

空気負荷による微小カンチレバー振動子の動特性遷移*

筒井 壽博*¹ 高藤圭一郎*¹ 宮永喜一郎*¹ 秋山 光庸*² 杉山 均*²

(1995 年 10 月 19 日受付)

【要旨】 カンチレバー長さが数ミリメートルのオーダーに設定された平板状の微小振動子は、材料や厚さにもよるが振動数が kHz のオーダーに入る。このような高速振動する微小振動子が圧電バイモルフアンのように空気を駆動し得るかどうかはまだよく知られていない。本研究は 1～3 kHz の共振振動数でカンチレバー状に弾性振動するユニモルフ振動子を対象に真空中と大気中の振動特性からエネルギー収支に及ぼす空気の影響について実験解析を行った。その結果このような微小スケールにおいても振動子は空気を駆動しておりその反作用として振動子の動特性が遷移し、構造体と流体との典型的な連成問題として捉えられることを確認した。

キーワード 弾性振動, 流体移送, 連成問題, ユニモルフ振動子

Elastically vibration, Fluid transportation, Fluid-structure interaction, Unimorph vibrator

1. はじめに

近年流体や粉体の輸送に関して機器の小型化などの要請に応えるべく超音波域の弾性表面波やラム波、レイリー波などを用いた音響流の誘導を伴うマイクロメカニズムの研究^{1)~4)}が盛んに行われている。しかしながら、超音波域の振動数で弾性体を励振させると、わずかな振幅でも弾性体の内部損失は無視できず一般に知られている圧電材料を用いた振動子ではその電気機械結合係数は 10 % 以下であり、エネルギーの伝達機構としてはその変換効率の面で課題を残している。

一方、筆者ら⁵⁾はこれまでに空気を作動流体とした比較的低レイノルズ数領域の強制対流場において共振振動数が 100 Hz に満たないバイモルフ振動子を微振幅でカンチレバー状に屈曲弾性振動させることによりそのまわりの速度境界層が容易に制御できることを確認した。その際、わずかな外部入力で堅牢な層流境界層を制御することから振動子は周囲流体に対し効率的に運動エネルギーを与え、振動子としての電気機械結合係数が比較的大きくとれる構造であることが推察された。

これらのことから、数ミリメートルオーダーのマイク

ロスケール領域においても、もし流体力学的にアナロジーが崩れないと仮定すると、カンチレバー状に振動する振動子はマイクロメカニズムとしても効率的な流体輸送機構となり得ることが予測される。

ところが、スケールダウンに伴いレイノルズ数が減少するため相対的に流体の慣性力の効果に対して粘性力の効果が支配的⁶⁾となることは従来よく知られている。例えば自然界に生息する昆虫でも羽根の寸法が数ミリメートルのオーダーになるものは慣性力に依存する翼の揚力よりも粘性力に依存するはばたきにより飛翔力を得ているとされ、羽根の振動数はせいぜい 1 kHz 程度と言われている。

以上のように微小スケールの高速振動子が通常の圧電バイモルフアン⁷⁾のように効率的に空気を駆動することができるかどうかはまだよく知られていない。もしそれが可能ならば流体や粉体輸送のマイクロメカニズムとしての応用の可能性を示し得ることとなるためその動力伝達機構の解明は意義あるものと思われる。

そこで、本研究ではマイクロフライト⁸⁾の領域にあたる代表寸法 3 mm 程度のカンチレバー振動子を対象とし、振動子と空気との相互作用について基礎的知識を得ることを目的とした。

本研究では、1 次の共振振動数が 1～3 kHz の振動数領域に入るように設定したユニモルフ構造の振動子を試作し、まず微小振動子まわりに誘導される流れ場をレーザドップラ流速計 (以下, LDV) を用いて計測した。静止流体中のカンチレバー振動子まわりの流れ場についてはレバー長さ 90 mm の振動板を用いた渡部ら⁹⁾の実験を挙げることができる。本実験では彼ら

* Transition of dynamic characteristics on micro cantilever vibrator referred to air loading, by Toshihiro Tsutsui, Keiichiro Takato, Kiichiro Miyanaga, Mitsunobu Akiyama and Hitoshi Sugiyama.

*¹ ㈱本田技術研究所栃木研究所

*² 宇都宮大学工学部

(問合先: 筒井 壽博 〒321-33 栃木県芳賀郡芳賀町下高根沢 4630 ㈱本田技術研究所栃木研究所)

の結果との比較により流れの相似性を検討した。また、大気中と真空中とで振動子の動特性を比較することにより微小振動子のエネルギー収支についての検討を行い、空気への伝達動力を推定した。

2. 実験装置及び方法

2.1 実験装置

試験空間は 150 mm×150 mm×300 mm の密閉空間であり、天井壁及び側壁には光学ガラス窓を設け真空ポンプを用いて 1×10^{-3} Torr まで減圧できる構造とした。装置の概略は図-1 に示す。

振動子まわりの空気の流速は後方散乱型の LDV により、50 周期相当以上のサンプリング間隔で時間平均値として計測した。トレーサ粒子には線香の煙を用い、振動子の後端近傍まで計測するため計測点において側壁の検査窓から入射する LDV の光学系は x - z 面内で z 軸に対し 8° 傾斜させている。

また、振動子の振幅・振動数は、レーザドップラ振動計 (以下、LV と略記) にて得られたアナログ信号を FFT アナライザにて計測した。LV の光学系は天井壁に設けた検査窓から x - z 平面に垂直に入射させた。

後述するように試験振動子の共振点は、振幅の増大と共に変化することから駆動時の入力インピーダンスはインピーダンスアナライザで求めた値とは異なる。そこで、本実験では電氣的負荷インピーダンス $|\dot{Z}_e|$ (ここで、 $\dot{}$ は複素実効値を示し、定常な単振動を仮定している) に対し直列に挿入した 1% 程度のシャント抵抗 r により計測した電流値と $E_1/|\dot{Z}_e|$ にて求めた電流値とが 1% 以下の誤差でほぼ一致したことから、あら

かじめ求めた $|\dot{Z}_e|$ - f 特性 (ここで、 f は印加交流電圧の周波数である) において駆動時の振動数に対応するインピーダンスをもって電氣的な負荷インピーダンスとし、実効消費電力を式 (1) により求めた。

$$p = \frac{1}{2} \frac{E_1^2}{|\dot{Z}_e|} \cos \theta \quad (1)$$

ただし、 E_1 は印加電圧の片振り振幅である。また、真空中と大気中との消費電力は、同一後端振幅のもとで比較できるよう LV にて監視し、大気中の消費電力の測定は流れ場の計測と同時に行った。

2.2 試験振動子

本実験では図-2 に示すように 2 種類の試験振動子を用いた。振動子は試験空間中心位置を原点として設置した。励振用の圧電材料にはそれぞれポリフッ化ビニリデン (以下、PVDF) を分極して用いている。図 (a) の試験振動子は基板の金属箔にオーステナイト系のステンレスを用いたユニモルフ構造であり、カンチレバー長さをそれぞれ $L = 1.7, 3.0$ mm とした。

試験振動子 I の電氣的な入力インピーダンスの周波数応答を図-3 に示す。図は大気中における特性であるが振動子の共振先鋭度 (以下、 Q 値) は約 60 程度で明瞭に共振点が現れている。材料 Q 値との比較は振動数域や振動モードが異なるため直接は困難であるが、PVDF の材料 Q 値は約 12 程度、ステンレスは約 900 程度に見積もられることから、本試験振動子の機械特性は 2 種類の材料の特性が複合していることは明らかである。

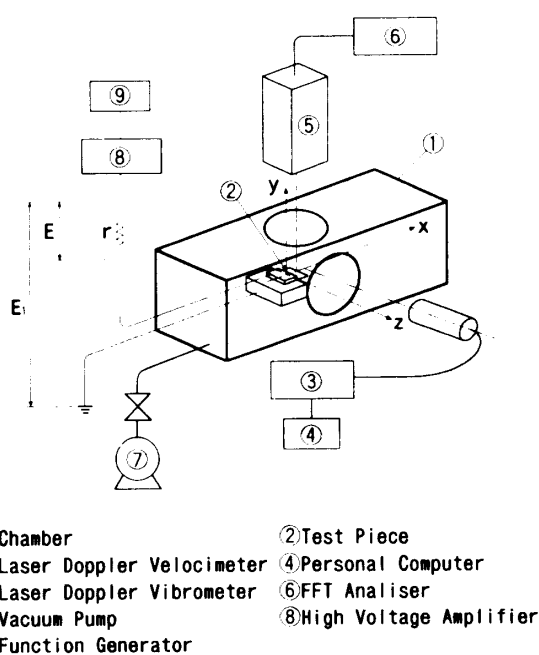


図-1 実験装置の概略

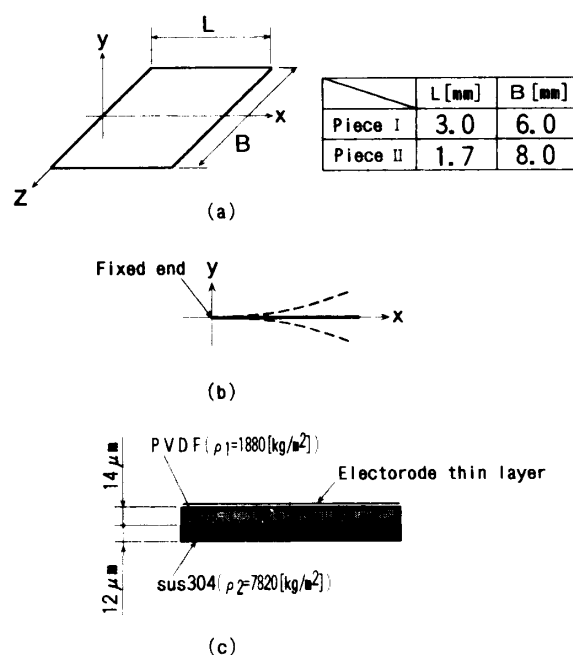


図-2 試験振動子

(a) 寸法・形状, (b) 支持条件及び振動モード,
(c) y - z 断面構造

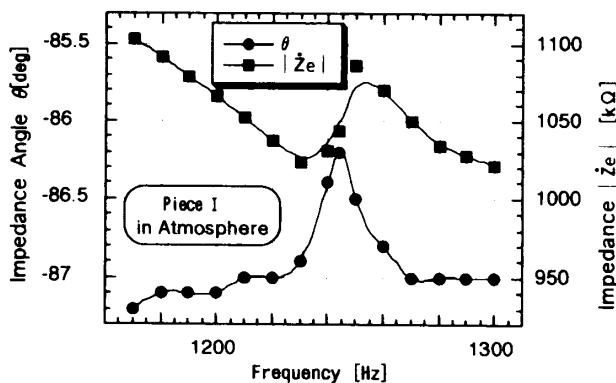


図-3 試験振動子 I における入力インピーダンスの周波数特性

3. 実験結果及び考察

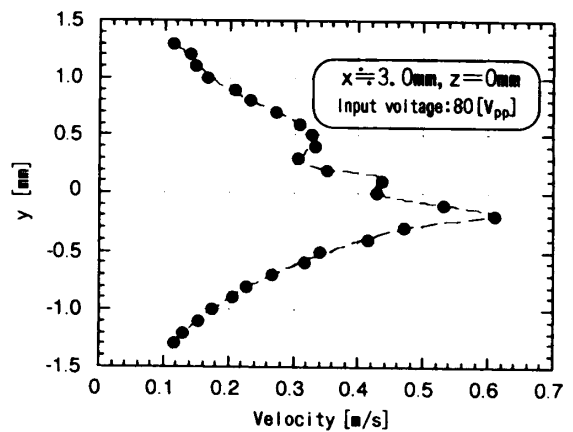
3.1 微小振動子による流れの誘導

LDV による速度分布の計測結果を図-4 に示す。計測値は LDV のデータレート不足のため約 1.3 s の時間平均値として処理している。振動子の後端振幅は $255\ \mu\text{m}$ と非常に微小であるにも関わらず後端近傍には噴流状の流れが誘導されており、試験振動子は密度の小さい空気に対し動力を伝達していることが分かる。

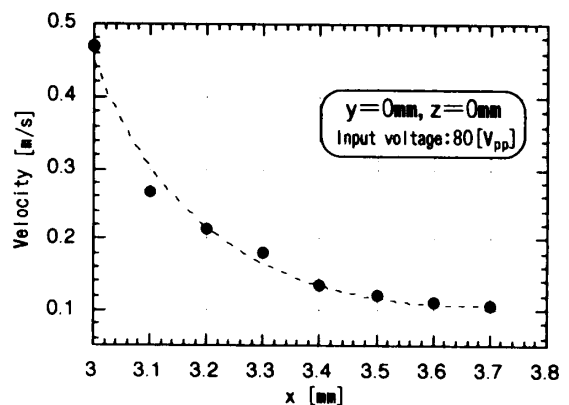
しかしながら、渡部らの実験では噴流の幅は後端の変位振幅の約 2 倍程度であるのに対し、本実験の場合後端の変位振幅に対する噴流の幅（ただし最大速度に対し 15 % まで減速した範囲をもって噴流の幅と仮定した）は約 10 倍程度に達し、また x 方向には急激に速度が減衰している。振動子の長さを特性寸法とし後端近傍における噴流のピーク値を代表速度としたレイノルズ数をとると渡部らの実験では $Re=8766$ 、他方、本実験の場合 $Re=117$ である。このようにスケールダウンに伴いレイノルズ数が減少し空気の粘性の影響が相対的に強く作用するため噴流の構造が著しく異なるものと考えられる。

本計測では速度の時間変動を求めるには至らなかったが、渡部らは弾性振動平板の後端近傍において振動板長手方向の速度成分は時間的に激しく変動し、最大値は最小値に対して 2 倍以上となることを示している。

そこで、本実験では図-5 のように試験振動子 II を用いてその後端近傍にタフトを配した簡易的手法により速度の時間変動を推定した。図-6 に印加電圧 $50\ \text{V}_{\text{pp}}$ のときの結果を示す。タフト変位は電圧の印加に対して 1 秒以下の応答で直ちに安定した。これに対し印加電圧を $100\ \text{V}_{\text{pp}}$ とした場合タフトは微小にゆらぐことから振幅の増大に伴って噴流の幅が広がると共に放出さ



(a) y 軸方向の分布



(b) x 軸方向の分布

図-4 速度分布 (x 軸方向成分)

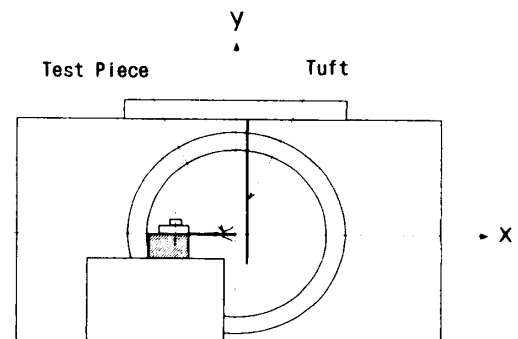
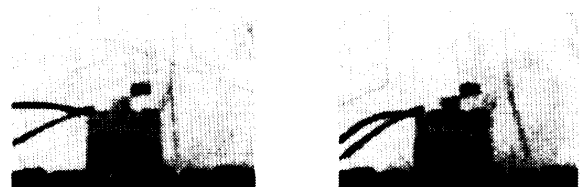


図-5 タフトの設置状態



(a) 静止状態

(b) 振動状態

図-6 タフト法による可視化

れる渦径が大きくなりタフトでも感応する程度に速度分布の時間的変動が顕著になるものと考えられる。

次に、振動子の角速度 Ω を図-7 のように C 点を回

表-1 ロスビー数の比較

	共振振動数 f_0 [Hz]	カンチレバー 長さ L [mm]	比振幅 y_0/L	後端振動 速度 [m/s]	噴流ピーク 速度 [m/s]	ロスビー数
渡部ら ⁸⁾	24.1	90	0.194	2.35	1.5	0.3
Present	1,228	3	0.043	0.984	0.6	0.29

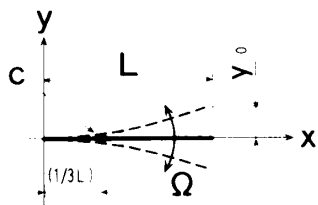


図-7 振動子の回転振動近似

転中心とする単振動で近似⁵⁾し、フラッピングする平板まわりの流れの問題に帰着し、流体力学的相似性を検討する。角速度の rms 値をとると、

$$\Omega_{\text{rms}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{y_0}{L} \omega_0 \quad (2)$$

となり、フラッピング平板を等速回転する平板と見なすことができる。ただし、 ω_0 を共振角速度とし、

$$\Omega = \frac{3}{2} \frac{y_0}{L} \omega_0 \cos(\omega_0 t) \quad (3)$$

ここで、 $\omega_0 = 2\pi f_0$ である。今、カンチレバー振動子の後端振動速度 v を $v = y_0 \omega_0$ 、このとき発生する x 軸方向の噴流速度成分 u の最大値を u_p とし、無次元数としてロスビー数⁵⁾ を次式のように考える。

$$Ro = \frac{u_p}{2\Omega_{\text{rms}} L} = \frac{\sqrt{2} u_p}{3v} \quad (4)$$

表-1 に本実験結果と渡部ら⁸⁾ の結果を示す。後端振幅比 y_0/L が異なるもののロスビー数は約 0.3 で一定値をとる。このことは発生する噴流速度（すなわち慣性推力）と平板後端速度との比が一定となることを示すものである。従って、これらのスケール領域及び振動数領域においては流体力学的アナロジーが成立するものと考えられる。

3.2 共振振動数の振幅依存性

共振振動数と後端振幅の関係を図-8 に示す。大気中、真空中とも共振振動数は振幅の増大と共に低振動数側にシフトし、最大振幅時には共振振動数はそれぞれ f_{0a} 、 f_{0v} (添字 a, v はそれぞれ大気中、真空中を表す) に移動している。これは、パイモルフ振動子を用いた Toda⁹⁾ の報告と一致している。

ここで、真空中の振動子をバネ-マスモデルで近似すると相当ばね係数 K_{eq} は

$$K_{\text{eq}} = M\omega^2 \quad (5)$$

となり、共振振動数のシフトは図-9 に示すように相当

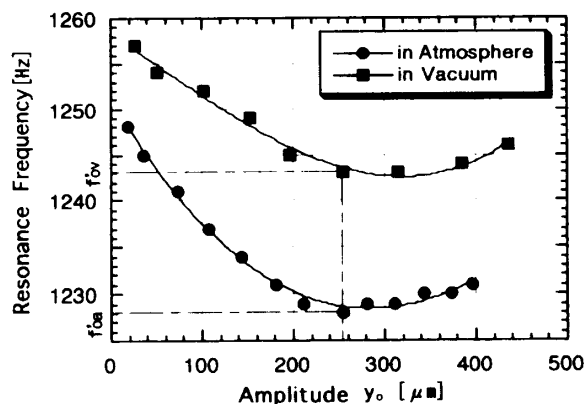


図-8 共振振動数の振幅依存性

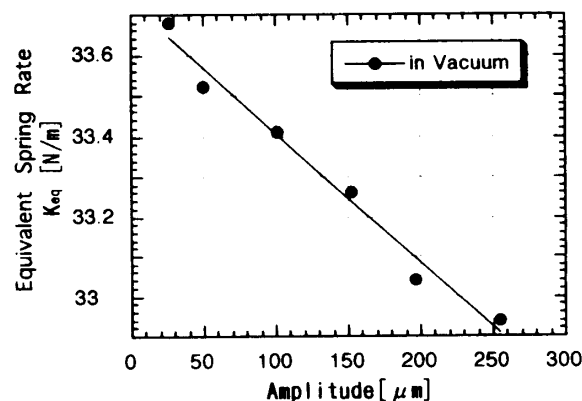


図-9 相当ばね係数の振幅依存性

ばね係数の振幅依存性として理解される。ただし、 K_{eq} は振動子の全質量の 1/4 が M として後端に集中していると仮定して求めた。このような低減衰材料における相当ばね係数の振幅依存性は、一般に弾性体内に生じる応力に対する歪の位相遅れによる内部摩擦であるとする一種の緩和現象¹⁰⁾ として理解されており高減衰材料におけるヒステリシス減衰モデルとは内部損失の扱いが異なる。また、このことから共振を維持するためには変位振幅によって印加電圧周波数を制御する必要があると考えられる。

3.3 振動子のエネルギー収支

本実験における印加電圧と後端振幅の関係は図-10 のようになる。大気中では同一振幅を得るのに真空中に対して約 1.4 倍の印加電圧を要しており、振動子まわりの空気が負荷となっていることが分かる。

このような空気負荷の状態では図-8 のように共振振動数のシフト量は真空中よりも更に大きくなる。こ

のことは振動子にとって空気の駆動は慣性質量が余分に付加されるように作用することを意味している。

また、本試験振動子は音の放射を伴う。そこで試験振動子IIについて上面 50 mm の位置の音圧レベルをコンデンサマイクロホン (13 mm 径) を用いて無響室内にて測定した。印加電圧 50 V_{pp} のとき共振振動数 3.03 kHz, 後端振幅 50 μm であり、このとき約 55 dB を示したことから放射エネルギーは 10⁻⁸ [W] と見積もられる。

以上のことから、本実験においては音響放射に伴う機械負荷はほとんど無視でき、真空中及び大気中に置かれた振動子の電気等価回路は図-11 のように考えることができる。このモデルにおいて、 $\dot{Z}_0$ は機械インピーダンス、また $\dot{Z}_1$ は空気の流動効果による生じる機械的インピーダンス (以下ファンインピーダンスという) であり、それぞれ式 (6), (7) のように置ける。

$$\dot{Z}_0 = R + j\omega M + \frac{K_{eq}}{j\omega} \quad (6)$$

$$\dot{Z}_1 = R_t + j\omega M_t \quad (7)$$

ここで、 M は振動子の等価慣性質量、 R は機械的弾性損失に起因する抵抗成分である。また、本実験の振動数範囲では空気は非圧縮性と考え、ファンインピーダンスは等価慣性質量 M_t によるリアクタンス成分と流体の粘性による抵抗成分 R_t のみによると仮定した。

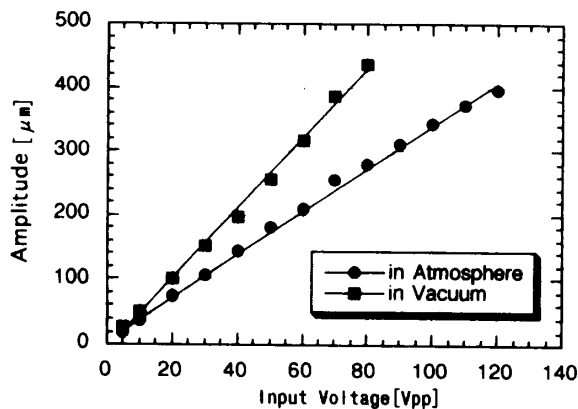
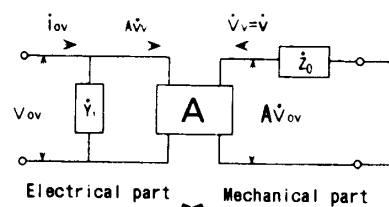
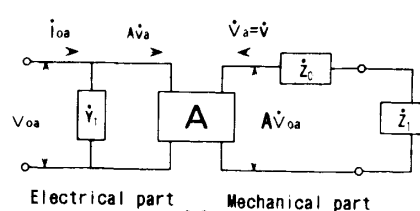


図-10 印加電圧と後端振幅の関係



$$\begin{aligned} A \cdot \dot{V}_{ov} &= \dot{Z}_0 \cdot \dot{v} \\ \dot{I}_{ov} &= Y_1 \dot{V}_{ov} + A \dot{v} \\ P_{iv} &= Y_1 \dot{V}_{ov}^2 + \dot{Z}_0 \dot{v}^2 \end{aligned}$$

(a) 真空中



$$\begin{aligned} A \cdot \dot{V}_{oa} &= (\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1) \cdot \dot{v} \\ \dot{I}_{oa} &= Y_1 \dot{V}_{oa} + A \dot{v} \\ P_{ia} &= Y_1 \dot{V}_{oa}^2 + (\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1) \dot{v}^2 \end{aligned}$$

(b) 大気中

図-11 電気等価回路

従って、運動方程式は簡単化され、空気と振動子は相互に影響する流体-構造体の相互連成問題を形成していることが分かる。すなわち、カンチレバー振動子の起振力を $\dot{F}$ とすると、

$$\dot{F} = \dot{v} \cdot \dot{Z}_m \quad (8)$$

ここで、

$$\dot{Z}_m = (R + R_t) + j\omega(M + M_t) + \frac{K_{eq}}{j\omega} \quad (9)$$

式(9)より空気負荷時の共振振動数は

$$\omega' = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M + M_t}} \quad (10)$$

となる。ところが、 K_{eq} には図-9 にて示したように振幅依存性があるので真空中と大気中の比較は同一振幅において行う必要がある。ここでは、図-8 に示すように最大振幅 (約 255 μm) で比較する。振動子自身の等価慣性質量 M (振動子稼働部の全質量に対し 1/4) が自由端に集中していると仮定し、 $M = 0.54 \times 10^{-6}$ [kg] とすると、空気の流動による付加慣性質量は $M_t = 0.013 \times 10^{-6}$ [kg] となる。

次に図-4 の速度分布より空気の運動エネルギーを

$$W_{tan} = B \int \left(\frac{1}{2} \rho u^2 \right) u dy \quad (11)$$

として動力換算すると $W_{tan} = 0.38 \times 10^{-3}$ [mW] となる。ただし、噴流の z 方向の幅は $B = 6$ [mm] とした。このときの共振振動数 f_{oa}' は、1,228 [Hz] であるので振動子の入力コンダクタンスは図-3 より $52.1 [\times 10^{-9} 1/\Omega]$ と求められる。また、このときの印加電圧は 70 [V_{pp}] であるので式 (1) より電気入力、 $p_i = 0.0319$ [mW] となる。従って、空気への動力伝達効率は $\eta = W_{tan}/p_i = 1.2\%$ となる。これは振動子をファンと見なした場合の送風効率に相当しているがかなり小さい値を示している。このことは本実験の場合十分な振動速度が得られておらずレイノルズ数が 117 と小さいため、慣性力として伝達された成分が小さく、その反面粘性力により損失する成分が相対的に大きくなっているものと考えられる。

従って、振動子の振動速度が大きくなりレイノルズ

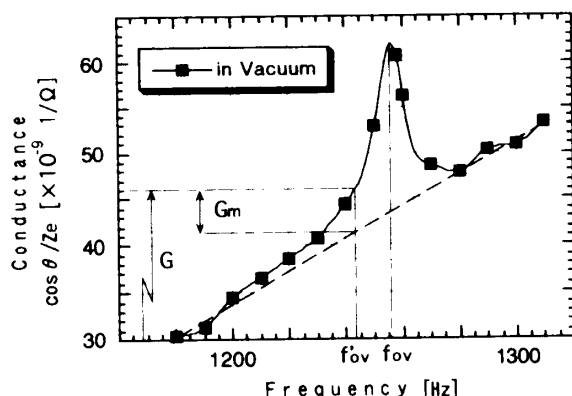


図-12 試験振動子 I における入力コンダクタンスの周波数特性

数が増大すると送風効率が改善されることが推察される。しかしながら、このことは同一カンチレバー長さでは共振振動数が高く変位振幅が大きいということを要求することとなり、振動子内部に発生する誘電体損失や機械的摩擦損失は増大する傾向になるため、振動子の構造・材料及び寸法によって最適な変位振幅が存在するものと思われる。

一方、振動子としての電気機械結合係数 k_v は真空中における入力コンダクタンスの周波数特性より

$$k_v^2 = \frac{\dot{v}^2 \dot{Z}_0}{\dot{p}_{lv}} = \frac{G_m}{G} \quad (12)$$

として作図的に求められる。本試験振動子の真空中における特性を図-12に示す。図より $k_v=0.33$ と見積もられる。これは比較的大きな値を示しておりカンチレバー振動子の特徴の一つであり、機械エネルギーへの変換デバイスとして有利な機構であることを示唆するものと考えられる。

4. ま と め

本実験で用いたカンチレバー振動子は数ミリメートルオーダの微小振動子である。このような微小振動子まわりの流動挙動については粘性が強く作用する領域にあることからファン運動のような慣性力により空気がどの程度の効率で駆動されるのかはこれまでよく知られていなかった。

本研究では微小振動子まわりの速度分布 ($Re=117$) をLDVを用いて実測した。その結果、寸法90mmのカンチレバーファンの速度分布 ($Re=8766$) と比較したところロスビー数はほぼ一定 ($Re=0.3$) であった。このことから本実験のスケール領域でも周囲の空気を駆動し、振動子まわりの流体力学的アナロジーは成立していることが明らかとなった。

次に、真空中における振動子の共振振動数が振幅の増大に伴って低振動数側にシフトする現象は、弾性損

失による相当ばね係数の振幅依存性として理解された。しかしながら、大気中における共振振動数のシフト量が真空中のそれよりも更に大きく、大気中におけるカンチレバー振動子の運動は典型的な流体-構造体の連成問題を形成していることから、振動子の機械的負荷として新たにファンインピーダンスとして空気の流動効果を取り入れる必要性を指摘した。

供試振動子のファンとしての送風効率は約1%であった。しかし、本実験では真空中における振動子としての電気機械結合係数 k_v は入力コンダクタンスの周波数特性から約0.33と推定された。これは比較的大きい値を示していることからカンチレバーモードの振動子の特徴の一つが確認された。

このように数ミリメートルオーダの寸法を有するカンチレバー振動子にも局所的な送風機能が備わっており、このことはマイクロファンとしての応用の可能性を示唆しているものと考えられる。

謝 辞

レーザドップラ振動計を使用させて下さった(株)本田技術研究所栃木研究所中村光勇氏はじめ第10研究ブロックの諸氏に深謝いたします。振動子の内部損失について有益なご議論をいただきました米国AMP社の戸田実博士に感謝の意を表します。卒業研究の一部として協力いただいた宇都宮大学工学部熱工學研究室品川貴光君に感謝します。

文 献

- 1) 山田 顕, 中川紹夫, 中村信良, “90° 移相屈曲振動板からの一方向性強力超音波による粉体移送,” 音響学会誌 **50**, 369-373 (1994).
- 2) 塩川祥子, 上田年彦, 松井義和, “SAW ストリーミング現象の解明とその応用,” 信学技法 US 89-51, 41-46 (1989).
- 3) R.M. Moroney, R.M. White and R.T. Howe, “Ultrasonically induced microtransport,” Proc. IEEE Micro Electromech. Syst. Workshop, 277-282 (1991).
- 4) 三留秀人, “不均一定在波音場中のアコースティック・ストリーミング,” IEICE Tech. Rep. US 89-56, 7-14 (1989).
- 5) 筒井壽博, 秋山光庸, 杉山 均, “平板の弾性振動による能動的境界層制御,” 機械学会論文集(B) 585号, 1804-1810 (1995).
- 6) I. Shimoyama, Y. Kubo, T. Kaneda and H. Miura, “Simple microflight mechanism on silicon wafer,” Proc. IEEE MEMS '94, 148-152 (1994).
- 7) M. Toda, “Theory of air flow generation by a resonant type PVF₂ bimorph cantilever vibrator,” Ferroelectrics **22**, 911-918 (1979).
- 8) 渡部英夫, 庵原昭夫, 平間英生, 林崎伸一, “単独振動板まわりの三次元流れのLDVによる計測,” 機械学会論文集(B) 532号, 3708-3715 (1990).
- 9) M. Toda, “Elastic properties of piezoelectric PVF₂,” J. Appl. Phys. **51**, 4673-4677 (1980).
- 10) 実吉純一, 菊池喜充, 能本乙彦監修, 超音波技術便覧 第8版 (日刊工業新聞社, 東京, 1991), pp. 943-946.