

傾斜リブを有する直線管路内の乱流熱流動解析*

岡垣 百合亜¹⁾ 杉山 均²⁾ 加藤 直人³⁾

Numerical Analysis of Turbulent Flow with Heat Transfer in a Square Duct with 45 Degree Ribs

Yuria Okagaki Hitoshi Sugiyama Naoto Kato

Numerical analysis has been performed for turbulent flow with heat transfer in a square duct with 45 degree ribs by using an algebraic Reynolds stress and turbulent heat flux models. Calculated results are compared with the experiment in order to confirm the validity of the presented model. It has been found that the calculation can reproduce reasonably the measured velocity profiles including secondary flow vectors. Besides, two kinds of turbulent models are applied to temperature field and the difference between turbulent heat flux model and constant turbulent Prandtl number model are described by showing the distributions of Nusselt number.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Heat Exchanger, Heat Transfer / Algebraic Reynolds Stress Model, Constant Turbulent Prandtl Number Model, Turbulent Heat Flux Model ⑬

1. 緒 言

自動車部品において、熱輸送、運動量輸送を伴う現象は、排気管、ラジエーターなど多くの自動車部品にて遭遇する現象であり、性能や寿命に直接的影響を及ぼす。そのため、熱交換器などでは効果的な熱移動促進手法として、管路壁に突起形状をしたリブを周期配列する手法が取られている。この結果、非等方性乱流が形成され、伝熱面近傍での流れはより複雑化する。この乱れによる非等方性が強まることで二次流れのパターンにも変化が生じ、伝熱性能に大きく影響を及ぼす。これまでにもリブが周期的に配列された管路内の伝熱促進に関する解析は、実験、計算の両分野において数多くの研究報告がされている^①。特に傾斜配列されたリブは、より複雑な流れを形成し、乱流場の予測精度を左右する乱流モデル検証の意味からも興味ある重要な流れである。

数値解析での研究では、非等方性乱流を正確に予測する意味からレイノルズ応力モデルが適用されている。Bonhoffら^②は、速度場、温度場の解析を行い、解析結果を詳細に実験結果と比較している。乱流モデルには標準的なk-ε二方程式モデル、二層型k-ε二方程式モデル、レイノルズ応力モデルを用い、実験ではPIVによる速度場計測を行っている。そこで、Bonhoffらの実験、計算を対象とし、速度場に対してはレイノルズ応力モデルより計算負荷を軽減して効率的に計算可能な代数レ

イノルズ応力モデルを用いて、レイノルズ応力モデルによる計算結果ならびに実験結果との比較を行い、モデルの妥当性を検討する。同時に温度場に対しては乱流プラントル数一定モデル、代数乱流熱流束モデルを用いて解析し、Bonhoffらにより予測されたヌセルト数分布と本計算結果との比較を行う。

2. 記 号

a	: 熱拡散係数
a_t	: 乱流熱拡散係数
D	: 正方形断面の一辺長
h	: リブ高さ
P	: 壁面静圧
p	: 変動圧力
T	: 平均化された温度
T'	: 温度変動
T_w	: 壁面温度
T_{in}	: 入口断面平均温度
$\overline{u u_i}$	: レイノルズ応力
$\overline{u T'}$	: 乱流熱流束
U_b	: 正方形断面管路の断面平均速度
$ U $	: 速度ベクトル絶対値 $\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}$
U_i	: 直交座標上の <i>i</i> 軸方向の時間平均速度
X_i	: 直交座標上の <i>i</i> 方向座標軸
δ_{ij}	: クロネッカーのデルタ記号
ν	: 動粘性係数
ρ	: 密度
$(\quad)$	: レイノルズ平均

* 2010 年 1 月 7 日受理. 2009 年 10 月 9 日自動車技術会秋季学術講演会において発表.

1) 宇都宮大学大学院工学研究科 大学院生 (321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2) (E-mail: okagaki@ace.ees.utsunomiya-u.ac.jp)

2)・3) 宇都宮大学大学院工学研究科 (同上)

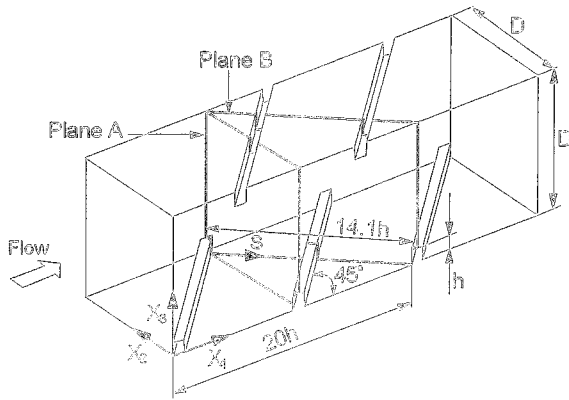


Fig.1 Diagram of square duct with 45 degree ribs and definition of coordinate system

3. 解析手法

3.1. 計算対象実験

解析対象としたBonhoffらの周期配置リブ管路形状の概略図、および直交座標系を図1に示す。リブは、正方形断面直線管路の上下壁に流れに対して45°の傾斜を持って設置され、上下壁で千鳥配列となっている。正方形管路の一边長は100mmで、リブ高さは10mm、リブも正方形断面形状をしている。レイノルズ数は、代表長さに水力直径、代表速度に管路断面内平均速度を用いて 5.0×10^4 である。計測位置は、十分発達していると考えられる断面でPIVにて計測を行っている。図中のPlane A断面、Plane B断面は、それぞれ主流方向流れと直交する断面を、45°で傾斜した、かつリブと直交する断面を示しており、主にこれらの断面にて速度計測結果が報告されている。座標系に関しては、主流方向を X_1 軸、水平方向を X_2 軸、垂直方向を X_3 軸と定義している。座標原点は、図に示すように上流に視点を置いて下壁右側コーナ部に取った。

3.2. 支配方程式

本解析ではレイノルズ平均化された運動量輸送方程式(RANS)、レイノルズ応力輸送方程式を解くこととした。運動量、レイノルズ応力輸送方程式の各式は以下のように示される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - u_i u_j \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} = & - \left(u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left[u_i u_j u_k - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{ik} u_j + \delta_{jk} u_i) \right] \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (2)$$

レイノルズ応力輸送方程式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値計算を実行する上で障害となる左辺の対流項、拡散項に対してはRodi⁽⁹⁾による近似を用いてモデル化を行った。この近似より輸送方程式は、微分式形から代数式形に変換されることになり計算負荷の軽

Table 1 Modeling of pressure-temperature gradient correlations

$\pi_{H,1}$	$-C_{1T} \frac{s}{k} \frac{\overline{u_i T'}}{\overline{u_i T'}} - C_{1T} \left(\frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) \frac{\overline{u_j T'}}{\overline{u_j T'}}$
$\pi_{H,2}$	$C_{2T} \frac{\overline{u_m T'}}{\overline{u_m T'}} \frac{\partial U}{\partial x_m} - C_{2T} \frac{\overline{u_m T'}}{\overline{u_m T'}} \frac{\partial U}{\partial x_i}$
$\pi_{H,w}$	$C_{1T} = C_{1T}^0 \left\{ 1 + C_{1T,w} \cdot f \left(\frac{L}{X_w} \right) \right\}$ $C_{1T}' = C_{1T}'^0 \left\{ 1 + C_{1T,w} \cdot f \left(\frac{L}{X_w} \right) \right\}$ $C_{2T} = C_{2T}^0 \left\{ 1 + C_{2T,w} \cdot f \left(\frac{L}{X_w} \right) \right\}$ $C_{2T}' = C_{2T}'^0 \left\{ 1 + C_{2T,w} \cdot f \left(\frac{L}{X_w} \right) \right\}$

Table 2 Model constants

C_{1T}^0	$C_{1T}'^0$	C_{2T}^0	$C_{2T}'^0$	$C_{1T,w}$	$C_{2T,w}$
3.9	-2.5	0.8	0.2	0.25	-0.46

減に寄与する。反面、微分方程式にて関係づけられた物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。レイノルズ応力輸送方程式の圧力・ひずみ相関項のモデル化も問題となるが、この項のモデル化ならびに定数系に関しては、別報⁽⁴⁾にて詳述した。

温度場に対しては乱流熱流束輸送方程式を解くことより温度変動の非等方性を考慮する。乱流熱流束輸送方程式の厳密式は以下のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i T'}{Dt} = & - \left(u_i u_k \frac{\partial T'}{\partial X_k} + u_k T' \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ u_i u_k T' + \frac{p}{\rho} T' \delta_{ik} - \nu \frac{\partial u_i T'}{\partial X_k} - \alpha u_i \frac{\partial T'}{\partial X_k} \right\} \\ & + \frac{p}{\rho} \frac{\partial T'}{\partial X_i} - (\nu + \alpha) \frac{\partial T'}{\partial X_k} \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (3)$$

対流項、拡散項に関しては、速度場同様Rodi⁽⁹⁾近似にてモデル化し、代数式形として計算時間の短縮を図った。温度変動の再配分を支配し、モデル化の上でも重要な右辺第3項の圧力・温度勾配相関項は表1のようにモデル化した。モデル定数は表2に示す。温度の変動成分からなる $\pi_{H,1}$ 項(slow項)に関しては、Lumley⁽⁹⁾のモデルを、平均速度勾配を含む $\pi_{H,2}$ 項(rapid項)に関しては、Launder⁽⁶⁾のモデルを用いた。壁面の影響を示す $\pi_{H,w}$ 項は、関数 f を用い、定数を壁面からの距離で変化させ、モデル化した。関数 f は壁面近傍で1を、壁面から離れるにつれて減少する関数を用いた。モデル導出、モデルの妥当性を含めた予測精度については別報⁽⁷⁾にて詳述した。

上記の代数乱流熱流束モデルを解く手法のほか、最も簡便な方法として乱流プラントル数を仮定するモデルがある。これは、乱流プラントル数を仮定することより乱流熱拡散係数を求め、乱流熱流束を以下の式より導出し、エネルギー方程式と連立させて解く手法である。

$$-\overline{u_i T'} = \alpha_i \frac{\partial T}{\partial X_i} \quad (4)$$

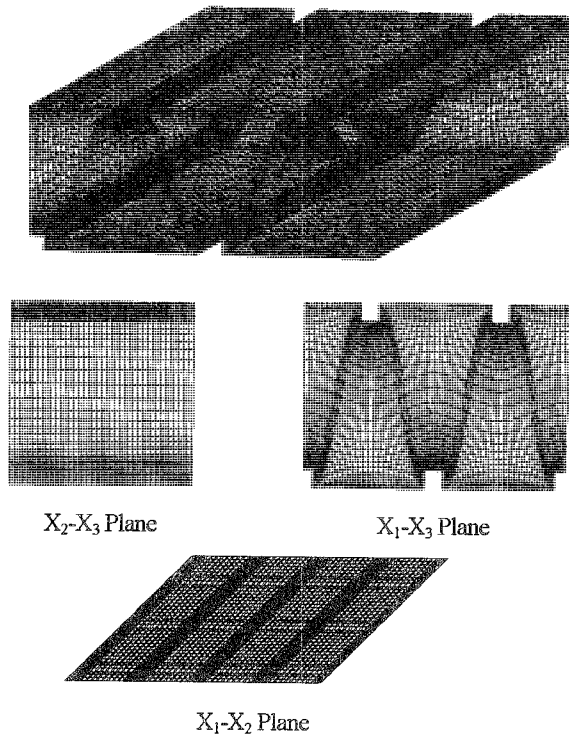


Fig. 2 Grids layouts for three dimensional view and cross sectional planes

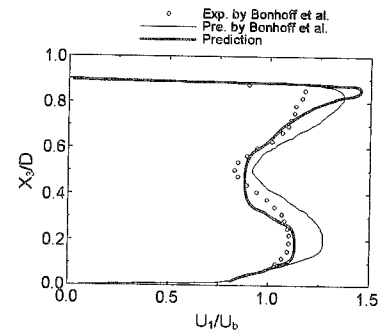
本解析では、乱流プラントル数を 0.8 と仮定して計算を行い、乱流熱流束モデルとの温度場の比較を行う。

3.3. 数値解析

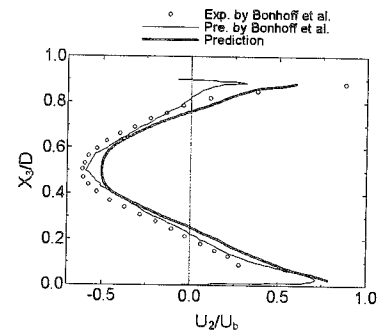
数値解析においては、周期境界条件を課し、2 周期のリブ列を対象に解析を行った。周期境界条件に関しては、圧力以外は入口、出口での値を同一値とし、圧力に関しては入口、出口での勾配値が同一となるように設定した。計算格子を図 2 に示す。計算格子数は、流れ方向に 102、断面方向に 41×31 を設定し、物理量変化が急な場所では密に格子を配列している。本解析で使用した乱流モデルは、高レイノルズ数型乱流モデルであり、速度場に関しては、壁関数を用いて壁近傍の境界条件の設定を行った。温度場に関しては、壁温一定の境界条件を課している。

計算に際して、浮力による速度場への影響は少ないと仮定し、運動方程式から浮力項は削除して数値解析する。計算諸量の格子点配置は同一点にて計算諸量を表す Regular Grid 法に依った。支配方程式の対流項差分近似は QUICK 法を使用し、計算レイノルズ数は実験と同じ 5.0×10^4 である。座標変換手法には境界適合座標系を用いた。また、非定常項は陽解法とし、次の計算ステップにおける物理量が既知の時間ステップにて表されるように差分した。陽解法の場合、計算時間刻みは大きく取ることができず、Courant 数が常に 1 以下となるように時間刻みを設定した。

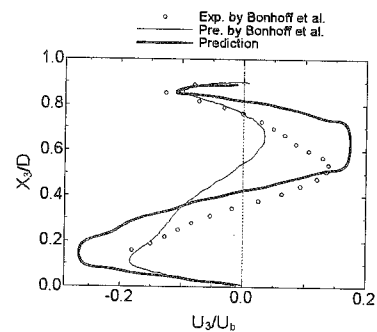
4. 結果と考察



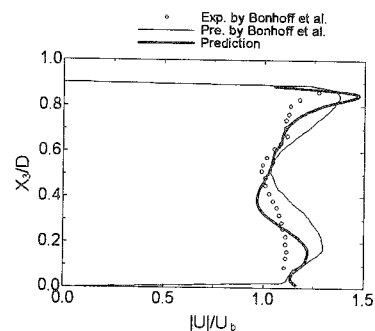
(a) Streamwise velocity



(b) Spanwise velocity



(c) Vertical velocity



(d) Velocity magnitude

Fig. 3 Comparison of velocity profiles

4.1. 平均速度場

図 3 に実験、Bonhoff らのレイノルズ応力モデルによる計算結果、代数レイノルズ応力モデルによる本計算結果の相互比較結果を示す。(a), (b), (c) はそれぞれ主流方向、水平方向、垂直方向の速度分布、(d) は三次元速度ベクトルの絶対値を比較した結果を示している。比較位置は、図 1 に示す Plane A の

底壁側 $X_2/D = 0.5$ の位置から上方に向かう X_3 軸に沿った線上とした。また、実験結果は丸印、Bonhoff らによるレイノルズ応力モデルによる計算結果は細線、代数レイノルズ応力モデルによる本計算結果は太線で示した。(a)において、実験結果から主流方向速度は、上壁に位置するリブ近傍で加速され最大値を、管路中央位置で最小値を示し、下壁に向かい増加、減少し、極値を有することが理解できるが、両計算結果ともこうした特徴的な現象は再現している。(b)では、計測値は上下壁近傍で正の値を管路中央部領域にて負の値を有していることから、循環流が形成されていることが理解できる。上壁リブに接近するにつれて急激に増加している水平方向速度は、代数レイノルズ応力モデルにて再現しているが、最小値はレイノルズ応力モデルの方が、実験値を良好に予測している。(c)は、実験結果から、上壁リブ近傍と底壁面近傍では下降流が、管路中央領域では比較的速度の速い上昇流が形成されることが分かる。両計算結果ともこうした特徴的速度分布を再現するが、定量的には実験値を良好に再現するには至っていない。(d)は、三軸方向速度の予測精度を総合的に判断することが可能となる。本計算結果と Bonhoff らの結果とを比

較すると、比較的实验値に近い値を予測しているのは、代数レイノルズ応力モデルであることが理解できる。

図4(a)は、Plane A 断面内に形成される二次流れベクトル、(b)は水平方向速度の等値線分布を実験と計算で比較した結果を示している。共に、正方形断面管路の下流に視点を置いて、上流を鳥瞰した図として表示しており、上から Bonhoff らの実験と計算結果、本計算結果の順番となっている。(a)では、Bonhoff らの実験と計算結果において、速度ベクトルスケールに関する表示が論文には記述されていないが、実験結果については、図3に示した水平方向速度の実験値から速度ベクトルスケールを推定することは可能であり、推定した結果としての速度ベクトルスケールを表示した。しかし、レイノルズ応力モデルによる計算結果では、推定することができず、スケール表示は省略した。(a)の二次流れベクトルにおいて、実験結果と両計算結果から上壁側で時計回りの循環流が、下壁側で反時計回りの循環流が形成されていることが理解できる。同時に、 $X_2/D = 0.5$ に沿った二次流れベクトルに着目すると、実験結果と代数レイノルズ応力モデルにおいて渡状のような二次流れを形成していることがわかる。(b)では、実験結果から理解できるように、比較的大きな値が、上下壁近傍に形成されている。この上下壁の同程度の値を有する速度が側壁と衝突することから、上壁側では下降流、下壁側では上昇流が形成され、管路中央部領域で両者が衝突し、壁近傍とは逆の右から左への流れが生じることが等値線分布から読み

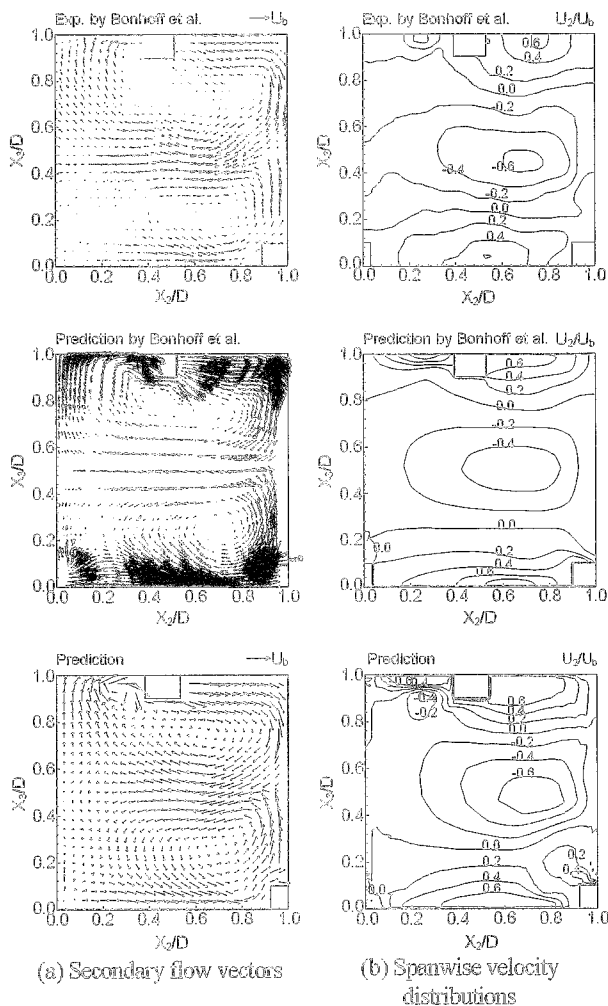


Fig. 4 Comparison of predicted and measured velocity profiles in Plane A

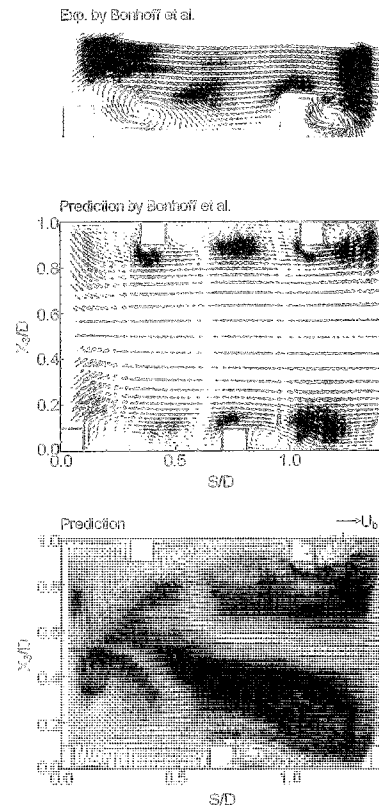


Fig. 5 Comparison of predicted and measured vectors in Plane B

取れる。また、実験では0.6の値が管路中央領域に形成されるが、本計算結果でもこの値を再現している。

図5は、Plane B断面に投影された速度ベクトルを実験と両計算結果とで比較した結果を示している。投影速度ベクトルは、上流に視点を置いてPlane B断面を垂直に鳥瞰した図として表示している。実験結果では、リブ周辺での速度ベクトルのみが示されているが、Bonhoffらの計算結果は、Plane B断面全体の投影速度ベクトルを示しており、本計算結果も同様にPlane B断面全体の計算結果を示した。ただし、Bonhoffらの実験、計算結果には速度ベクトルスケールに関する表記がないため、図中には表示していない。実験結果のベクトル図において、上流部に位置するリブ近傍の流れに着目すると、流れベクトルはリブ角部から右上方向に傾きを持った斜昇流を形成し、リブ背面にて比較的大きな領域で循環流を形成する。Bonhoffらの計算結果は、比較的良好にこの現象を再現している。一方、本計算は、斜昇流を再現するものの、リブ後流に形成される循環流の大きさについては、実験より小さく予測している。また、リブ後流のはく離再付着点に関しては、両モデルとも符合する結果を示した。

以上の平均速度場の比較結果から、レイノルズ応力モデル同様、代数レイノルズ応力モデルでも実験結果を再現できる

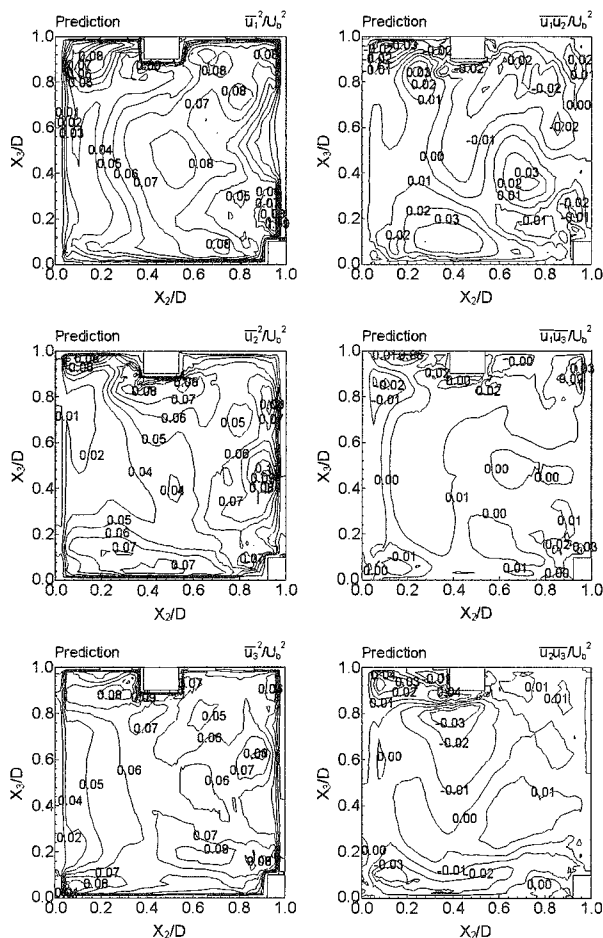


Fig. 6 Comparison of predicted distribution of normal and shear stresses in Plane A

ことが分かる。両モデルの差は対流項、拡散項が本来の微分形で表現されるか、代数式形にてモデル化される点にあるが、両モデルとも実験結果を再現できることを考慮すると、これらの項の解への影響より、むしろ生成項、圧力・ひずみ相関項に依存することを推察できる。生成項は、モデル化の必要がないので圧力・ひずみ相関項のモデル化の相違が数値解に影響していると思われるが、Bonhoffらの使用したレイノルズ応力モデルの場合、商業計算コードであるため、圧力・ひずみ相関項に関する詳細な記述はない。一般に、第2種二次流れは、非等方性乱流に起因する流れで圧力・ひずみ相関項のモデル化に大きく依存する。本解析にて用いた代数レイノルズ応力モデルの場合、第2種二次流れも再現可能であることを確認している⁽⁸⁾。

図6にPlane A断面内で形成される6成分のレイノルズ応力分布の比較結果を示す。 $\overline{u_1^2}$ 、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$ は、それぞれ主流方向、水平方向、垂直方向の垂直応力であり、 $\overline{u_1 u_2}$ 、 $\overline{u_1 u_3}$ 、 $\overline{u_2 u_3}$ は、せん断応力分布である。一般にリブの無い正方形断面管路内乱流では主流方向垂直応力が最も高い値を示すが、いずれの垂直応力も、リブ近傍で高い値を示し乱流生成が活発に形成されることが理解でき、傾斜リブを有する乱流場の特徴的分布と考えられる。一方、せん断応力に関しては、リブの無い正方形断面管路内乱流の場合、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ が最小の絶対値を示すのに対し、本解析乱流場においては、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ の絶対値は、他のせん断応力値と同程度の値を示しており、傾斜リブを設けることにより、せん断応力分布も影響され、

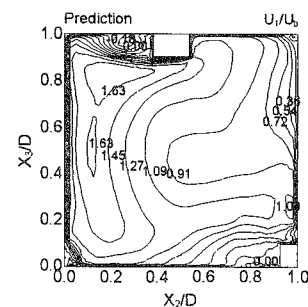


Fig. 7 Predicted streamwise velocity distribution in plane A

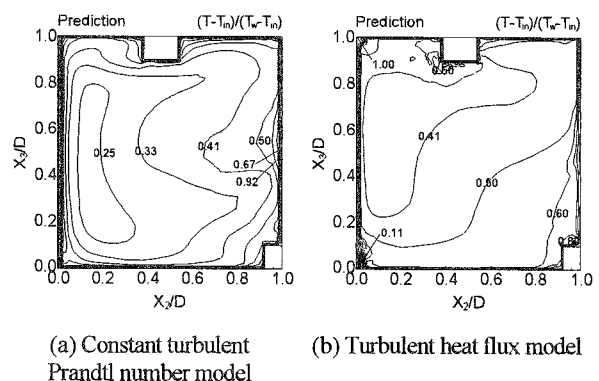


Fig. 8 Comparison of predicted distribution of temperature in Plane A

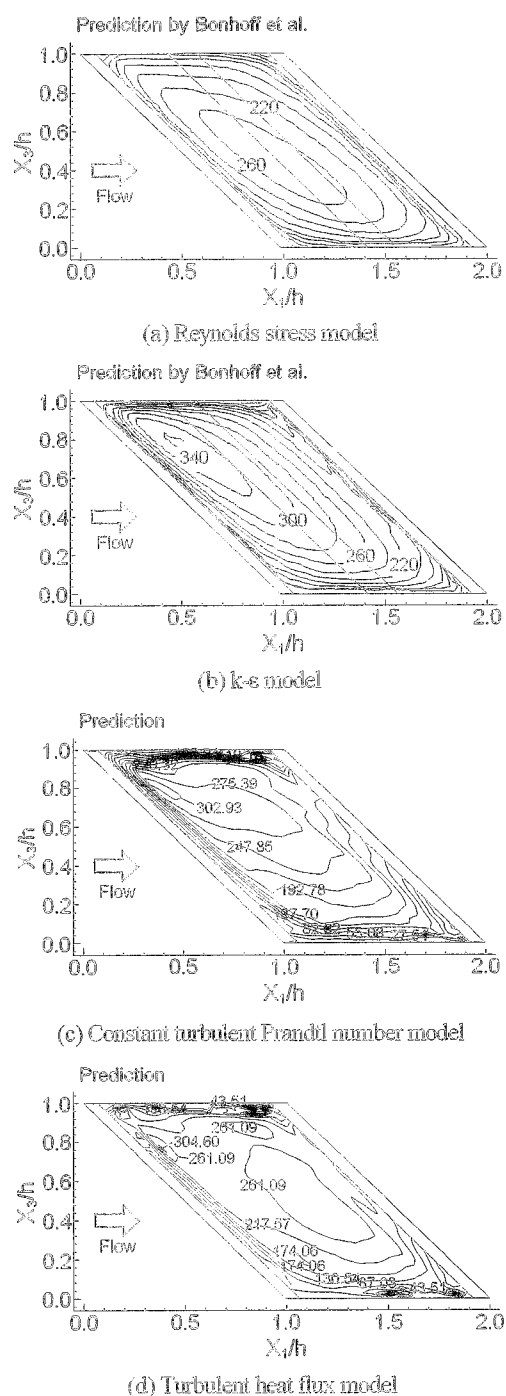


Fig. 9 Comparison of predicted distribution of Nusselt number

運動量交換が三軸方向に活発に行われていることが、各方向のせん断応力分布から定量的に把握できる。

4.2. 平均温度場

図 7 に Plane A 断面で形成される主流方向速度分布、図 8 に Plane A 断面で形成される温度分布を示す。(a) は乱流プラントル数一定モデル、(b) は代数乱流熱流動モデルによる計算結果である。図 8(a) の結果は、主流方向速度分布と類似の分布を示し、乱流プラントル数一定モデルでは運動量輸送と熱輸送には相関があるといえるが、(b) の結果は相似形とならず、相関性は成立しないことがわかる。また、図 8(a)、(b) での値を比

較すると、等値線分布は相似ではないが定量的には、大きな差は認められない。代数乱流熱流束モデルが、温度乱れの非等方位を再現できることを考慮すると、本解析乱流場では、運動量輸送と熱輸送との相似性は成立しないと予測される。

図9に下壁面のヌセルト数分布の比較結果を示す。Bonhoffらによる計算結果は、速度場を(a)レイノルズ応力モデルと(b)k-εモデルで解いた後、温度場を解析している。温度場解析手法についての詳細は論文には記述されていない。一方、本計算結果は、速度場は代数レイノルズ応力モデルで解いた後、温度場を(c)乱流プラントル数一定モデルと(d)代数乱流熱流動モデルで解析した。まず、(a)では、高い伝熱領域が中央部に形成されているのに対し、(b)はリブ直下流に存在する。(b)の現象について、BonhoffらはPlane B断面のはく離再付着領域と対応し、二次流れに起因することを指摘している。(c)と(d)は(b)同様、共にリブ直下流に高い伝熱領域が形成される。さらに、(d)は中央部に2番目に高い領域が生じ、(a)、(b)の両特徴を兼ねていることがわかる。

5. 結 論

流れ方向に対し、45°傾斜したリップを有する直線管路内の三次元乱流を速度場に対しては代数レイノルズ応力モデル、温度場に対しては乱流プラントル数一定モデルと代数乱流熱流動モデルを用いて解析を行った。解析結果は Bonhoff らの実験結果、速度場での計算結果との比較を行い、以下の結論を得た。

(1) 計算は、三軸方向の速度分布を定性的に予測することが可能であるが、定量的比較においては、垂直方向速度分布の解析結果と実験値に差が認められる。この傾向は、レイノルズ応力モデルの解析結果でも同様に認められる。

(2) 主流方向流れと45°傾いた断面内への投影ベクトルパターンを両モデルとも比較的良好に再現している。リブ後流のはく離再付着点に関しても両モデルとも符合する結果を示した。

(3) 代敷レイノルズ応力モデルでも、傾斜リブを有する三次元乱流場を解析することは可能であり、レイノルズ応力モデルの解析結果と比較しても両者に大きな差はないことを示した。

(4) 代数乱流熱流束モデルにて解析した温度等値線分布は、速度等値線分布とは相似形とはならない。代数乱流熱流束モデルが温度の非等方性を再現できることを考慮すると、本解析乱流場では、運動量輸送と熱輸送とは相関性はないものと予測される。

(5) ミセル数分布において、乱流プラントル数一定モデルと乱流熱流束モデルとは同程度の値を予測するが、等値線分布には差が認められる。

参考文献

- (1) Iacovides, H. et al.: Flow and Heat Transfer in Straight Cooling Passages with Inclined Ribs on Opposite Walls: an Experimental

- and Computational Study, Experimental Thermal and Fluid Science, 27, pp.283-294 (2003)
- (2) Bonhoff, B. et al.: Experimental Numerical Study of Developed Flow and Heat Transfer in Coolant Channels with 45 degree Ribs, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, 20, pp.311-319 (1999)
- (3) Rodi, W.: A new algebraic relation for calculation the Reynolds stresses, Z. Angew. Math. Mech., 56, pp.219-221 (1976)
- (4) Sugiyama, H., Hitomi, D.: Numerical analysis of developing turbulent flow in a 180° bend tube by algebraic Reynolds stress model, Int. J. Numer. Meth. Fluids, 47, pp.1431-1449 (2005)
- (5) Lumley, J. L.: Introduction in Prediction Methods for Turbulent Flows, Lecture Series, 76, von Karman Inst., Belgium (1975)
- (6) Launder, B. E.: Progress in The Modelling of Turbulent Transport, Lecture Series, 76, von Karman Inst., Belgium (1975)
- (7) Sugiyama, H., Akiyama, M., Nemoto, Y., Gessner, F. B.: Calculation of Turbulent Heat Flux Distributions in a Square Duct with One Roughened Wall by Means of Algebraic Heat Flux Models, Int. J. of Heat and Fluid Flow, 23, pp.13-21 (2002)
- (8) 杉山 均, 田澤 亨, 人見大輔: 壁面粗度変化を有する矩形断面管路内の発達乱流解析, 自動車技術会論文集, Vol.37, No.2, pp.97-102 (2006)