

## 研究論文

1092. 弱い旋回流を伴う90°曲がり円管路内の  
発達乱流解析

杉山 均\*, 秋山光庸\*, 篠原康則\*\*

*Numerical Analysis of Turbulent Flow Developing  
in a 90° Bend with Weakly Swirling Flows*

By Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Yasunori SHINOHARA

A numerical analysis has been performed for turbulent flow developing in 90° bend with weakly swirling flows. The ratio of bend mean radius of curvature to diameter is 2.0 and straight duct of 25 and 35 diameters are attached to the inlet and outlet of the bend, respectively. In numerical analysis, an algebraic Reynolds stress model is adopted in order to predict precisely the swirling flow induced by anisotropic turbulence and boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. Mean velocity in axial direction, secondary flow generated by interaction between pressure gradient and centrifugal forces, pressure distributions in bend and turbulent energy distribution are compared with the experimental data. The present method could predict well the streamwise mean-velocity, *i.e.* maximum mean-velocity located inner wall at bend inlet and low velocity region produced near inner wall at bend outlet. As for the comparison of secondary flow, acceleration of secondary flow near upper wall, deceleration of it near lower wall at bend inlet and a pair of asymmetrical vortices observed in bend tube could be reproduced by an algebraic Reynolds stress model. Moreover, numerical results show that characteristic phenomena of turbulent energy are reproduced by the present method although agreement between both results is certainly not perfect in all detail.

**KEYWORDS** : numerical analysis, turbulent flow, secondary flow, swirling flow, algebraic Reynolds stress model, boundary-fitted coordinate system, comparative evaluations

## I. 緒 言

旋回流は、流体機械、燃焼装置、集塵装置など原子力工学に留まることなく多くの工学分野にて重要な役割を担う流れである。例えば、燃焼装置において燃焼用空気に強い旋回流を与えるが、これは強い旋回流を与えることより管路中心に逆流領域が生成され、この領域に高温燃焼ガスの再循環流れが形成され、高速気流中でも火炎の保持および安定化を図ることができるためである。また、流体機械からフランスス水車の曲がり吸出し管において水圧脈動が観測され発電動揺、管路振動を誘起するが、これも旋回流に起因することが報告されている。

こうしたことから、旋回流に関しては多くの研究が報告されている。村上ら<sup>(1)</sup>は、旋回流を伴う直円管路流れを対象に、管路入口で強制渦形および自由渦形の旋回流を与え、壁面粗さと旋回流減衰との相関を報告している。鬼頭、鈴木<sup>(2)</sup>は、旋回流を発生する際、回転羽根車形か案内

羽根車形かによって管内旋回流の速度分布が異なることを報告している。菊山ら<sup>(3)</sup>は、直円管を回転させることより完全発達旋回流の速度分布をレーザー・ドップラー流速計により測定すると同時に、プラントルの混合距離理論を用いその流速、管摩擦係数を予測している。

以上の直円管路内の旋回流に対して、曲がり円管内の旋回流についても報告されている。清水、杉野<sup>(4)</sup>は、管路中心部に逆流領域を伴う強い旋回流を180°曲がり円管路に流入させ、流速分布、壁面圧力を測定している。一方、須藤、高見<sup>(5)</sup>は、案内羽根車形による旋回流発生装置を用い、比較的強度の強い旋回流を90°曲がり円管路に流入させ、3方向速度成分を詳細に測定している。彼らは、いくつかの曲がり断面での2次流れ分布を示し、旋回中心は下流に行くに従い、管中心から偏心し旋回方向と同じ方向に移動することを明らかにした。さらに須藤ら<sup>(6)</sup>は、弱い旋回流が90°曲がり円管路に流入した場合の直円管、曲がり円管路内の3方向速度ならびに乱流エネルギー分布を詳細に測定している。弱い旋回流が曲がり円管路に流入すると、曲がり円管路に固有な2次流れは旋回流との干渉により複雑な様相を呈することになる。

旋回流は、等方性の渦動粘性係数を用いた2方程式乱流

\* 宇都宮大学大学院工学研究科 (Energy and Environ. Sci., Graduate School of Eng., Utsunomiya Univ.)

\*\* 日立製作所 (Hitachi, Ltd.)  
(1999年9月20日 受理)

モデルでは予測できない流れの一つであり、乱流モデルの面からも報告がなされている。河村,三島<sup>(7)</sup>は、レイノルズ応力方程式モデルに基づいた補正を2方程式モデルに加え、2方程式モデルでもある程度旋回流の特徴を再現することが可能であることを示した。小林,依田<sup>(8)</sup>は、渦動粘性係数の定数に異方性を考慮することより直円管路内の旋回流を再現している。こうした報告結果は、2方程式乱流モデルにおいては非等方性の渦動粘性係数の導入が不可欠であることを示唆している。また、西島,横井<sup>(9)</sup>は、ヘリシティを加えた3方程式モデルによる旋回流の解析結果を報告している。以上が2方程式モデルを用いた解析であるのに対し、レイノルズ応力モデルを用いた結果が平井ら<sup>(10)(11)</sup>により報告されている。彼らは圧力・歪相関項のRapid termを乱流エネルギーの生成項を等方化する項のみによりモデル化するIPモデル(Isotropization of Production Model)を使い、直円管旋回流の速度分布を予測し実験値と比較している。Lin, Leschziner<sup>(12)</sup>もIPモデルにより旋回流を伴う燃焼室内の解析を報告している。

こうした解析結果の多くが直円管路内の旋回流に限られるのに対し、曲がり円管路に旋回流を伴った流れに対する数値予測は形状、現象の複雑さから報告されていない。同時に、こうした旋回流を伴う曲がり管路は、その乱れも非等方性を有し複雑乱流の代表的な流れの一つと解釈される。非等方性を表現できる乱流モデルは、こうした複雑乱流に適用して始めてその真価を発揮するものであり、この種の非等方性乱流モデルを複雑乱流場に適用し、その得失を明らかにすることは有意義なものと解釈される。さらに、こうした解析手法は、熱移動現象を考慮する際にも活用される。そこで本研究では、代数応力モデルを使い、須藤ら<sup>(6)</sup>の弱い旋回流が曲がり円管路に流入した場合を対象に数値予測し、どの程度現象を再現できるかを明らかにする。弱い旋回流の場合、曲がり管路に特有な2次流れは旋回流との干渉により複雑な流動パターンを示し、予測は難しいものと思われる。解析に際しては対流項、拡散項を代数式にて置き換えた代数応力モデルを使い、圧力・歪相関項のモデル化に関してはLaunder-Reece-Rodi<sup>(13)</sup>モデルを基本とし、制約条件の一部に改良を加えたQIモデル(Quasi-Isotropic Model)であり<sup>(14)</sup>、平井ら<sup>(10)</sup>のモデルとは異なる。

## II. 解析手法

### 1. 計算対象実験

本解析では、須藤ら<sup>(6)</sup>が行った実験を計算対象とした。彼らの実験装置ならびに座標系をFig. 1に示す。円管路の内径は $D=104\text{ mm}$ で、長さ $25D$ の入口直管部、 $90^\circ$ 曲がり円管路部、管路長さ $35D$ の出口直管部より構成されている。 $90^\circ$ 曲がり部の曲がり半径 $R_c$ は $208\text{ mm}$  ( $R_c/D=2$ )で比較的きつい曲がり性を有している。旋回流は案内羽根車形

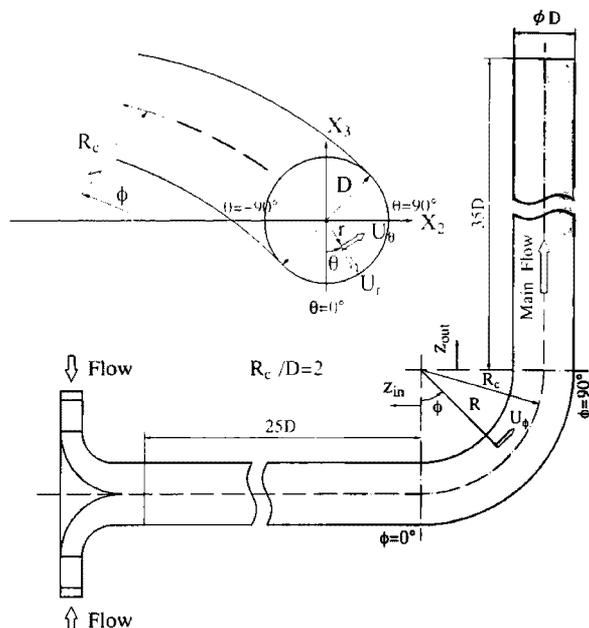


Fig. 1 90° bend and definition of coordinate system

による旋回流発生装置を用い、案内羽根角度を調整することにより弱い旋回流を曲がり入口に与えている。旋回流強さは次式より定義され、曲がり円管入口上流部の $2D$ に位置する断面で、実験では $0.075$ の旋回流強度を有する。測定は単一傾斜熱線を用いた回転プローブ法であり、レイノルズ数 $Re$ は $60,000$ である。

$$\Omega_0 = \frac{8}{\pi D^3 U_b} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (r U_\phi U_\theta) r dr d\theta \quad (1)$$

時間平均速度は、主流方向、半径方向、円周方向速度をそれぞれ $U_z$ ,  $U_r$ ,  $U_\theta$ にて表した。また曲がり円管入口上流、下流の直円管部での位置はそれぞれ $z_{in}$ ,  $z_{out}$ にて表し、図中に示す矢印の方向を正として各位置を便宜的に示した。

### 2. レイノルズ応力輸送方程式

本解析では、レイノルズ応力輸送方程式を解くことを考える。しかしレイノルズ応力輸送方程式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値解析の際、特に障害となる対流項、ならびに拡散項に対しては、Rodi<sup>(15)</sup>近似を適用し、微分型から代数式とした。さらにモデル化の上で、特に問題となる圧力・歪相関項のモデル化、ならびにその定数に関する詳細については別報<sup>(14)</sup>にて詳述したが、以下にその概要について述べる。

レイノルズ応力の輸送方程式の厳密式は次式にて示される。

$$\begin{aligned} \frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (2)$$

上式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値計算の上で障害となる左辺の対流項ならびに右辺第3項の拡散項に対しては、Rodi<sup>(15)</sup>近似を用いてモデル化を行った。このRodi近似を用いることにより、計算の簡便性および経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れるという問題を内包するのも事実である。したがって、対流、拡散効果が顕著な流れ場に対しRodi近似を用いたモデル式は、その予測精度が劣ることが推察される。

モデル化の上で、乱流構造を正確に予測するかどうかにか大きく寄与するのは圧力・歪相関項であるが、Chou<sup>(16)</sup>はこの項に理論的考察を加え次のように表した。

$$\frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{4\pi} \int_{vol} \left\{ \left( \frac{\partial^2 u_i u_m}{\partial x_l \partial x_m} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2 \left( \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right) \left( \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right\} \frac{dvol}{|x-y|} + S_{ij} \quad (3)$$

上式で'の付いた項および付かない項は、おのおのxおよびyにおける位置を示し、x, yは直交座標上での任意の2点までのベクトルを示している。S<sub>ij</sub>は壁面による影響を示す項であり、したがってS<sub>ij</sub>は壁面近傍以外では無視できる。

ここで、(3)式の右辺第1項(Slow term = π<sub>ij,1</sub>)は乱れによる影響を示し、非等方的な乱れを等方化しようとする役割を持つ。第2項(Rapid term = π<sub>ij,2</sub>)は平均流による影響を含む項で、乱流エネルギーを等方化しようとする項である。第3項のS<sub>ij</sub>項(Wall reflection term)は、壁面の影響を表す項と解釈される。この壁面による影響を示す効果は、モデル定数を壁面からの距離により変化させることにより考慮した。

π<sub>ij,1</sub>のモデル化に関しては、Return to isotropy の概念を導入したRotta<sup>(17)</sup>による次のモデルを導入する。

$$(\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) = -c_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad (4)$$

π<sub>ij,2</sub>は、速度勾配と4次相関テンソルの積として定義され、4次相関テンソルに対してはLaunder-Reece-Rodi<sup>(18)</sup>によるモデル式を基礎とした。この4次相関テンソルに系の対称条件、速度変動成分に関する連続の式、グリーンの第三定理を用いた特解条件を課すことにより、以下のRapid項に関するモデル式を得ることができる。

$$(\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}) = -(\alpha + \beta) \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right] + \zeta \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] k + (4\beta + \alpha) \left[ D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right] \quad (5)$$

ここで、

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$

$$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

$$\alpha = \frac{1}{11} (4c_2 + 10)$$

$$\beta = -\frac{1}{11} (3c_2 + 2)$$

α, βおよびζは、実験値より決定されるモデル定数である。以上のように、この4次相関テンソルをどう構成するかによりRapid termは決定され、乱れの再配分機構に大きく影響を及ぼす。

圧力・歪相関項に対する壁面の影響は、定数c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>およびζが壁からの距離x<sub>w</sub>の関数となるように設定する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= c_1^* + c_1' f(L/x_w) \\ c_2 &= c_2^* + c_2' f(L/x_w) \\ \zeta &= \zeta^* + \zeta' f(L/x_w) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

f(L/x<sub>w</sub>)は壁の影響を表す関数で、壁近傍で1、壁から離れるにつれ減少する値をとり次のように定義した。

$$f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{c_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa \varepsilon} \cdot \frac{1}{x_w} \quad (7)$$

散逸項に対しては、流れが高レイノルズ数流れなので、局所等方性を仮定して次のようにモデル化する。

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (8)$$

以上より各項のモデル化は終了し、モデル化された方程式は以下のように示される。式中P<sub>k</sub>は乱流エネルギー輸送方程式における生成項を示している。

$$\frac{u_i u_j}{k} (P_k - \varepsilon) = P_{ij} + (\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) + (\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}) - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (9)$$

生成項に関してはモデル化する必要はなく、レイノルズ応力成分を用いて直接的に表現できる。

ここで、モデル定数c<sub>1</sub><sup>\*</sup>, c<sub>2</sub><sup>\*</sup>, ζ<sup>\*</sup>, c<sub>1</sub>' , c<sub>2</sub>' およびζ'の値を決定する際には、モデル化された方程式を単純せん断流れおよび壁面近傍流れに適用し、おのおの流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出して、各流れの実験結果を基に定数を決定した。せん断流れの実験結果としてChampagneら<sup>(19)</sup>(P<sub>k</sub>/ε=1.0)、およびHarrisら<sup>(20)</sup>(P<sub>k</sub>/ε=1.55)のデータ、壁面近傍流れの実験データとしてはLaunderら<sup>(18)</sup>の使用したデータを基に定数決定を行った。こうして導出した定数系をTable 1に示す。

レイノルズ応力輸送方程式中の乱流エネルギー、乱流散逸値を求める際には、以下に示すモデル化された輸送方程式によった。

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left( \nu \delta_{kl} + C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial k}{\partial X_l} \right\} - \varepsilon \quad (10)$$

Table 1 Constants in the pressure-strain correlation terms

c <sub>1</sub> <sup>*</sup>	c <sub>2</sub> <sup>*</sup>	ζ <sup>*</sup>	c <sub>1</sub> '	c <sub>2</sub> '	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left( \nu \delta_{k1} + C_{\varepsilon} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_1} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_1} \right\} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11)$$

上式中の各定数は  $C_s=0.22$ ,  $C_\varepsilon=0.18$ ,  $C_{\varepsilon 1}=1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2}=1.92$  である。

### 3. 境界適合座標

境界適合座標系による計算手法は、物理空間上の解析領域を計算領域へと座標変換して、計算空間上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定や方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を有する。

支配方程式の計算空間上への変換は、次の数学定理より行われる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (12)$$

上式中  $\xi, \eta$  および  $\zeta$  は、変換された計算空間での座標軸を示す。例えば、運動方程式を例にとると以下のように変換される。運動方程式はレイノルズ応力を含む形として次のように示される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right] \quad (13)$$

この時、式中のレイノルズ応力を速度勾配を含む項と残余項とに分け、拡散項の一部として取り込む。こうすることにより数値計算を安定的に収束させることが期待できる。こうした操作を加え再整理すると、運動方程式は次のように表現される。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ d_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - e_{ij} \right] \quad (14)$$

ただし、式中の  $d_{ij}$ ,  $e_{ij}$  は以下のように定義される。

$$-\overline{u_i u_j} = \left[ \frac{b}{a} \right]_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \left[ \frac{c}{a} \right]_{ij} \quad (15)$$

$$d_{ij} = \nu + \left[ \frac{b}{a} \right]_{ij}, \quad e_{ij} = \left[ \frac{c}{a} \right]_{ij} \quad (16)$$

$(b/a)_{ij}$  は正の値を有する乱流渦粘性であり、粘性係数の一部に取り込まれた形となっており解の安定に寄与する。

この式に対し、先の数学定理を用いて座標変換すると最終的に次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ U U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_1 U_{i\xi} - l_2 U_{i\eta} - l_3 U_{i\zeta} \right. \\ \left. + \xi_{x1} e_{i1} + \xi_{x2} e_{i2} + \xi_{x3} e_{i3} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ V U_i + \frac{P}{\rho} \eta_{xi} - l_2 U_{i\xi} - l_4 U_{i\eta} - l_5 U_{i\zeta} \right. \\ \left. + \eta_{x1} e_{i1} + \eta_{x2} e_{i2} + \eta_{x3} e_{i3} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ W U_i + \frac{P}{\rho} \zeta_{xi} - l_3 U_{i\xi} - l_5 U_{i\eta} - l_6 U_{i\zeta} \right. \\ \left. + \zeta_{x1} e_{i1} + \zeta_{x2} e_{i2} + \zeta_{x3} e_{i3} \right] = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、

$$\begin{aligned} l_1 &= d_{i1} \xi_{x1}^2 + d_{i2} \xi_{x2}^2 + d_{i3} \xi_{x3}^2 \\ l_2 &= d_{i1} \xi_{x1} \eta_{x1} + d_{i2} \xi_{x2} \eta_{x2} + d_{i3} \xi_{x3} \eta_{x3} \\ l_3 &= d_{i1} \xi_{x1} \zeta_{x1} + d_{i2} \xi_{x2} \zeta_{x2} + d_{i3} \xi_{x3} \zeta_{x3} \\ l_4 &= d_{i1} \eta_{x1}^2 + d_{i2} \eta_{x2}^2 + d_{i3} \eta_{x3}^2 \\ l_5 &= d_{i1} \eta_{x1} \zeta_{x1} + d_{i2} \eta_{x2} \zeta_{x2} + d_{i3} \eta_{x3} \zeta_{x3} \\ l_6 &= d_{i1} \zeta_{x1}^2 + d_{i2} \zeta_{x2}^2 + d_{i3} \zeta_{x3}^2 \\ U &= U_1 \xi_{x1} + U_2 \xi_{x2} + U_3 \xi_{x3} \\ V &= U_1 \eta_{x1} + U_2 \eta_{x2} + U_3 \eta_{x3} \\ W &= U_1 \zeta_{x1} + U_2 \zeta_{x2} + U_3 \zeta_{x3} \end{aligned}$$

上式中  $\xi, \eta, \zeta, x_i$  等の添字は、おのおのの添字にて偏微分することを示す。また、 $U, V, W$  は反変速度成分であり、 $l$  は計量テンソルを示す。3次元流れの場合、9個の拡散係数  $d_{ij}$  が必要になることがわかる。他の支配方程式に対しても同様の変換を行うことより、計算空間上での変換された支配方程式を得ることができる。

### 4. 数値解析

旋回流を与える際、Fig. 1 に示す案内羽根車形の旋回流発生装置を計算格子にて再現することが難しい。そこで、長さ  $57D$  の直管部を曲がり円管上流に設置し、直管入口近傍で角度  $\alpha, \beta$  を持つ流れが円管に流入するよう設定し旋回流を与えた。Fig. 2 に概要を示す。主流方向速度  $U_{\phi \text{ in}}$ 、半径方向速度  $U_{r \text{ in}}$ 、円周方向速度  $U_{\theta \text{ in}}$  と角度  $\alpha, \beta$  との関係は以下のように示される。

$$U_{\phi \text{ in}} = U_{r \text{ in}} \tan \alpha, \quad U_{\theta \text{ in}} = \tan \beta U_{r \text{ in}} \quad (18)$$

ここで、 $\alpha, \beta$  は実験の旋回流強度  $\Omega_0=0.075$  に近い値を取るよう試行錯誤的に  $\alpha=30^\circ, \beta=12^\circ$  と決めた。この時、計算の旋回流強度  $\Omega_0$  は  $0.107$  となり、多少高い値を示したが、この条件にて計算を行った。また流入部での乱流エネルギー、乱流散逸の値に関しては  $k=U_b^2 \times 10^{-5}$ ,  $\varepsilon=k^{3/2}/D_h$  と小さな値を与えた。曲がり管路下流には実験より長い  $40D$  の管路を設け、出口境界条件にノイマン条件を課した。

Fig. 3 に計算格子を示す。図中の  $\eta, \xi$  は計算空間上の座標系を示し格子に沿う座標を示している。計算格子数は断面内でそれぞれ  $\xi \times \eta = 31 \times 31$ 、流れ方向に  $\xi = 148$  の格子点を配置した。計算時のレイノルズ数は実験と同じ  $60,000$  である。

本解析では、高レイノルズ数型の乱流モデルを用いてい

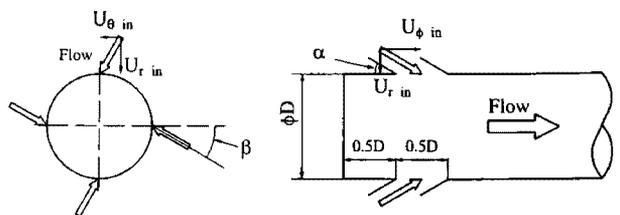


Fig. 2 Inlet condition of swirling flow

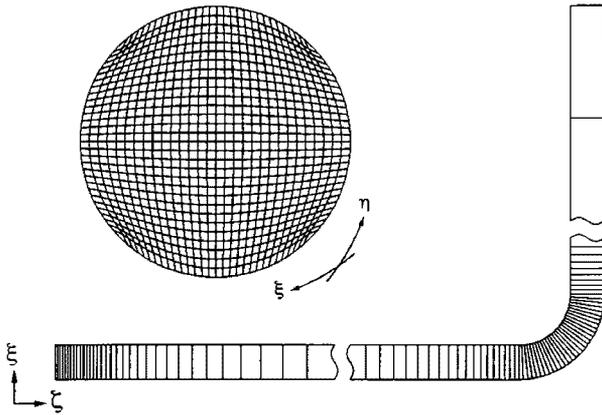


Fig. 3 Computational mesh

るため乱流エネルギー、乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。本解析にて用いた壁関数は、乱流エネルギーの生成と散逸とが釣り合う局所平衡条件と、速度は対数速度則に従うことを仮定し、計算第1点目の乱流エネルギー、乱流散逸値を決定する手法である。式の離散化は有限差分近似により行い、各計算諸量の格子点配置はRegular Grid法によった。支配方程式中の対流項差分近似はQUICKを、それ以外の項に関しては中心差分を使用した。また、解析に際しては3次元楕円型方程式として解析を行った。

### III. 結果と考察

#### 1. 平均速度場の比較

Fig. 4に主流方向速度の比較結果を示す。各値は断面内平均速度  $U_b$  にて無次元化した。各断面とも左側が内壁、右側が外壁に相当する。 $z_{in}/D=1$ の分布を比較すると、実験では1.1の領域が管路中心部にて支配的であるが、計算では1.2の値が認められる。計算では、旋回流強度  $\Omega_0$  が実験と同じ値となるよう直円管路入口で各方向速度を決めたが、 $z_{in}/D=1$ 断面での速度分布は10%程度の差で実験値を再現している。

一般に、旋回のない曲がり円管路の入口断面  $\phi=0^\circ$  では外壁側に生成される高い圧力のため、主流方向最大速度が内壁側に移行する現象が報告されている<sup>(22)</sup>。本解析の場合にも同様の現象が両結果に認められる。 $\phi=30^\circ$ に至ると、こうした最大速度の内壁側への移行が実験、計算ともより顕著に認められる。この断面に至ると実験でも1.2の等値ラインが認められるがその分布形状は両者では異なる。

$\phi=60^\circ$ の実験結果を見ると、1.2の等値ラインは、上下対称軸上( $\theta=-90^\circ, 90^\circ$ ライン)より上方の内壁側に位置して、上下対称軸に関する等値線分布の対称性も崩れるが、計算もこうした特徴的分布を再現している。また、実験における0.9の等値線に着目すると  $\theta=-60^\circ$ の壁面近傍に

て、その等値線が僅かに凸状に突き出た分布を示している。計算でも  $\theta=-60^\circ$ 近傍でこうした現象を顕著に再現している。

この壁面近傍での等値線変形は、曲がり出口に相当する  $\phi=90^\circ$ に至るとより顕在化する。 $\phi=90^\circ$ の実験結果より、 $\theta=-60^\circ$ の壁面近傍で低速流体がこの領域を大きく占めることが理解できる。計算結果もほぼ同様な傾向を示している。こうした現象は、旋回流と曲がり円管路に特有な2次流れとの干渉により生成される新たな2次流れに起因するものと解釈される。

出口直管路に相当する  $z_{out}/D=1$ では、 $\phi=90^\circ$ に認められた凸状の等値線分布は消滅することなく、より管路中心部へ突き出た分布を示し、低速流体が管壁から離れた位置に存在することが、実験結果から認められる。計算結果もほぼ同様な傾向を再現しているが、実験では最大主流方向速度の1.2のラインが占める領域が広範であるのに対して、計算ではその領域は狭い。さらに下流の  $z_{out}/D=2$ 以降では、実験より、管壁から離れた位置に形成された低速領域は、徐々に速度を回復して同心円状の速度分布を形成するが、 $z_{out}/D=10$ でも同心円状分布とはならず、主流方向最大速度は内壁側に位置する分布となっている。これに対し計算もその傾向は捉えているが、子細に比較すると等値線分布には差が認められる。

Fig. 5には、各断面における2次流れベクトルを比較した結果を示す。計算結果では、見やすさを考慮していくつかの点を除きベクトル表示した。 $z_{in}/D=1$ では、両結果とも半時計周りの旋回流が認められる。 $\phi=0^\circ$ の実験結果より、断面上壁近傍で2次流れは大きく、下壁近傍で小さな値を示すが、これは曲がり円管路固有の2次流れがこの断面では、外壁から内壁に向かい一様に生成されるため、上壁では旋回流を加速、下壁では旋回流を減速させるためと解釈される。計算結果も同様な分布を示している。この傾向は  $\phi=30^\circ$ に至るとより顕著になることが両結果より理解できる。

さらに下流の  $\phi=60^\circ$ に至ると、上壁に沿う2次流れと、下壁に沿う2次流れが  $\theta=-65^\circ$ 近傍で衝突し、1対の渦を形成することが実験の特徴として指摘できる。これは圧力勾配により生成される下壁に沿う2次流れが、旋回流の2次流れ強さより卓越するためであり、旋回流と曲がり円管路固有の2次流れが互いに干渉し合った、この種の流れを特徴づける流れと解釈される。計算結果もこの現象を再現している。こうした1対の渦は  $\phi=90^\circ$ でも認められ、この2次流れが壁面近傍の低速流体を管路中心部へ移流する。

出口直管部に流入すると遠心力は消滅し、内外壁の圧力差も小さくなるため、曲がり管路に固有な2次流れは大きく減衰し旋回流が支配的となる。計算は  $z_{out}/D=2$ までは実験を再現しているが、 $z_{out}/D=5, 10$ では実験と異なる結果を示した。

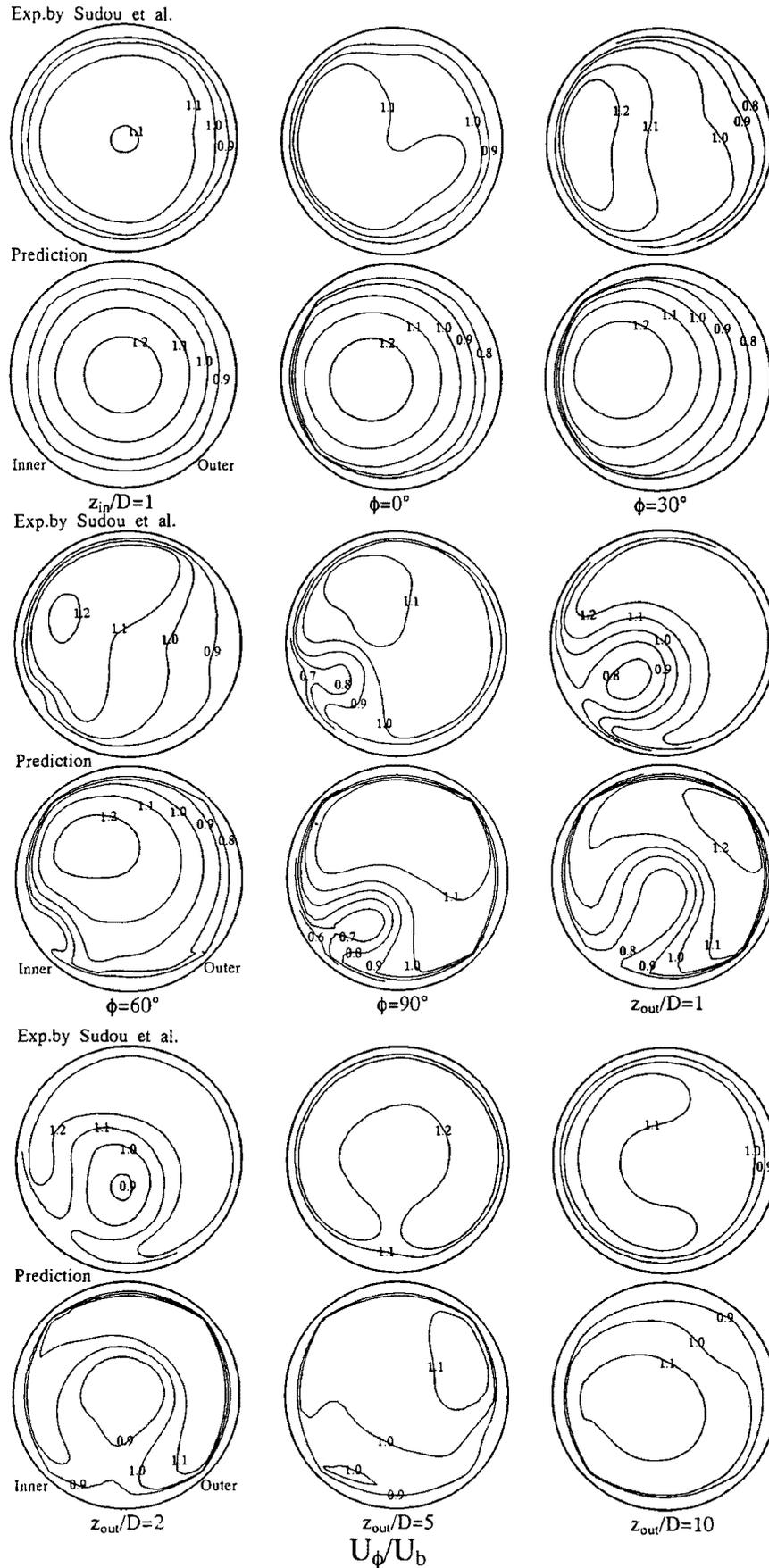


Fig. 4 Comparison of streamwise velocity

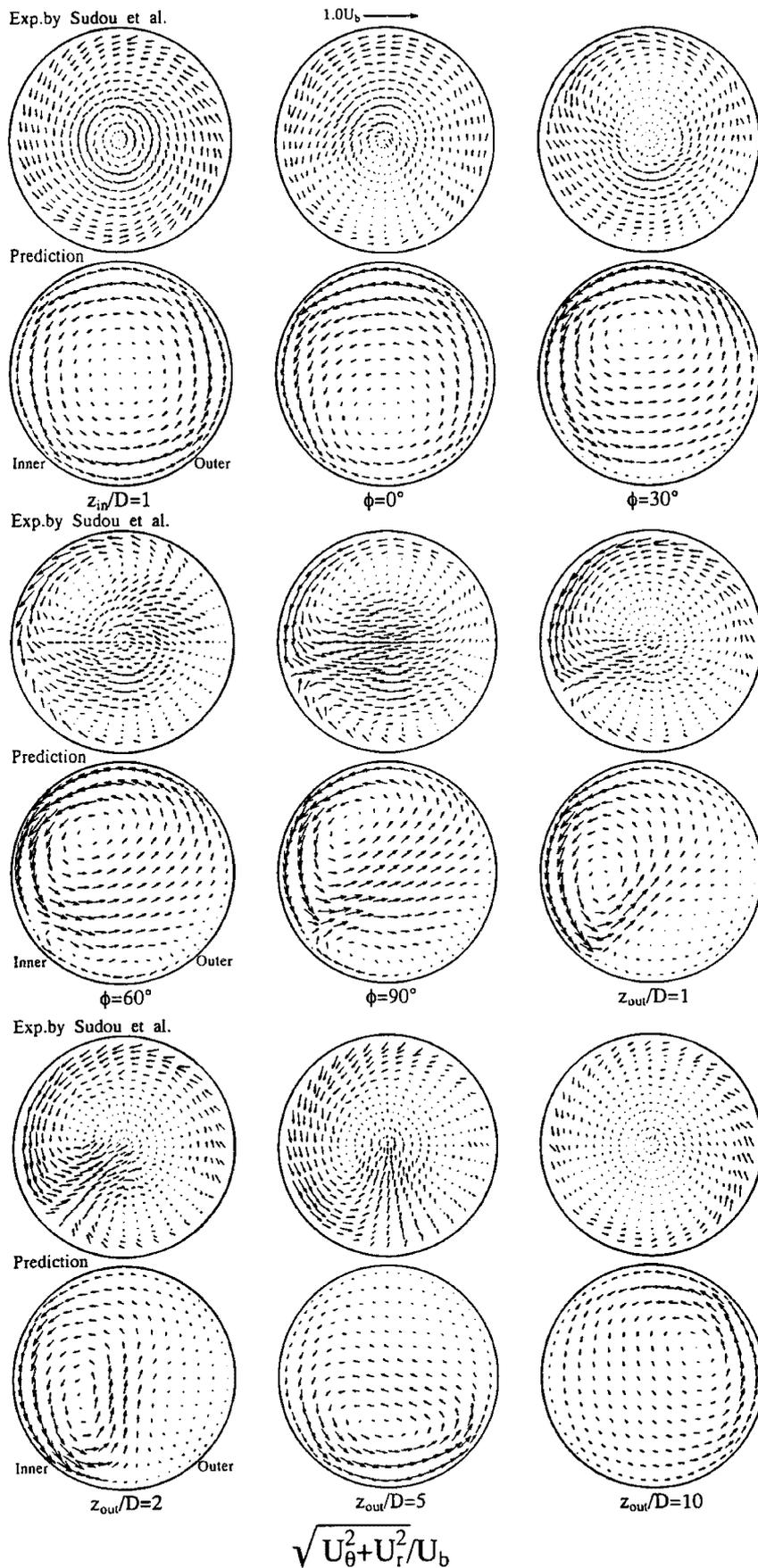


Fig. 5 Comparison of secondary flow

こうした2次流れ分布の変化は、断面内の流れの偏りを生じさせるが、須藤ら<sup>(6)</sup>はこの流れの偏りを以下に示す式より定量化して明示している。

$$\begin{aligned} \bar{X}_2 &= \frac{8}{\pi D^3 U_b} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (r \sin \theta) U_\phi r dr d\theta \\ \bar{X}_3 &= \frac{8}{\pi D^3 U_b} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (-r \cos \theta) U_\phi r dr d\theta \end{aligned} \quad (19)$$

計算でもこの値を算出して比較した結果を Fig. 6 に示す。実験結果から、主流方向速度の重心位置は管中心を出発し、時計方向に回転した軌跡を描くことになるが、計算結果も実験値を再現している。しかし、出口直管路での軌跡が計算の方が大きく変化し特徴的である。

Fig. 7 は圧力係数の比較結果である。旋回流が弱いため圧力分布は外壁が高く、内壁で低い典型的な曲がり管路の圧力分布を示している。実験結果より、曲がり管路入口の影響が上流  $z_{in}/D=1$  まで及ぶことがわかるが、計算もこうした現象を良好に再現している。一方、出口直管部での

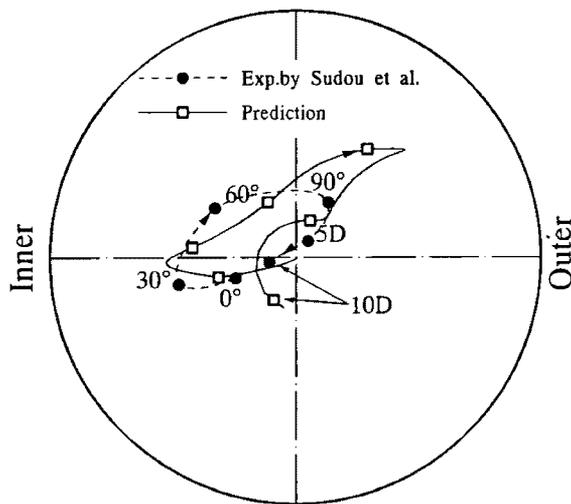


Fig. 6 Comparison of bias of streamwise flow

圧力分布には差が認められる。

### 2. 応力場の比較

Fig. 8 は乱流エネルギー分布の比較結果である。 $z_{in}/D=1$  における分布を比較すると、両結果とも同心円状分布を示すが、計算では管壁から離れた位置に高い値が認められる。曲がり部に流入すると、 $\phi=0^\circ, 30^\circ$  の実験結果からわかるように、曲がり外壁側で高い値が生成される。計算も定量的一致までは至らないがほぼ同様な傾向を示している。また、計算ではこの傾向は曲がり出口断面まで認められる。

出口直管部に流入すると  $z_{out}/D=1, 5$  にて管路中央に高い値が存在することが、実験より明らかであるが計算も同様な結果を示している。こうした管中央で高い値を示す乱流生成機構について考察する。直管管路での乱流エネルギー生成が主流方向垂直応力に依存することを考慮し、その生成項を示すと以下のように示される。座標系は Fig. 1 に準じた。

$$\begin{aligned} P_r(u_\phi^2) &= -2\overline{u_\phi^2} \frac{\partial U_\phi}{\partial z} - 2\overline{u_\phi u_r} \frac{\partial U_\phi}{\partial r} \\ &\quad - 2\frac{\overline{u_\phi u_\theta}}{r} \cdot \frac{\partial U_\phi}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (20)$$

上式の各項を算出し値を比較すると、管中央で支配的なのは第1, 2項で、両者、同程度の値を有するが、第2項の方が第1項より広い領域を占める結果となった。すなわち、管中央にて乱流生成が活発になるのは、2次流れにより低速流体が中央へ移流される結果、 $\partial U_\phi / \partial z$  の値が負、すなわち減速現象を示し、 $\partial U_\phi / \partial r$  は正の値を示すことにより、両者は乱流生成に利得として作用することに起因するものと解釈される。

Fig. 9 は  $\phi=60^\circ$  における左右対称軸 ( $\theta=0^\circ, 180^\circ$  ライン) に沿った3方向垂直応力を比較した結果である。横軸の左側が下壁に、右側が上壁に相当する。計算は実験値を大きく予測する傾向にあること、その分布に関しては主流

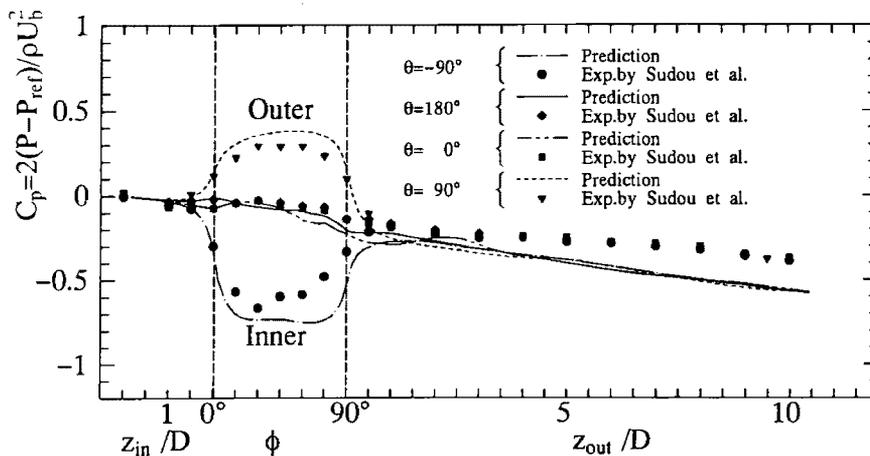


Fig. 7 Comparison of wall static pressure variation

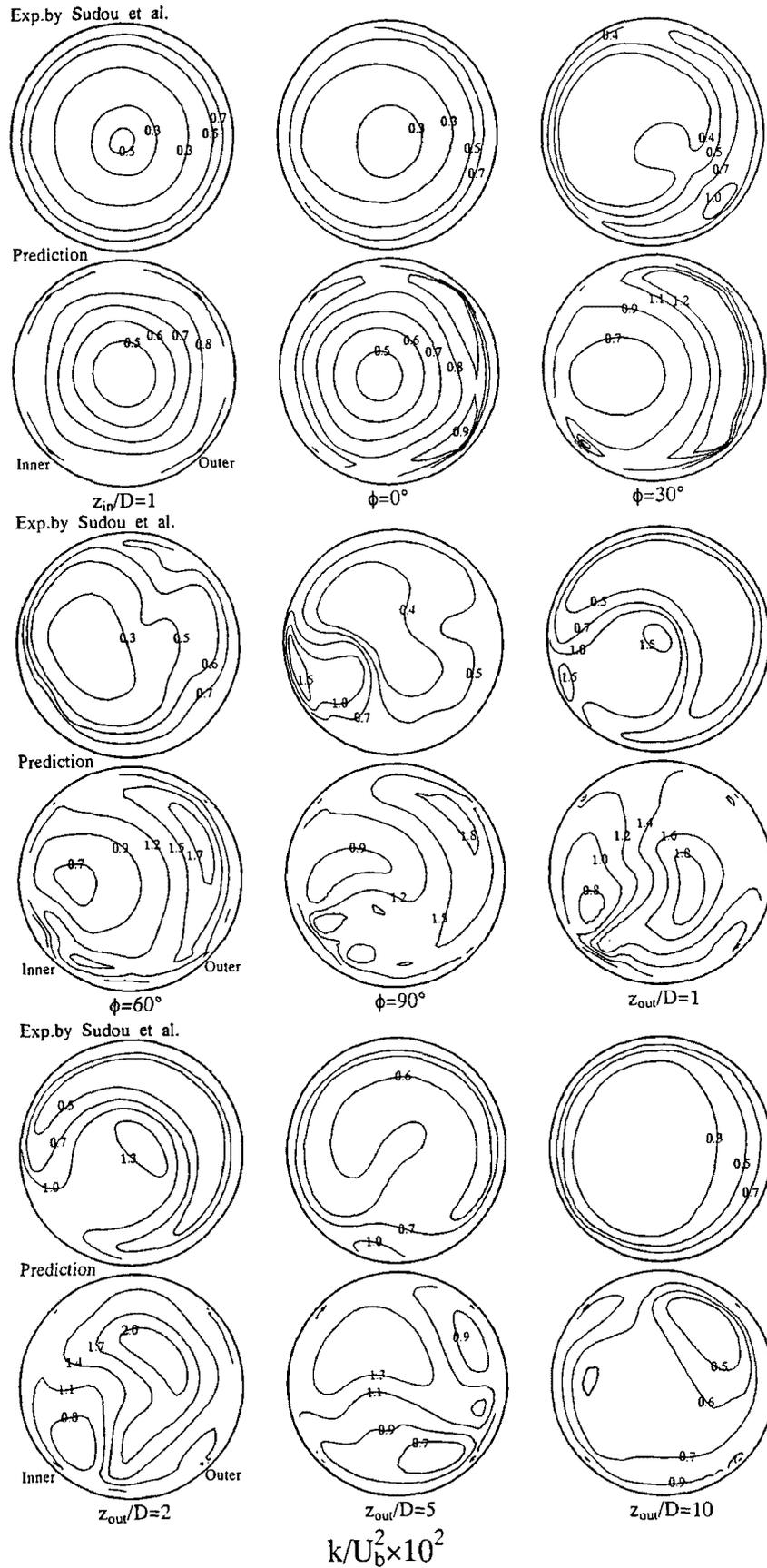


Fig. 8 Comparison of wall turbulent kinetic energy

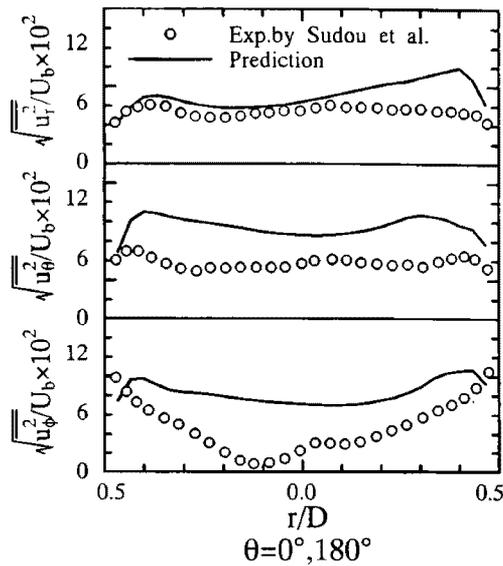


Fig. 9 Comparison of streamwise velocity fluctuation along vertical line

方向垂直応力分布に差が認められることを指摘できる。実験では同一断面内で他の位置における結果も示されているが、他の位置でもほぼ同様な結果であった。

#### IV. 結 論

旋回流を伴う曲がり管路内の乱流場を代数応力モデルにて数値予測することより、以下の結論を得た。

- (1) 主流方向速度は曲がり入口ではその最大値が内壁側に現れ、また曲がり出口断面においては、 $\theta = -60^\circ$ の壁面近傍に低速領域を形成するが、本解析手法もこうした特徴的現象を再現した。
- (2) 曲がり入口では、上壁近傍の2次流れは加速、下壁近傍の2次流れは減速され、 $\phi = 60^\circ$ では非対称の1対の渦が生成される。こうした現象は旋回流と曲がり管路固有の2次流れとの干渉により誘起されるが、本解析手法はこうした特徴的流れを再現した。
- (3) 乱流エネルギー分布は曲がり外壁で高く、出口直管部では管路中央部近傍で高い値を示すが、本解析手法も同様な結果を示した。定量的評価では乱流エネルギーを実験値より高く予測する。
- (4) 旋回流を伴う曲がり円管路内乱流場を代数応力モデルにて予測可能であることを示した。

#### (記号)

- $C_p$ : 圧力係数  $= 2(P - P_{ref}) / \rho U_b^2$   
 $D$ : 円管直径  
 $k$ : 乱流エネルギー  
 $P$ : 時間平均圧力  
 $P_{ref}$ :  $z_{in}/D = 2$ における圧力  
 $Re$ : レイノルズ数  $= U_b D / \nu$

- $R$ : 半径方向距離  
 $r$ : 断面内の半径方向距離  
 $R_c$ : 曲がり管中心までの曲がり半径  
 $U_\phi, U_\theta, U_r$ :  $\phi, \theta, r$ 方向の時間平均速度  
 $u_\phi, u_\theta, u_r$ :  $\phi, \theta, r$ 方向の変動速度  
 $U_b$ : 断面内の主流方向平均速度  
 $\varepsilon$ : 乱流散逸  
 $\nu$ : 動粘性係数  
 $\phi$ : 曲がり角度  
 $\theta$ : 断面内の円周方向角度  
 $\Omega_0$ :  $z_{in}/D = 2$ における旋回強度

最後に、本研究を遂行するに際し、文部省科学研究補助金(基盤研究(C), No.10650198)の援助を得たことを付記し謝意を表す。

#### —参考文献—

- (1) 村上光清, 鬼頭修己, 片山 裕, 飯田芳彦: 機械学会論文集, 41 [346], 1793~1801 (1975).
- (2) 鬼頭修己, 鈴木義文: 機械学会論文集, 51 [471], B, 3461~3470 (1985).
- (3) 菊山功嗣, 村上光清, 西堀健司, 前田和彦: 機械学会論文集, 48 [432], B, 1431~1438 (1982).
- (4) 清水幸丸, 杉野公一: 機械学会論文集, 46 [401], B, 18~28 (1980).
- (5) 須藤浩三, 高見敏弘: 機械学会論文集, 60 [570], B, 464~472 (1994).
- (6) 須藤浩三, 高見敏弘, 檜原秀樹, 野村忠宏, 角田 勝: 機械学会論文集, 63 [606], B, 505~512 (1997).
- (7) 河村 洋, 三島毅睦: 機械学会論文集, 57 [536], B, 1251~1256 (1991).
- (8) 小林敏雄, 依田守生: 機械学会論文集, 52 [481], B, 3230~3236 (1986).
- (9) 西島勝一, 横井喜充: 機械学会論文集, 58 [553], B, 2714~2721 (1992).
- (10) 平井秀一郎, 高城敏美, 高田正彦: 機械学会論文集, 59 [565], B, 2777~2781 (1993).
- (11) 平井秀一郎, 高城敏美, 高田正彦: 機械学会論文集, 59 [565], B, 2782~2789 (1993).
- (12) Lin, C. A., Leschziner, A.: *Proc. 6th Int. Conf. on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flows*, Pineridge Press, p.1711~1723 (1989).
- (13) Launder, B. E., Reece, G. J., Rodi, W.: *J. Fluid Mech.*, 68, 537~566 (1975).
- (14) 杉山 均, 秋山光庸, 佐藤誉之: 原子力誌, 39 (7), 582~592 (1997).
- (15) Rodi, W.: *Z. Angew. Math. Mech.*, 56, 219~221 (1976).
- (16) Chou, P. Y.: *Q. Appl. Math.*, 3, 38~54 (1945).
- (17) Rotta, J. C.: *Z. Phys.*, 129, 54~572 (1951).
- (18) Launder, B. E., Reece, G. J., Rodi, W.: *J. Fluid Mech.*, 68, 537~566 (1975).
- (19) Champagne, F. H., Harris, V. G., Corrsin, S.: *J. Fluid Mech.*, 41, 81~139 (1970).
- (20) Harris, V. G., Graham, A. H., Corrsin, S.: *J. Fluid Mech.*, 81, 657~687 (1977).
- (21) 須藤浩三, 高見敏弘, 矢野賢司: 機械学会論文集, 58 [548], B, 1015~1021 (1992).