、その低減メカニズムに関しては、定量的計測、あるいは解析に基づく報告が少ないのが現状である。これは、対象とする流れがはく離流れ、非等方性乱流、二次流などいくつかの現象が複合した流れであることに起因している。そこで、本研究では、望月ら⁽⁸⁾が報告した90°曲がり管路を対象に、ハーフトリップによる圧力損失低減効果の確認、計測にて示された平均速度場の予測、圧力損

* 2010 年 4 月 26 日受理。

1)・5) 宇都宮大学大学院工学研究科 (321-8585 宇都宮市 陽東 7-1-2) (E-mail:sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp)

2)・3)・4) (同上) 大学院生

失低減メカニズムを代数レイノルズ応力モデルを用いて解析することを目的とする。

2. 記号

D	: 円形断面管路直径
h	: ハーフトリップ高さ
k	: 乱流エネルギー
P	: 局所壁面静圧
P_{ref}	: 局所壁面静圧の参照値
P_b	: 断面平均圧力
P_{bref}	: 断面平均圧力の参照値
p	: 変動圧力
Re	: レイノルズ数 DU_b/ν
R_c	: 曲がり部曲率半径
U_i	: 直交座標上の i 軸方向の時間平均速度
X_i	: 直交座標系の i 方向座標軸
X_i'	: 下流円管部での便宜的直交座標系
$\overline{u_i u_j}$	: レイノルズ応力
U_b	: 円形断面管路の断面平均速度
δ_{ij}	: クロネッカーのデルタ記号
ν	: 動粘性係数
ρ	: 密度
$(\overline{\quad})$	: レイノルズ平均

3. 解析手法

3.1. 計算対象実験

解析対象とした望月らの90°曲がり円管路の概略図、ならびに座標系を図1に示す。直径 $D = 70\text{mm}$ の円形断面を有する管路は、90°曲がり管路部と上、下流に $88D$ 、 $57D$ の直管部とにより構成されている。曲がり部の曲率半径は $0.714D$ と比較的急な曲がりを有し、ハーフトリップは、曲がり管路中央から $0.86D$ の内壁側に半周長に渡り設けられている。ハーフトリップの高さは、 0mm 、 1.5mm 、 3.0mm 、 5mm と変化させ計測している。 0mm とは、ハーフトリップ無しの場合である。比較的详细な計測結果が 0mm 、 1.5mm 、 5mm の場合について報告されている。平均速度場の計測に際しては、自作による3孔管を用い、曲がり管路出口から $2D$ の位置する断面での計測結果が示されている。実験は、レイノルズ数 5.0×10^5 から 8.2×10^5 の範囲で行われているが、ハーフトリップ高さ 0mm 、 1.5mm 、 5mm の場合、レイノルズ数は 8×10^5 である。

座標系に関しては、上流直線管路では主流方向を X_1 軸、水平方向を X_2 軸、垂直方向を X_3 軸と定義している。下流直管部では便宜的に X_1' 軸、 X_2' 軸、 X_3' 軸を用いている。

3.2. 支配方程式

本解析ではレイノルズ平均化した運動量輸送方程式(RANS)、レイノルズ応力輸送方程式を解くこととした。運動量、レイノルズ応力輸送方程式の各式は以下のように示される。

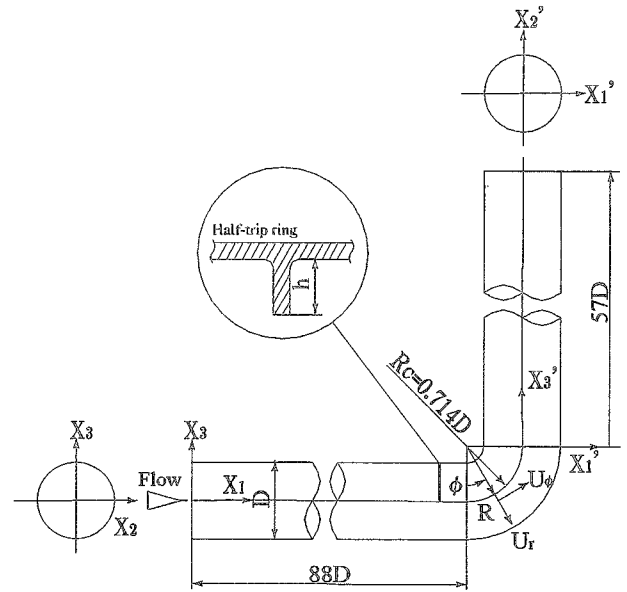


Fig. 1 Schematic diagram of 90-degree bend pipe and coordinate systems

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (2)$$

レイノルズ応力輸送方程式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値計算を実行する上で障害となる左辺の対流項、拡散項に対しては Rodi⁽⁹⁾による近似を用いてモデル化を行った。この近似より輸送方程式は、微分式形から代数式形に変換されることになり計算負荷の軽減に寄与する。反面、微分方程式にて関係づけられた物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。レイノルズ応力輸送方程式の圧力・ひずみ相関項のモデル化も問題となるが、この項のモデル化ならびに定数系に関しては、別報⁽¹⁰⁾にて詳述した。

3.3. 数値解析

数値解析においては、90°曲がり管路の上、下流部には長さ $80D$ 、 $57D$ の直線管路を設け、計算レイノルズ数は実験と同一の 8×10^5 とした。計算対象管路は、ハーフトリップ高さ 0mm 、 1.5mm 、 5mm の3種類である。計算格子数は、いずれの場合も断面内で 41×41 で共通とし、主流方向にはそれぞれ 237 、 241 、 247 の計算格子を設けた。図2に 1.5mm の場合の円形断面内、側面からの曲がり部の計算格子を示す。円形断面格子にて壁面から3点までがリップ高さに相当し、流れ方向には約 $0.01D$ の計算格子をリップ厚さとして設けた。計算の際、ハーフトリップは速度零を設定しその存在を再現した。初期条件として、速度に関しては主流方向に一様流を与え、

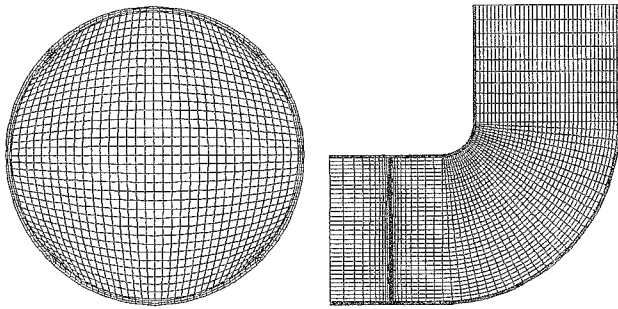


Fig.2 Grids layouts of cross section and side view for $h/D=0.021$

乱流エネルギー, 乱流散逸値に関しては, $k/U_b^2 = 1 \times 10^{-5}$, $\varepsilon = k^{3/2}/D_b$ と小さな値を流入条件として課した。

本解析で使用した乱流モデルは, 高レイノルズ数型乱流モデルであり, 乱流エネルギー, 乱流散逸値の境界条件設定に関しては壁関数を用いている。その際に, 対数速度分布を仮定することが必要となるが, 滑面壁に対する一般的な対数速度分布を使用している。計算諸量の格子点配置は同一点にて計算諸量を表す Regular Grid 法に依った。支配方程式の対流項差分近似は QUICK 法を使用し, 解析に際しては, 非直交系格子でも計算可能な境界適合座標系を導入した。

計算は, 非定常項を加味して計算している。流れは, はく離を伴う乱流であり, 速度も含めはく離領域は, 時間経過とともに変化する。実験結果は時間平均値であり, 従って計算結果を実験と比較する際には瞬時の計算値を時間平均化して速度分布に変化が見られない時間域での計算結果を比較した。

4. 結果と考察

4.1. 平均速度場比較

図3に, $h/D = 0.0$ での(a)主流方向速度, (b)二次流れベクトルの実験, 計算結果の比較結果を示す。速度は, 両者とも断面内平均速度にて無次元化し, 以下に示す比較断面は, 何れも曲がり部出口から $2D$ の位置である。

実験結果の主流方向速度分布から外壁側に最大主流方向速度 1.35, 最小主流方向速度 0.55 が生成されていることが分かる。計算は, 最大速度は良好に予測するものの最小値に関しては, 値を大きく予測している。また, 計算の等値線分布は大きく湾曲した分布を有するが, これは二次流れに起因するものである。二次流れは, 左右対称軸の X_1' 軸に沿って内壁から外壁側に, 一方壁面近傍では外壁から内壁に向かい一對の渦を形成していることが両結果から理解できる。計算では管路中央領域で比較的大きな速度を有し, この二次流れの移流効果により等値線が大きく湾曲したものと解釈される。

図4に, $h/D = 0.021$ における(a)主流方向速度, (b)二次流れベクトルの実験, 計算結果の比較結果を示す。ハーフトリップが設置された流れであるが, 内壁側で主流方向速度が減速され低速領域が拡大し, 外壁近傍では最大主流方向速度も減少することが両結果から分かる。実験ではハーフトリップ

無しの場合に生成された最大主流方向速度の 1.35 のラインが消滅し, 計算では, その占める領域が減少している。二次流れ分布に関しては大きな変化は認められないが, 計算結果では内壁の $X_2'/D = 0.0$ 近傍にて二次流れベクトルが多少変化していることが分かる。

図5は, ハーフトリップ高さが最も高い $h/D = 0.071$ の比較結果を示している。主流方向速度も二次流れ分布も, 他のハーフトリップの結果と比較すると大きく変化している。すなわち, 管路中心部に形成されていた主流方向速度の最小値は, 内壁側に形成され, 最大値が外壁側に生成される。特に計算は, 外壁側で比較的大きな最大値を予測している。さらに計算結果の壁面近傍等値線は壁に沿って舌状に伸びた分布となり低速流体が内壁中央部へ移流されることを予測してい

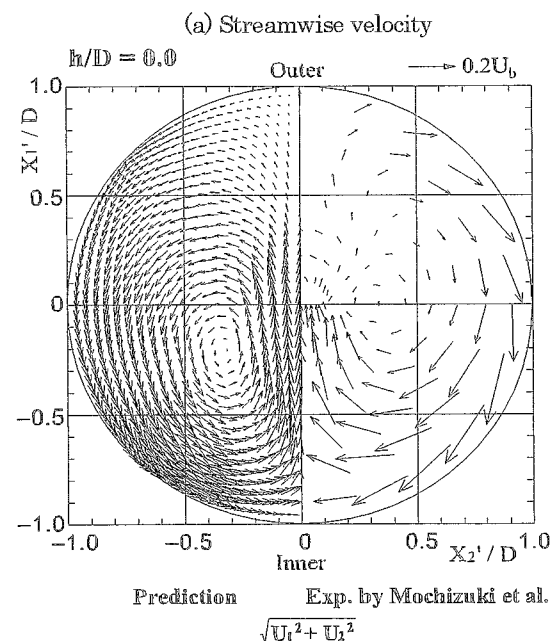
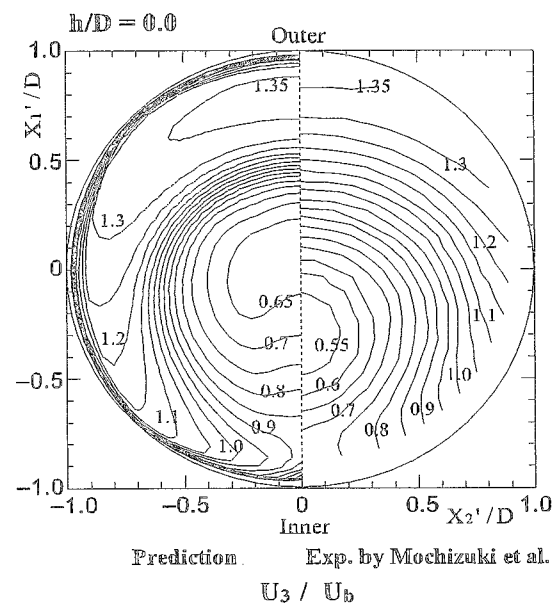
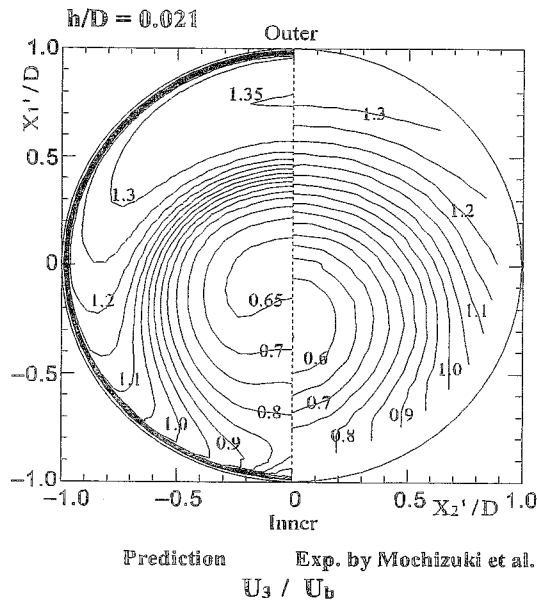
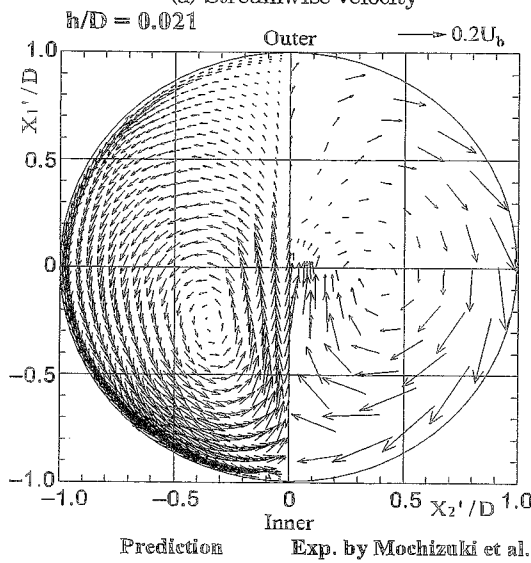


Fig.3 Compared results without half-trip



(a) Streamwise velocity



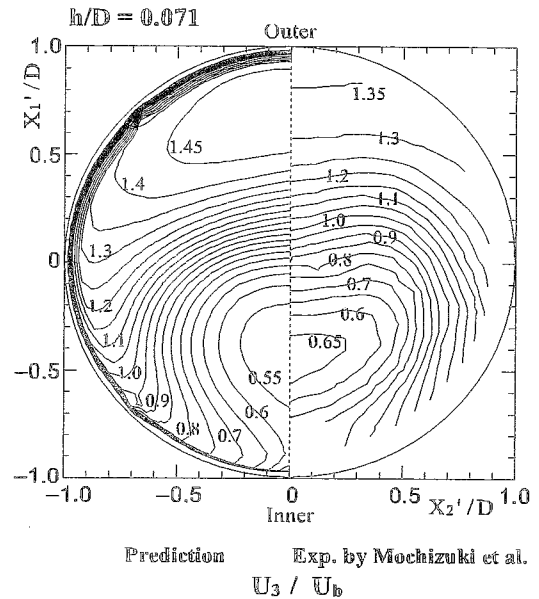
(b) Secondary flow

 Fig.4 Compared results for $h/D=0.021$

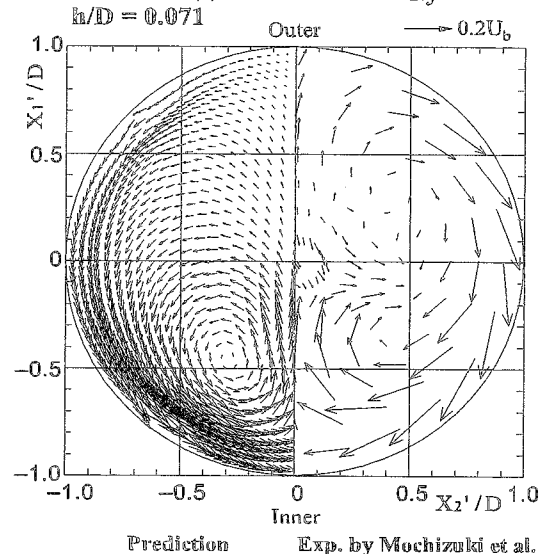
る。二次流れ分布に関しては、実験と計算では差異が認められる。計算結果は、渦の中心位置が内壁側に移行し反時計回りの渦を形成しているが、実験では管路中心部にて二次流れは減衰し水平方向へ流れを変化させるとともに、外壁側で比較的大きな二次流れを形成し、内壁側に生成される渦と同一方向の循環流を形成している。計算は、これまで 90° 、 180° 曲がり円管路内乱流を二次流れ、レイノルズ応力分布も含めて良好に再現している^{(11),(12),(13),(14)}。また、はく離流れを伴う乱流場においても、はく離再付着点を比較的良好に予測している^{(15),(16)}。

4.2. 壁面静圧係数比較

図6に、内壁、外壁に沿う静圧係数を比較した結果を示す。実験と計算の両結果を比較すると、内壁に沿う分布に顕著な差が認められる。計算では、ハーフトリップ高さにより静圧



(a) Streamwise velocity



(b) Secondary flow

 Fig.5 Compared results for $h/D=0.071$

係数は変化し、 $h/D = 0.071$ では、曲がり管路での逆圧力勾配は他と比較すると緩和された分布となっている。この傾向は実験でも同様であるが、実験のハーフトリップの高さによる静圧係数分布変化は、計算ほど顕著ではない。

4.3. 断面内平均圧力係数比較

壁面静圧分布から圧力損失の低減効果を判断するのは難しいため、計算結果から断面内の平均圧力分布を算出しハーフトリップ高さによる違いを比較した。図7にその結果を示す。解析結果から、 $h/D = 0.021$ にて圧力損失の低減が図られていることが分かる。曲がり急峻な場合、逆圧力勾配により内壁側にはく離領域が形成されるには既知の事実であり、はく離領域と圧力損失とは相関があることは容易に類推される。そこで、計算結果から、はく離領域が占める領域を求めた。

4.4. はく離領域比較と圧力損失低減メカニズム

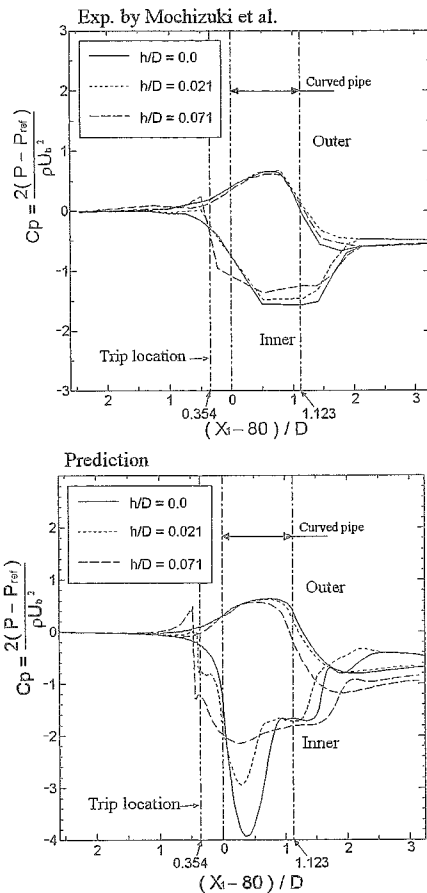


Fig.6 Comparison of local pressure coefficient profiles

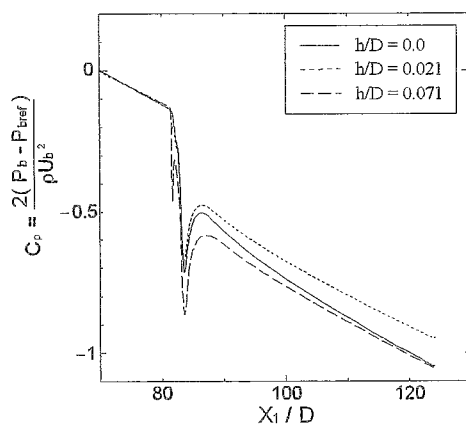


Fig.7 Calculated profiles of averaged pressure in cross section

図8は、速度零の等値面を3種類の流れ場にて示した結果である。等値面は三次元曲面形状をしているが便宜的に、側面図とはく離領域を上流から鳥瞰した図を示す。はく離領域が占める体積を比較すると $h/D = 0.071$ の場合が最も大きな体積を占めている。特徴的なのは、上流から鳥瞰した領域が他の場合と比較すると狭い点を指摘できる。これは、図5に示した二次流れが形成する循環流の中心が、内壁側に移動することから類推されるように、強い二次流れにより比較的高速の流体が内壁中央部に移流されるためと解釈できる。し

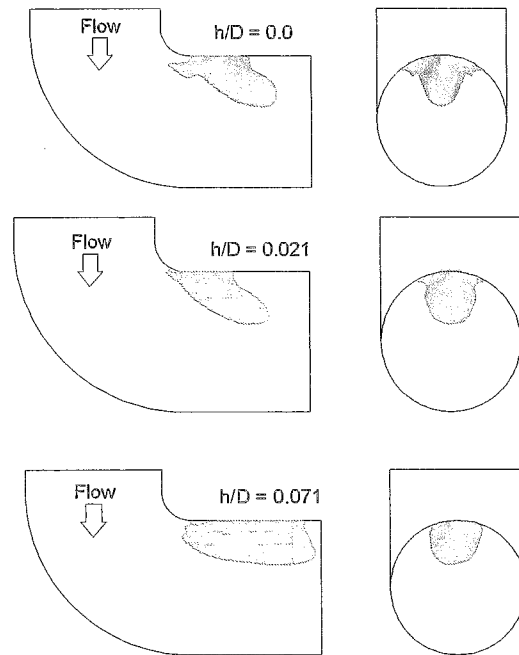


Fig.8 Calculated regions of separated flow

かし、主流方向に形成されるはく離領域は、長く伸びた形状をしており、結果的に大きな体積を有することになる。高さの高いハーフトリップを設けたことにより圧力分布が曲がり管路、下流直管部領域まで大きく変化し、逆圧力勾配の占める領域も拡大されたことに起因すると考えられる。

一方、ハーフトリップ無しと $h/D = 0.021$ の計算結果とを比較すると、円形断面内ではく離領域が占める面積は後者の方が少なく、 $h/D = 0.021$ の方が圧力損失低減に寄与している。断面内のはく離領域が少なくなるのは、図6に示す二次流れ分布から理解できる。すなわち、壁面近傍での二次流れ強度に着目すると、ハーフトリップ無しの場合と比較し大きな強度の二次流れが生成されている。この二次流れにより比較的大きな運動量が移流したことに起因する。このメカニズムは、 $h/D = 0.071$ と同様である。また、主流方向に形成されるはく離領域が、両者でそれほど差が無いのは、圧力変化に大きな相違が無いためであり、事実、両者の圧力等値線分布を計算結果から確認すると、相似形状で圧力分布に大きな差は認められない。圧力分布に差が無く、二次流れ強度に差が認められるのは、ハーフトリップを設けたことより乱れの非等方性が助長され、その結果、第2種二次流れが生成され、この二次流れと圧力勾配力に起因する第1種二次流れとが重畳された結果と解釈される。本解析にて使用した代数レイノルズ応力モデルが、第2種二次流れを良好に再現できることは、これまでの研究にて報告した^{(17),(18)}。また、第2種二次流れの生成は、完全発達乱流の場合、断面方向の垂直応力差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ 、ならびにせん断応力差 $\overline{u_2 u_3}$ に起因する⁽¹⁹⁾。従って、乱流モデルが前述のレイノルズ応力を予測できることが重要であるが、本乱流モデルが断面内の垂直応力差、な

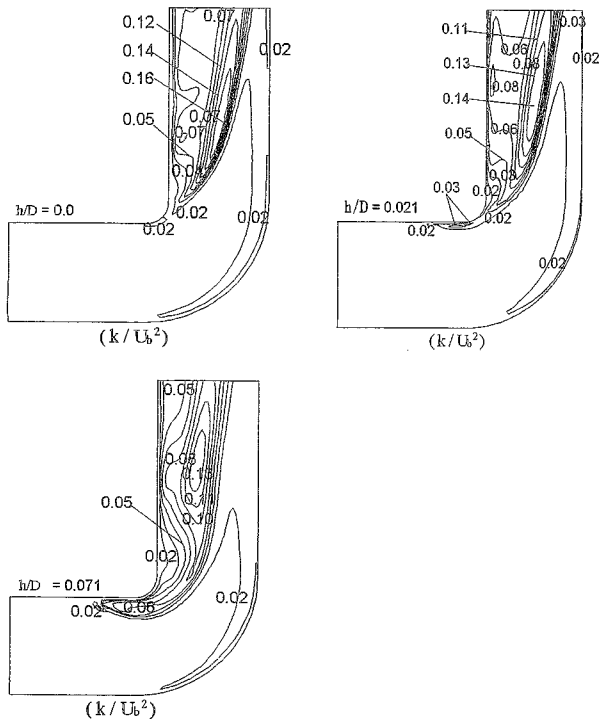


Fig.9 Calculated distributions of turbulent energy

らびにせん断応力を良好に予測できることは別報にて報告した(20),(21)。

第2種二次流れが乱流に起因する二次流れであることより、ハーフトリップにより乱流特性量も変化することが予測される。そこで、図9に、計算結果を用いて乱れ強度を示す乱流エネルギーを比較した。結果から明らかなように乱流エネルギーは、ハーフトリップ近傍でその高さに比例して高い値を生成している。しかし、 $h/D = 0.071$ の場合には、乱流エネルギーの最大値は、はく離領域を回避するように分布している。これは、乱流エネルギーが主流方向速度により移流されるためでありハーフトリップを設けたことにより圧力場が大きく変化したことに起因している。対照的に、 $h/D = 0.021$ の場合には、はく離領域に比較的高い値の乱流エネルギーが存在する。ハーフトリップ無しの場合も類似の分布を示すが、0.05の等値ラインなど比較的高い値がより壁面近傍に存在し、微小スケールの乱れにより運動量移動が促進されはく離領域の拡大を抑制していると考えられる。

以上から、圧力損失低減メカニズムは、以下の様に説明できる。ハーフトリップの設置は乱れの非等方性を促進し、その結果、第2種二次流れを壁面近傍に生成させ、この流れが運動量の移流効果向上に寄与しはく離領域の拡大を抑制する。同時に適切なハーフトリップ高さは微小スケールの乱れによる運動量交換を壁面近傍にて促進し圧力損失低減に寄与する。

5. 結 論

ハーフトリップを設けた曲がり管路内乱流場を対象に代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標を用いて解析した。解

析結果は実験結果と比較し、以下の結論を得た。

- (1) 計算は、主流方向速度分布を定性的に予測することが可能であるが、定量的比較においては、最大値、最小値に多少の差が認められる。
- (2) 計算は、ハーフトリップ無し、 $h/D = 0.021$ の場合の二次流れ分布は比較的良好に予測するが、 $h/D = 0.071$ の場合には差異が認められた。ただし、二次流れにより形成される循環流が内壁側に移動する特徴的現象は再現している。
- (3) 実験ではハーフトリップを設けると圧力損失低減効果があることを報告している。本解析では、 $h/D = 0.021$ の場合に、圧力損失低減効果があることを断面内平均圧力分布、はく離流れが占める体積から確認した。
- (4) 圧力損失低減のメカニズムについて提案した。すなわち、ハーフトリップの設置は、乱れの非等方性を助長し第2種二次流れを壁面近傍に生成され、運動量の移流効果を促進しはく離領域拡大を抑制する。同時に適切なハーフトリップ高さは微小スケール乱れによる運動量交換も促進する。
- (5) 代数レイノルズ応力モデルにて、ハーフトリップを含む複雑乱流場を解析することが可能であることを示した。

参 考 文 献

- (1) Nouri, J. M., Umur H., Whitclaw J.H.: Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in concentric and eccentric annuli, *J. Fluid Mech.*, 235, pp.617-641 (1993)
- (2) 杉山均, 秋山光庸, 小出律文: 曲がり円管路内における非ニュートン流体の乱流構造解析, *日本機械学会論文集*, B65, 111, pp.1505-1512(1999)
- (3) Walsh, M. J.: Turbulent boundary layer drag reduction using riblets, *AIAA 20th Aerospace Science Meeting*, AIAA-82-0169, pp.1-8 (1982)
- (4) Choi, H., Moin, P., Kim, J.: Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets, *J. Fluid Mech.*, 255, pp.503-539 (1993)
- (5) Gutierrez-Torres, C. C., Hassan, Y. A., Jimenez-Bernal, J. A.: Turbulent structure modification and drag reduction by micorbubble injections in a boundary layer channel flow, *Trans. ASME, J. Fluid Engineering*, 130, pp.111304-1-111304-8(2008)
- (6) 五十嵐保, 寺地宣明: 直交平板の伝熱促進と抗力軽減, *日本機械学会論文集*, B62, 597, pp.1945-1952(1996)
- (7) 中務実, 高見敏弘, 武田健祐, 柳瀬眞一郎, 岩本匡司: 曲がり管路内乱流に及ぼす Winglet の効果, *2009 年度年次大会講演論文集*, Vol.2, pp.33-34(2009)
- (8) 望月信介, 横田素行, 今東秀行, 大坂英雄: ハーフトリップを用いた 90° ベンド内流れの抵抗低減, *日本機械学会論文集*, B69, 679, pp.595-601(2003)

- (9) Rodi, W.: A new algebraic relation for calculation the Reynolds stresses, *Z. Angew. Math. Mech.*, 56, pp.219-221 (1976)
- (10) 杉山均, 秋山光庸, 芹沢寿行: 代数応力モデルによる正方形断面管路内の助走区間発達乱流解析, 日本機械学会論文集, B56, 531, pp.3328-3335(1990)
- (11) 杉山均, 秋山光庸, 篠原康則, 人見大輔: 代数応力モデルによる 90° 曲がり円管内乱流の数値解析, 日本機械学会論文集, B63, 610, pp.1920-1927(1997)
- (12) 杉山均, 秋山光庸, 篠原康則, 人見大輔: 代数応力モデルによる 180° 曲がり円管内乱流の数値解析, 日本機械学会論文集, B63, 609, pp.1533-1540(1997)
- (13) 杉山均, 秋山光庸, 篠原康則: 粗面壁を有する 180° 曲がり円管内の乱流構造解析, 日本機械学会論文集, B64, 618, pp.342-349(1998)
- (14) 杉山均, 藤田文暢: 曲がり円管路流れの発達乱流数値解析, 日本機械学会論文集, B68, 668, pp.1135-1142(2002)
- (15) 杉山均, 向井秀明, 人見大輔: はく離流れを伴う 3 次元屈曲管路内の乱流解析, 日本原子力学会和文論文誌, 5, 1, pp.1-13(2006)
- (16) 杉山均, 田中達也, 人見大輔: 三次元屈曲管路内のはく離乱流数値解析, 自動車技術会論文集, Vol.38, No.1, pp.181-187 (2007)
- (17) Sugiyama, H., Akiyama, M., Nemoto, Y., Gessner, F.B.: Calculation of Turbulent Heat Flux Distributions in a Square Duct with One Roughened Wall by Means of Algebraic Heat Flux Models, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 23, pp.13-21 (2002)
- (18) 杉山均, 田澤亨, 人見大輔: 壁面粗面変化を有する矩形断面管路内の発達乱流解析, 自動車技術会論文集, Vol.37, No.2, pp.97-102(2006)
- (19) Demuren, A. O., Rodi, W.: Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts, *J. Fluid Mech.*, 140, pp.189-222(1984)
- (20) 杉山均, 秋山光庸, 松本将師, 古沢新平, 平田 賢: 粗面壁を有する長方形断面管路内の乱流構造解析, 日本機械学会論文集, B59, 568, pp.3781-3788(1993)
- (21) 杉山均, 秋山光庸, 松本将師, 平田 賢: 底壁面に粗面を有する正方形断面管路内乱流の数値解析, 日本機械学会論文集, B59, 561, pp.1510-1517(1993)

