

非定常三次元放物形方程式によるきつい曲り円管内層流
強制対流熱伝達の数値解析*秋山 光庸^{*1}, 杉山 均^{*1}, 斉藤 正夫^{*1}
西脇 一郎^{*1}, 村越 尊雄^{*2}, K. C. Cheng^{*3}Numerical Computation of Convective Heat Transfer
in the Bend Tube Flow
by Time-Dependent Three-Dimensional Parabolic EquationsMitsunobu AKIYAMA, Hitoshi SUGIYAMA, Masao SAITOH,
Ichiro NISHIWAKI, Takao MURAKOSHI, and Kwo C. Cheng

Time-dependent three-dimensional N -S and energy equations are solved numerically for the laminar flow and heat transfer in a curved tube with straight inlet and outlet sections. The results clearly explain the effects of curvature in the upstream of the straight section and the existence reverse flow in the main flow direction of the curved section. The heated section adopted only in the curved tube does not show much effect on the upstream straight section. In the reverse flow field which appeared in the curvature, profound heat flow was found towards the upstream. To explain the reverse flow effects, the dissipation term in the main flow direction becomes important and can be treated numerically.

Key Words: Convective Heat Transfer, Numerical Analysis, Laminar, Bend Tube, Time-Dependent Three-Dimensional Parabolic Equations

1. 緒 言

曲り管は各種熱交換器, 工業配管等に広範囲に用いられており, 管内の物質移動, 熱移動の様子を知ること, 工業的工学的に重要な意味を持っている。このため曲り管内の流れと熱伝達に関して以前から多くの実験, 理論解析, 数値解析が行われている⁽¹⁾。数値解析の分野においては, Patankar らが放物形方程式を用いて解析を行い主流速度分布の実験結果とのよい一致を報告している⁽²⁾。著者らは同様の方法を応用して助走区間問題について広範囲にわたる層流の解析結果を示した⁽³⁾⁽⁴⁾。さらに Humphrey はだ円形方程式を用いてきつい曲りのある管路での逆流現象を含む解析解を得ている⁽⁵⁾。また両者の中間的な性格の準放物形の解析も行われている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

本報では曲り円管内層流強制対流について非定常三次元放物形の完全な N -S 方程式とエネルギー式を用いた管内流の解析を行い, 基礎方程式中の拡散項の流

れと熱伝達に及ぼす影響について調べるとともに, 曲り管と直管の接続した管路での流体の発達の様子を明らかにすることを目的とし, 下流の状態が上流に影響を及ぼす場合にも適用できる数値解析方法の開発を行った。

2. 基礎方程式と解析方法

図1に本研究に用いた供試空間および計算領域を示す。無次元曲率半径 $R_c/d=2$ の 90° ベンドの上流側に約 $14d$, 下流側に約 $70d$ の直管を接続した管路で, 分割格子数は半径方向 20, 円周方向 11, 主流方向 200 の

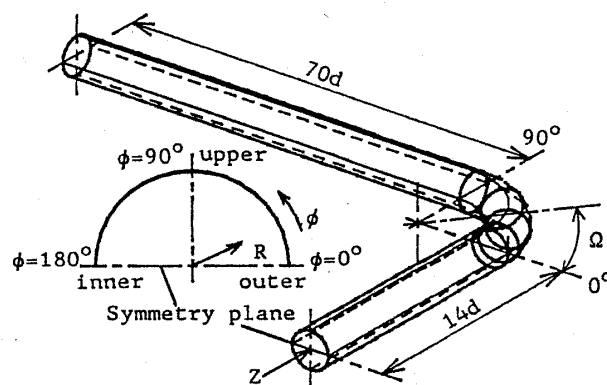


図1 供試空間

* 昭和63年8月26日 第952回講演会において講演, 原稿受付 昭和62年12月7日。

^{*1} 正員, 宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町2753)。

^{*2} 正員, 東京計器(株) (〒325 栃木県那須郡那須町大字高久甲3-1)。

^{*3} 正員, Dept. of Mech. Eng., Alberta Unive. (Edmonton, Alberta, Canada T6G2G8)。

計 44 000 点とした。流体は非圧縮性とし、計算領域は物性値一定の強制対流領域を考え曲率半径の主軸対称流れと仮定し対称軸の上半断面についてのみ計算を行った。対称軸上の曲りの内側を inner, 外側を outer とする。

基礎方程式は円筒トロイダル座標における連続の式、運動方程式、エネルギー式であり、直管部では円筒座標の式となるように係数 $1/R_c$ を調整した。これらの基礎方程式は直管内径 (d), 主流平均速度 ($\bar{W}$), 基礎温度差 (qd/λ) を用いて無次元化した。これを式 (1)~(6) に示す。

連続の式

$$\frac{1}{RR^*} \frac{\partial}{\partial R}(RR^*U) + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial}{\partial \phi}(R^*V) + \frac{1}{R^*} \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

R 方向運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(RR^*UU)}{\partial R} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(R^*UV)}{\partial \phi} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial(UW)}{\partial Z} - \frac{V^2}{R} - \frac{\cos \phi}{R_c R^*} W^2 \\ &= -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial}{\partial R} \left(2\nu' \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\nu' \left\{ \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right\} \right] + \frac{2}{R} \nu' \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{2}{R} \nu' \left(\frac{\partial V}{R \partial \phi} + \frac{U}{R} \right) \\ &+ \frac{1}{R^*} \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right\} - \frac{\cos \phi}{R_c R^{*2}} \left[2\nu' \left\{ \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{1}{R_c} (U \cos \phi - V \sin \phi) \right\} \right] \\ &+ \frac{\cos \phi}{R_c R^*} \left(2\nu' \frac{\partial U}{\partial R} \right) - \frac{\sin \phi}{R_c R^*} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) \right\} - \frac{\cos \phi}{R_c R^{*2}} \frac{\partial}{\partial Z} (\nu' W) \quad (2) \end{aligned}$$

ϕ 方向運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(RR^*UV)}{\partial R} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(R^*VV)}{\partial \phi} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial(WV)}{\partial Z} + \frac{UV}{R} + \frac{\sin \phi}{R_c R^*} W^2 \\ &= -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) \right\} + \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial V}{R \partial \phi} + \frac{U}{R} \right) \right\} + \frac{2}{R} \nu' \left(\frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) \\ &+ \frac{1}{R^*} \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right\} + \frac{\sin \phi}{R_c R^{*2}} \frac{\partial}{\partial Z} (\nu' W) + \frac{\cos \phi}{R_c R^*} \nu' \left(\frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) \\ &- \frac{2 \sin \phi}{R_c R^*} \nu' \left(\frac{\partial V}{R \partial \phi} + \frac{U}{R} \right) + \frac{2 \sin \phi}{R_c R^{*2}} \nu' \left\{ \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{1}{R_c} (U \cos \phi - V \sin \phi) \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

Z 方向運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(RR^*UW)}{\partial R} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(R^*VW)}{\partial \phi} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial(WW)}{\partial Z} + \frac{W}{R_c R^*} (U \cos \phi - V \sin \phi) \\ &= -\frac{1}{R^*} \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial U}{R^* \partial Z} - \frac{W}{R_c R^*} \cos \phi + \frac{\partial W}{\partial R} \right) \right\} + \frac{\partial}{R \partial \phi} \left\{ \nu' \left(\frac{\partial W}{R \partial \phi} + \frac{W}{R_c R^*} \sin \phi + \frac{\partial V}{R^* \partial Z} \right) \right\} \\ &+ \frac{\nu'}{R} \left(\frac{\partial U}{R^* \partial Z} - \frac{W}{R_c R^*} \cos \phi + \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{R^* \partial Z} \left\{ 2\nu' \left(\frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{U \cos \phi}{R_c} - \frac{V \sin \phi}{R_c} \right) \right\} \\ &+ \frac{2 \cos \phi}{R_c R^*} \nu' \left(\frac{\partial U}{R^* \partial Z} - \frac{W}{R_c R^*} \cos \phi + \frac{\partial W}{\partial R} \right) - \frac{2 \sin \phi}{R_c R^*} \nu' \left(\frac{\partial W}{R \partial \phi} + \frac{W}{R_c R^*} \sin \phi + \frac{\partial V}{R^* \partial Z} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

エネルギー式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(RR^*UT)}{\partial R} + \frac{1}{RR^*} \frac{\partial(R^*VT)}{\partial \phi} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial(WT)}{\partial Z} = \frac{1}{R} k' \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\cos \phi}{R_c R^*} k' \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial}{\partial R} \left(k' \frac{\partial T}{\partial R} \right) \\ &- \frac{\sin \phi}{R_c R^*} k' \frac{\partial T}{R \partial \phi} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k' \frac{\partial T}{R \partial \phi} \right) + \frac{1}{R^*} \frac{\partial}{\partial Z} \left(k' \frac{\partial T}{R^* \partial Z} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\nu' = \frac{1}{Re}, R^* = 1 + \frac{R \cos \phi}{R_c}, k' = \frac{1}{Pr Re} \quad (6)$$

Nu : ヌッセルト数 $= -(\partial T / \partial R) / (T_w - T_b)$

P : 無次元圧力 $= p / (\rho \bar{W}^2)$

Pr : プラントル数 $= \nu / a$

q : 熱流束

Re : レイノルズ数 $= \bar{W} d / \nu$

R_c : 曲率半径

T : 無次元温度 $= \theta / (qd/\lambda)$

T_b : バルク温度

T_w : 壁面平均温度

U : 無次元半径方向速度 $= u / \bar{W}$

境界条件を、表 1 に示す。

記号を以下に示す。

a : 温度伝導率

C_f : 壁面摩擦係数

$$= 2 / Re \{ (\partial W / \partial R)^2 + (\partial V / \partial R)^2 \}^{1/2}$$

De : デーン数 $= Re \{ (d/2) / R_c \}^{1/2}$

d : 管内径

V : 無次元円周方向速度 $=v/\bar{W}$

$\bar{W}$: 主流平均速度

W : 無次元主流方向速度 $=w/\bar{W}$

λ : 熱伝導率

ν : 動粘性係数

τ : 無次元時間 $=t/(d/\bar{W})$

ρ : 密度

Ω : 主流方向曲り管入口からの角度 $=z/R_c$

基礎方程式を解くに当たっては MAC 法を用い⁽⁸⁾, 計算要素上の変数配置は面心に速度を, 体心に圧力, 温度を配置するドナーセル法により各計算格子において連続の式を満足するものと考えた。速度と温度は式(2)~(5)の各式より, 圧力式は式(2)~(4)をさらに微分し, 連続の式(1)を利用して圧力に関するポアソン方程式を導出し, それぞれを ADI 法により解きこれを一サイクルとして, 時間ステップを進めながら繰返し計算した。この際各断面内の流量を一定するように, 主流方向に圧力補正を行い圧力計算の収束性を改善した。差分スキームは, 流れの方向によって風向きを判定し風上差分を行い, 流れの向きが逆転する場所では自動的に中心差分となるブレンドスキームを開発して用い, これにより計算の安定性を確保した。

表 2 に計算パラメータを示す。本報に示す計算結果は主に(1)のパラメータについてである。

表 1 境界条件

	入 口	出 口	壁 面	対称面
U	$U = 0$	$\frac{\partial U}{\partial Z} = 0$	$U = 0$	$\frac{\partial U}{\partial \phi} = 0$
V	$V = 0$	$\frac{\partial V}{\partial Z} = 0$	$V = 0$	$V = 0$
W	$W = \text{Developed pipe flow}$	$\frac{\partial W}{\partial Z} = 0$	$W = 0$	$\frac{\partial W}{\partial \phi} = 0$
P	$P = 0$	$\frac{\partial P}{\partial Z} = \text{const}$	$\frac{\partial P}{\partial R} = 0$	$\frac{\partial P}{\partial \phi} = 0$
T	$T = 0$	$\frac{\partial T}{\partial Z} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial R} = \text{const}$	$\frac{\partial T}{\partial \phi} = 0$

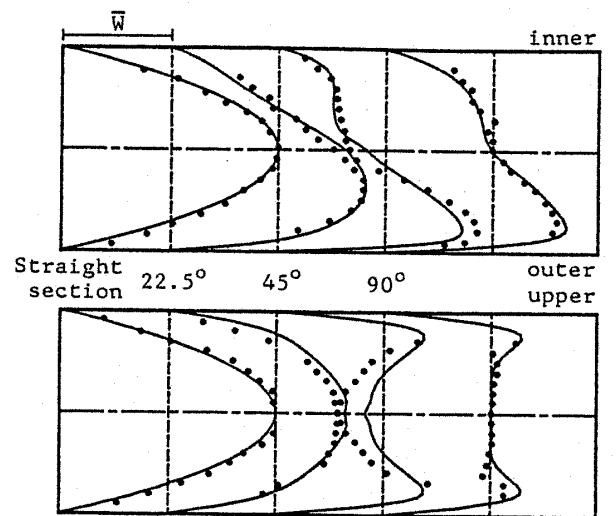
表 2 計算パラメータ

NO.	Re	Rc/d	De	Pr
(1)	1000	2	500	0.71
(2)		4	353	—
(3)		8	250	—
(4)	2000	2	1000	0.71
(5)		8	500	0.71

3. 結果と考察

3.1 速度, 圧力, 温度分布への拡散項の影響 図 2 に著者らの実験結果⁽⁹⁾と今回の計算結果との比較を示す。図中下半断面の計算値は対称条件により上半断面と同じとした。パラメータに多少の違いがあるが定性的には両者はよく一致しており今回の解析結果の妥当性が確認できる。なお, 著者らの主軸方向放物形の数値解結果⁽⁹⁾は実験データをはさむように本計算結果より, 少し早めに発達していると判断できるが, ほぼ一致している。

図 3 にパラメータ(1)について主流速度の等高線を示す。位置は曲り管入口上流側 $-0.05d$, 曲り角度 10° ,



— Present work (Re=1000, Rc/d=4, De=353)
• Exp.⁽⁹⁾ (Re=1000, Rc/d=4.5, De=333)

図 2 主流速度分布の発達

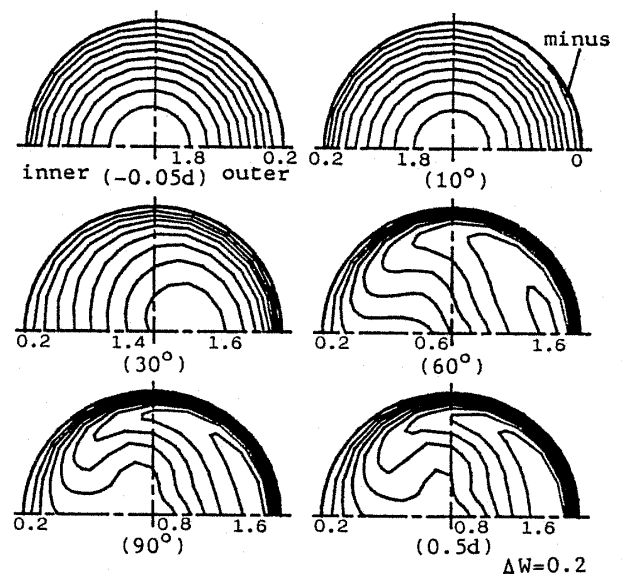


図 3 主流速度等高線

30°, 60°, 90°, 曲り管出口下流 0.5d の各断面である。一般に曲り管に流入した流体には遠心力が作用し、主流速度分布は外側にピークをもった形状となるが、計算でもその様子が示されている。ここで、曲管入口近傍の断面に注目すると、曲り管上流側 $-0.05d$ の位置では直管であるにも関わらず、主流速度分布は曲りの内側(inner)に寄った形状になっており、主流方向の拡散項を考慮したため下流の曲り管の影響が上流の直管に及んでいることがわかる。曲り管流入後は、遠心力の作用により速度のピークは外壁側(outer)へと移って行く。10°の断面において、速度の速い管中心付近の流体は強い遠心力を受けるため $-0.05d$ の位置に比べ外側に移りつつある。これに対し壁近くの遅い流体は、慣性力が弱く粘性力と圧力のために減速され、それに伴って外壁側に速度の遅い領域が残ったままであり、 $-0.05d$ の断面よりも内壁側に寄った形状となっている。また外壁部には主流速度の逆流も生じておりここでも主流方向の拡散項の影響が示されている。逆流領域は主流方向で曲り角度 3°~18°, 円周方向には $\phi=40^\circ$ 程度まで及んでいる。このような管外壁近傍における逆流の発生は Humphrey による $R_c/d=1$, $De=1273$ の解析解⁽⁵⁾と似た傾向を示している。他のパラメータのうち(2), (3)および(5)の場合はこのような逆流現象は見られず、逆流の発生する条件として曲率の影響が重要となることがわかる。

図4は10°断面での壁近傍主流速度の円周方向の変化である。逆流領域は半径方向には壁から最大で $0.02d$ 程度の薄い層であることがわかる。また逆流の大きさは主流平均速度の最大で2%程度である。この図からも外側壁 $\phi=0^\circ$ に速度の遅い流体が残る内壁側 $\phi=180^\circ$ では流速が速く、壁面での速度こう配も急になっていることがわかる。比較のため曲り角度 60°, $\phi=0^\circ$ における速度分布を示したが、曲り管を進むにつれて外壁側の速度こう配が極めて急になることが示され後に述べる壁面摩擦係数とも関連づけられる。

図5は図3と同一断面での二次流れの分布である。主流速度分布と同様に、拡散項を考慮したことにより $-0.05d$ の断面において内側へと向かう二次流れを形成しており、曲り管の外壁面による流れの塞ぎ止め作用が明確に認められる。10°断面で二次流れはすでに遠心力の影響をうけた渦を形成しており、主流に比べると曲り管に流入したことによる遠心力の作用が明確に認められる。しかしながら主流の逆流領域である外壁付近において二次流れには明確な変化は見られなかった。これは図4で示したように逆流領域が壁近傍の極めて薄い領域のためと考えられる。二次流れの最大値は

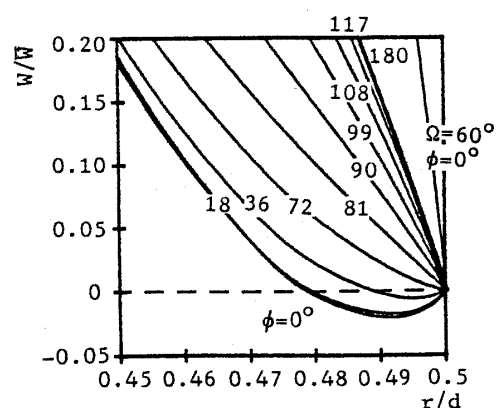


図4 断面 $\Omega=10^\circ$ での壁近傍主流速度の周方向変化

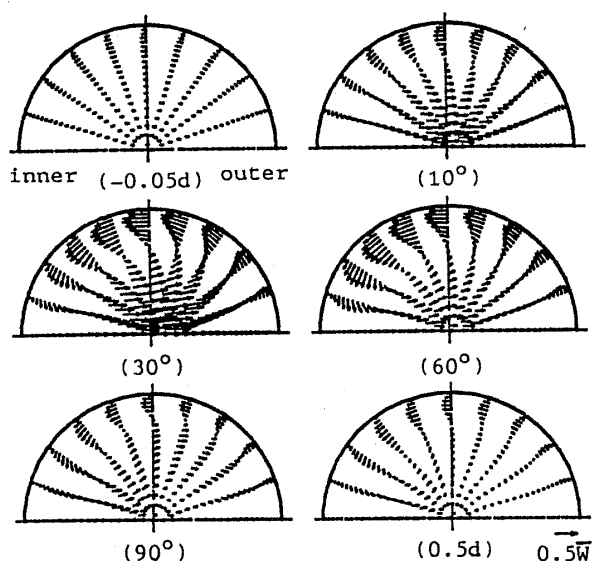


図5 二次流れ

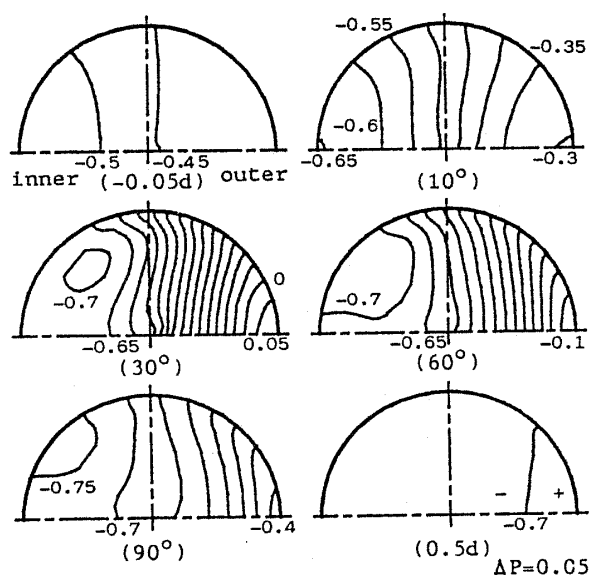


図6 等圧線

曲り角度 39° 付近で主流速度の 60% 以上に達することが確認できた。著者らの、主流方向放物形方程式による解析⁽³⁾では 90° 断面付近で管外側部での付加的二次流れが示されているが、今回の計算ではパラメータの違いもあり確認できなかった。しかしながら 90° 断面において内壁近くに淀み領域があり、その領域内において二次流れとの逆向きの極めて微弱な渦が生じていることが数値としては確認できた。これはこの領域での離現象の発生の可能性を示すものと推察される。

図6に断面内での等圧線を示す。流体が曲り管に流入すると遠心力を受けるために、流体は外壁側へと押しやられ、そこで圧力が上昇する。 $-0.05d$ の断面では下流曲り管の圧力変動が拡散項を考慮したために上流へ影響を及ぼし、断面内で圧力変化が生じている。この圧力変化に伴い流体は圧力の低い内壁側へと押しされ図3と5に示したような速度分布となる。曲り管流入後は遠心力のため断面内での圧力こう配が急激に増加し、外壁側の高圧力により管外壁部の流体は壁面に沿って押し戻され内側へと回り込む二次流れを生じる。その後、曲り管内を進むにつれて圧力と遠心力のバランスがとれて断面内の圧力分布は落ち着いてくる。曲り管を出て直管に入ると遠心力が働かなくなるため圧力は断面内で一様となり、それに伴い二次流れも減衰し速度分布は直管の分布形状へと回復していく。

図7には等温線を示す。今回の計算では曲管部のみを熱流束一定の条件で加熱を行い他の部分は断熱壁とした。図において断熱部である $-0.05d$ の位置で主流速度の遅い外壁近傍に若干の温度変化が認められ、温度においても主流方向の拡散項が影響を及ぼしていることがわかる。曲り管に流入するとまず壁近くの流体が加熱されて昇温し、その後二次流れにより加熱された流体が内壁側から管の中央部へと運ばれていく様子

がみられ、全体の傾向としては温度分布は主流速度分布と似た形状の分布となる。下流直管部では再び断熱壁となるため熱は次第に拡散して一様な温度となっていくと考えられる。

図8(a)には対称軸上の等圧線を示す。曲り管の外壁側では直進しようとする流入流体がきつい曲りに遮られたために曲り角度 40° 付近で高圧力の島が生じており、その上流側の外壁側では主流方向の圧力こう配が逆転し主流の逆流が生じやすくなっていると考えられ、図3および4に示した逆流はこの領域で生じている。下流の直管では断面内の圧力差がなくなるのは図6と同様にうかがえるが、主流方向の圧力こう配は回復しにくいことがわかる。

図8(b)は対称軸上の等温線を示したものである。曲り管入口外壁部において曲り管入口から 20° 付近に

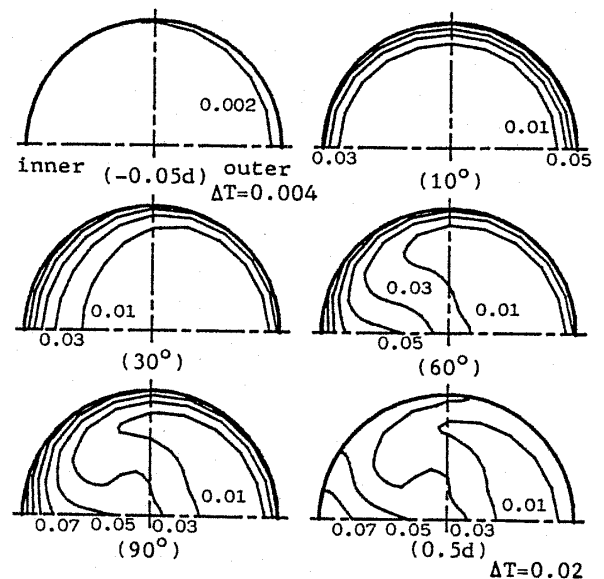


図7 等温線

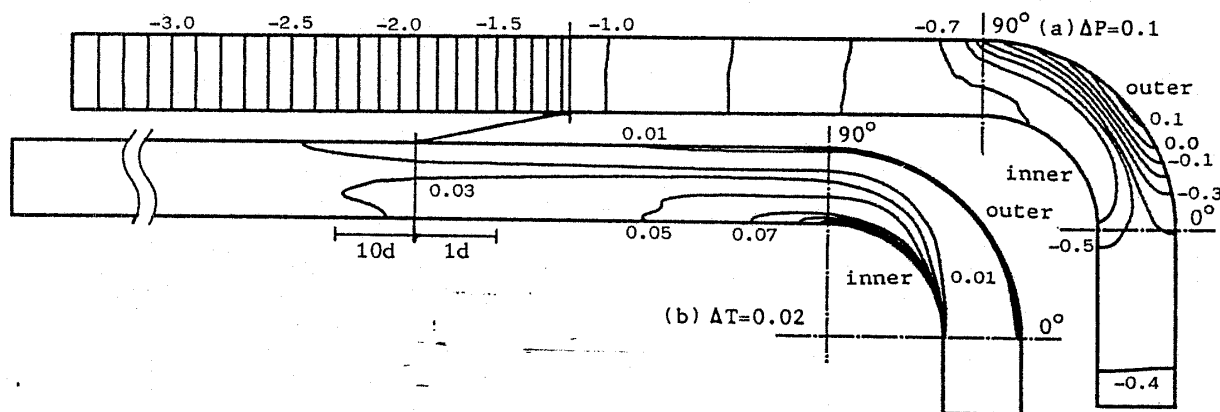


図8 対称面上での等圧線(a), および等温線(b)

かけて等温線が膨らんでおりそこに高温の温度境界層が形成されている。ここは主流の逆流が発生している場所であり、逆流に伴い加熱された流体が停滞し熱が蓄積され温度が上昇していることがうかがえる。一方内回り側を見ると、等温線はしだいに壁面から離れて管の外回り側へと移る様子が図7と同様に認められ、二次流れによる対流伝熱が明りょうに示されている。下流の直管部では断熱条件のため温度は次第に一樣となる。

図9に断面内での局所壁面摩擦係数 C_f の変化を示す。記号表に示したように摩擦係数は壁面での速度こう配より求めた値を、直管で十分に発達した速度分布より求めた値(添字s)との比で示してある。速度こう配は主流速度によるもの、二次流れによるもの、その組合せによるものの3種を用いそれぞれについて摩擦係数を示している。曲り管上流 $-0.05d$ では二次流れの影響はほとんどなく、主流速度が図3で示したように内側に寄り、外側に比べて内側での速度こう配が急になるために摩擦係数も内壁側で大きく外壁では小さな値をとる。曲り管に入ると、遠心力の作用で主流が外側へと寄るため、外壁側の値は急激に上昇していき最大で直管部の6倍以上の値を示す。主流の逆流域である 10° の断面では、図4で示したように弱い逆流の影響により外壁では主流の速度こう配が小さく、したがって摩擦低下が認められる。その後、主流は内側の壁近傍速度が遅くなるため二次流れによる摩擦係数が特に管外側で支配的となる様子が示されている。二次流れによる摩擦係数は曲り管流入後しばらくの間主流速度によるものに比べて支配的な傾向を示すが、その後曲りが進むに連れて、主流によるものが支配的となることがわかる。このことから、十分に発達した曲り管内流れでは二次流れによる壁面摩擦はあまり考慮する必要はないと考えられる。しかしながら、十分発達するまでの助走区間では二次流れの影響を考慮したほうがよいと考えられる。

3・2 諸量の主流方向への変動と発達の様子 図10に主流方向への壁面摩擦係数の変化を示す。図の縦軸は直管の摩擦係数との比で示してあり、横軸は主流方向の長さを表す。なお、曲り管近傍はその倍率が違う。拡散項を考慮したことによる主流速度分布の変化に伴い、曲り管入口よりも上流側 $-1d$ においてすでに内外壁での局所値は変化しており内壁では増加し外壁では減少していく傾向が認められる。さらに $-0.5d$ からは平均値も少しずつ上昇し始め、拡散項を考慮したことにより曲り管の影響が上流直管に波及していることが示されている。曲り管流入後は遠心力による主

流速の変化に伴い図9と同様に外壁での値は増加し内壁の値は減少する傾向が示されている。この曲り管付近での内外壁の局所壁面摩擦係数の変化の様子は、Humphreyらの正方形管に関する解析と似た傾向を示す⁽¹⁰⁾。下流の直管へ流入すると壁面摩擦係数はしだいに直管の場合へと漸近し落ち着いていく。このように直管での値に落ち着くまでの距離を考えることにより、曲り管からでた流体が直管の速度分布へと発達するまでの速度助走区間を考慮することが可能となる。一例として、平均壁面摩擦係数が直管における値に対して1%以内の誤差に収まる位置を見てみると、その位置は曲り管出口 90° の位置から約 $50d$ 程度となる。ただし、この位置では局所壁面摩擦係数の変化はまだ1%以内に収まってはいない。

図11は主流方向への圧力変化を示している。入口の直管では一定の降下を示し理論値ともよくあう。曲り

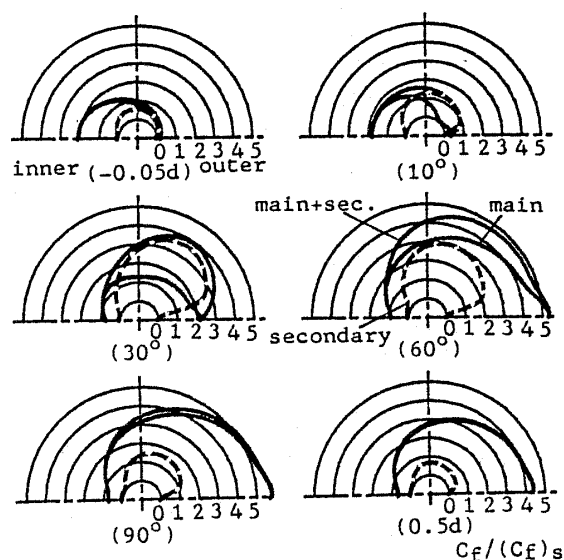


図9 局所壁面摩擦係数

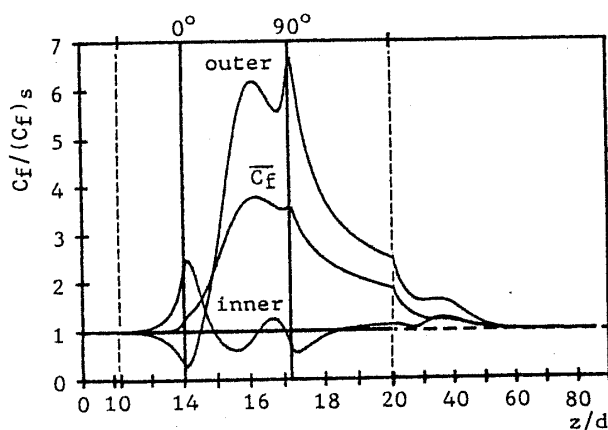


図10 主流方向壁面摩擦係数変化

管に近づく主流方向の拡散項を考慮したため上流側 $-0.5d$ 付近から内外壁で圧力差が生じ始めていることがわかる。曲り管流入直後、外壁では直進しようとする流体の力と遠心力のために圧力が上昇し、曲り角度 40° 付近で極大となっており、この位置より曲り管上流 $-0.5d$ までは圧力こう配が逆転している。一方内壁では急激に圧力が降下する傾向がみられる。図 8 (a) を参照すると様子が明らかとなる。平均圧力でみると、曲り管を 45° 程度進んだところで、降下が明りようとなり、発達した直管の値に比べて圧力損失が大きくなることからわかる。曲り管を出て下流の直管にはいると、約 $1d$ で断面内の圧力差がなくなり図 6、図 8 (a) で示したことが確認できる。一方主流方向の圧力降下は直管内の発達流の値に比べて大きく直管の値に回復するまでにはかなり距離がかかることが示されている。図 10 と同様にこの距離から助走区間長さを考えると、直管の値の 1% 以内に収まるのは $48d$ となり、平均壁面摩擦係数より求めたものと断面平均圧力こう配より求めた助走区間長さはほぼ一致することがわかる。

図 12 に主流方向の温度変化を示す。加熱条件は曲管部で一様熱流束加熱であるためバルク温度は直線的な増加を示している。壁面温度は加熱開始直後急激に増加する傾向がみられるが、上流側直管への変動は壁面摩擦係数や圧力に比べて少なく、ほとんどみられない。曲り管を進むにつれて壁面温度はバルク温度に対して一定の温度を持った値へと落ち着いていく傾向が認められる。局所壁面温度をみると曲り管入口から約 20° 程度までは、外壁側が高温になっており図 8 (b) に示したように主流の逆流に伴い管外壁に高温部が生じていることがわかる。曲り管を出ると、壁面境界は断熱条件となるため、壁面での局所温度はしだいにバ

ルク温度に近づき断面内の温度は一樣となっていく。このように不均一な温度分布が一樣となるまでの距離を考えてみると、壁面摩擦係数や圧力こう配に比べて距離が長いことが示されている。これは、渦による対流も急激に減衰しており、かつ計算パラメータ $Pr = 0.71$ で熱伝導による移動も少ないためであろうと推測される。

図 13 は加熱している曲り管でのヌッセルト数の変化を示す。加熱開始直後に急激に変動を示しその後は一定値に漸近する様子がみられる。著者らの強制対流域での実験⁽⁴⁾と同様の傾向を示している。しかしながら加熱部の長さが短いためヌッセルト数は完全に発達していない。管入口付近では、主流速度分布が図 3 で示したように内壁側へ寄り外壁よりも内壁近くのほうが速度が速く、その結果として局所の熱伝達率は内壁で高く外壁で低くなる。外壁ではその後主流の逆流に伴い熱伝達率がさらに低下し曲り角度 10° 付近で極小部を生じる。このことから主流方向の拡散項を考慮したことによる影響がうかがえる。その後は主流速度

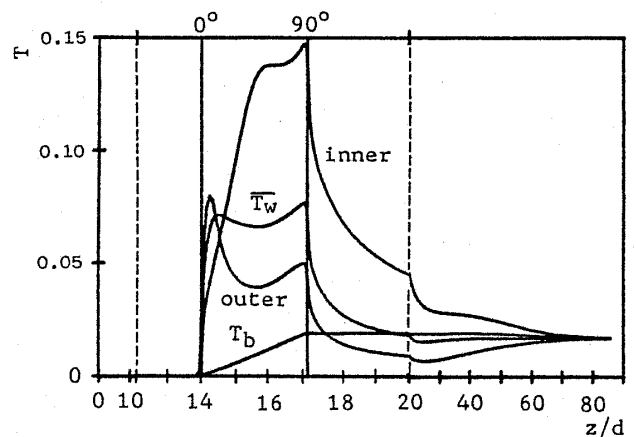


図 12 主流方向温度変化

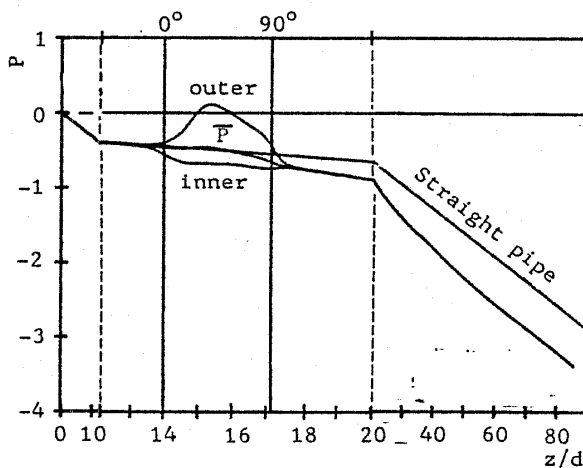


図 11 主流方向圧力変化

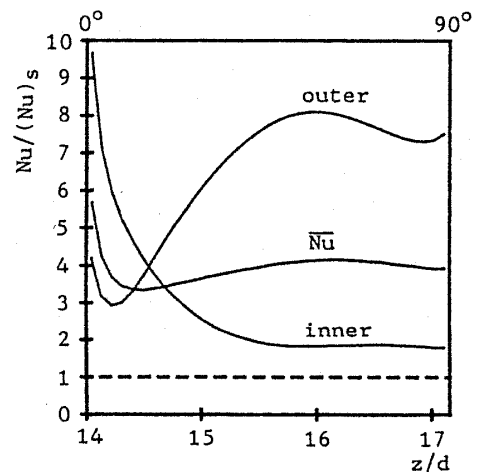


図 13 ヌッセルト数変化

分布が外側へと寄り外壁側で速度が速く内壁では遅くなるため、熱伝達率は外壁で上昇し内壁では減少していく。

4. 結 言

省略のない非定常三次元放物形の完全な $N-S$ 方程式を用いて数値解析を行った結果以下に示すような結論を得た。

(1) 曲り円管内層流の流れに関して、主流方向の拡散項を考慮したことにより、曲り管の影響が上流側の直管に波及しそこでの速度、圧力分布が変化すること、さらに曲り管内で主流の逆流現象が生じていることを確認でき、これらを含む安定した解を得ることができた。

(2) 熱に関しては、加熱された曲り管部分の上流への影響は流れに比べ大きくはないが明りょうであり、主流の逆流に伴う熱の逆流、蓄積現象、熱伝達率の変化を確認することができた。

以上のことから、下流が上流に影響するような場合でも本解析法は有効であると考えられる。

研究に際し多大なご助力をいただいた宇都宮大学の浦井 勇技官および計算の実行で協力いただいた出島 淳一君に感謝する。

文 献

- (1) 伊藤, 機論, 50-458, B (昭59), 2267.
- (2) Patankar, S. V., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, 62-3 (1974), 539.
- (3) 秋山・ほか4名, 機論, 50-452, B (昭59), 990.
- (4) 秋山・ほか4名, 文献(3)の1197ページ.
- (5) Humphrey, J. A. C., *Canadian J. Chemical Eng.*, 56 (1978), 151.
- (6) Humphrey, J. A. C., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, 154 (1985), 357.
- (7) Pratap, ほか1名, *Aeronaut Q.*, 26 (1975), 219.
- (8) 増田・ほか3名, 空調衛生, 13 (昭55), 107.
- (9) 秋山・ほか4名, 機論, 50-449, B (昭59), 286.
- (10) Humphrey, J. A. C., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, 83-3 (1977), 509.