

代数応力モデルによる正方形断面管内の発達乱流解析*

秋山 光庸^{*1}, 河村 洋^{*4}, 芹沢 寿行^{*3}
杉山 均^{*1}, 功刀 資彰^{*2}, 西脇 一郎^{*1}An Algebraic Stress Model Analysis of Fully Developed
Turbulent Flow in a Square DuctMitsunobu AKIYAMA, Hiroshi KAWAMURA, Toshiyuki SERIZAWA,
Hitoshi SUGIYAMA, Tomoaki KUNUGI, and Ichirou NISHIWAKI

A numerical experiment has been carried out on a fully developed turbulent flow in a square duct. Special attention is given to clarify the effectiveness of the algebraic stress models treated by Launder-Reece-Rodi (LRR) and Gibson-Launder (GL) in explaining the secondary flow of the second kind. The results favor the LRR model over the GL model in comparison with the experiment. The computational time for an algebraic stress model is not much greater than that of the $k-\epsilon$ model.

Key Words: Fully Developed Turbulent Flow, Secondary Flow, Square Duct, Algebraic Stress Model

1. 緒 言

管内流においては、主流に直交した二次流れを伴う場合が多く、この二次流れは、管内流の諸特性に大きな影響を与える場合が多い。この二次流れは、主に二つの原因に起因する。ひとつは、管路断面の主流方向への変化による外力や、体積力によるものである。例えば、曲り管内での遠心力に起因するものであり、これは層流、乱流を問わずに生じ、混合平均速度の20~60%にも達する。一方、断面形状が主流方向に不変でも、非円管内乱流においては、十分発達した直管内で二次流れの存在することが知られている。これは、乱流応力の非等方性に起因するものであり、その大きさは、混合平均速度の2~3%程度のものである。このような二次流れは、前記のものと区別して第二種二次流れと呼ばれる。この種の二次流れについての研究は、Gessner-Jones⁽¹⁾や、Brundrett-Baines⁽²⁾により発達流について、また助走区間問題に対しては、Melling-

Whitelaw⁽³⁾により実験された。一方数値解析において、Launder-Ying⁽⁴⁾は、第二種二次流れ用の応力モデルにより、また Gessner-Emery⁽⁵⁾⁽⁶⁾はレイノルズ応力を各応力成分に書き直した応力モデルにより解析を行った。Demuren-Rodi⁽⁷⁾は、簡略化した応力方程式モデルを用いて解析している。また、中山ら⁽⁸⁾は三次元助走区間について Gessner-Emery のモデルを拡張したモデルを用いて応力場を含めて詳細な検討を行っている。しかし、前述のいずれのモデルにおいても対流項・拡散項は省略して計算している。

本報では、この点を考慮し、かつ各乱流応力をより精密に扱うべく、応力方程式に対して Rodi⁽⁹⁾による輸送項の簡略化を行った応力方程式モデルの一つである代数応力モデル (A. S. M.) を用いる。また、圧力ひずみ相関項に対する扱いは圧力ひずみ相関項に壁面の影響を考慮した Launder-Reece-Rodi⁽¹⁰⁾および Gibson-Launder⁽¹¹⁾の二つのモデル (以降 LRR タイプ、GL タイプと略す) により、第二種二次流れに対するモデルの適性について検討を行う。特徴を明確にするため、他の実験や計算との比較が可能な十分に発達した正方形管内流を扱う。特に、速度場および応力場について、中山ら (以降、図中では NCS タイプと略す) の計算結果および Brundrett-Baines の実験結果との比

* 昭和 63 年 10 月 29 日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和 62 年 12 月 1 日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。

^{*2} 正員、日本原子力研究所 (〒319-11 茨城県那珂郡東海村)。

^{*3} 准員、本田技研工業(株) (〒107 東京都港区南青山 2-1-1)。

^{*4} 正員、東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。

較を行う。

2. 主 な 記 号

$C_{\mu}, C_{1\pi}, C_{2\pi}, C_s, C_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{1\pi, w}, C_{2\pi, w}$: 経験定数

$Diff$: 拡散項

D_h : 水力直径

G : 乱流エネルギーの生成率

k : 乱流エネルギー $= (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})/2$

L : 乱れの長さスケール

p : 変動圧力

P : 時間平均圧力

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$

S : ソース項

u : 変動速度成分

U : 時間平均速度成分

U_b : 混合平均速度

U_τ : 摩擦速度 $= (\tau_{av}/\rho)^{1/2}$

ε : 乱流散逸

κ : カルマン定数

ν : 動粘性係数

π : 再配分項

ρ : 密度

τ_{av} : 平均壁面せん断応力

ϕ : 時間平均一般従属変数

ω : 渦度

3. 解 析 手 法

3.1 計算領域および座標系 計算対象は、十分発達した直管内流れであるので系の対称性から 1/4 断面についての解析を行った。使用した座標系を図 1 に示す。

3.2 基礎方程式 基礎方程式の導入に際して流れは定常非圧縮であるとし、また発達流であることから、圧力以外の x_1 方向のこう配を零とする。時間平均を取った一般従属変数を ϕ とし、一般保存方程式で以下のように示す。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \phi) = Diff_\phi + S_\phi \quad \dots\dots\dots (1)$$

この時各方程式での $\phi, Diff, S$ は、表 1 のようになる。ここで、 k, ε は乱流特性量であって、各々乱流エネルギーおよび乱流散逸である。また、表中の G は乱流エネルギーの生成率であり、

$$G = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad \dots\dots\dots (2)$$

で表される。なお、各方程式に、粘性拡散項を含めてあるのは、方程式に厳密性をもたせ、かつ、将来粘性底

層への拡張を踏まえてのことである。また、実際には、高レイノルズ数の流れ場において、粘性拡散項の影響は小さい。

3.3 応力方程式およびモデル化 応力方程式の厳密形は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} &= -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ \text{rate of change} & \quad G_{ij} = \text{generation} \\ & -2\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} \right] \\ & \quad \varepsilon_{ij} = \text{dissipation} \\ & -\nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \\ & \quad Diff_{ij} = \text{diffusion} \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (3) \\ & \quad \pi_{ij} = \text{pressure-strain correlation} \end{aligned}$$

ここで、拡散項の扱いについて二次相関で閉じる際に種々のモデル化が提唱されているが、一般には次式で近似される。

$$Diff_{ij} = c_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで応力方程式の輸送項、すなわち対流および拡散項は微分形であるが、Rodi によりこれを代数式で近似する方法が示された。それは、以下のような方法による。 $\overline{u_i u_j}$ の対流および拡散項を式(5)および式(6)に示すように書き換える。

$$\frac{Du_i u_j}{Dt} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \frac{Dk}{Dt} + k \frac{Du_i u_j / k}{Dt} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} Diff_{ij} &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} Diff_k + c_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_i} / k}{\partial x_i} \right) \\ &+ \frac{k}{\varepsilon} c_s \overline{u_k u_i} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{u_j u_i} / k}{\partial x_k} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、 $\overline{u_i u_j} / k$ のこう配を無視すると、

$$\frac{Du_i u_j}{Dt} - Diff_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left(\frac{Dk}{Dt} - Diff_k \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 k 方程式から、

$$\frac{Dk}{Dt} - Diff_k = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (G - \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (8)$$

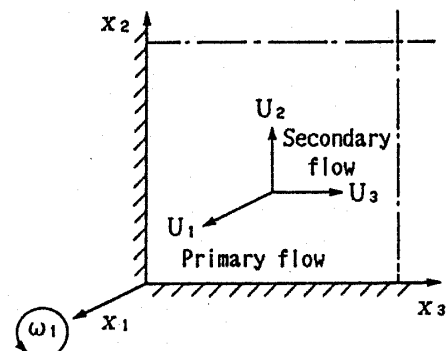


図 1 座標系

この関係は、 $\overline{u_i u_j}/k$ が流れ場全体で緩やかに変化するときには比較的良好な近似であるといえ、通常の方法、すなわちレイノルズ応力の生産が再配分および散逸とつりあうとして輸送項を無視してしまうよりは、良い近似法であると言える。これにより、計算の煩雑さの軽減および計算時間の短縮が可能となることから、本解析においては、この近似法を用いた。

次に、散逸項 ε_{ij} については、高レイノルズ数の場合であるとすれば局所等方向性を仮定すると次式で表される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (9)$$

一方、圧力ひずみ相関項 π_{ij} については、通常は純粹な乱れ相関によるもの $\pi_{ij,1}$ と平均流の影響を含む $\pi_{ij,2}$ とに分けてモデル化される。 $\pi_{ij,1}$ については、Rotta⁽¹²⁾ によるものが一般的に用いられており、次式に示す

$$\pi_{ij,1} = -c_1 \pi \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

により近似される。一方、 $\pi_{ij,2}$ については、Launder-Reece-Rodi により、

$$\begin{aligned} \pi_{ij,2} = & -\frac{c_{2\pi} + 8}{11} \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right) - \frac{30c_{2\pi} - 2}{55} k \\ & \times \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8c_{2\pi} - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、

$$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \quad \dots\dots\dots (12)$$

また、Launder-Reece-Rodi での再配分項の壁に対する考慮は、

$$\begin{aligned} \pi_{ij,w} = & \left\{ c_{1\pi,w} \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \right. \\ & \left. + c_{2\pi,w} (G_{ij} - D_{ij}) \right\} f\left(\frac{L}{x_w}\right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

としてなされている。

また、Gibson-Launder では式(11)の第1項が、ほとんどの場合主要項であるとして、

$$\pi_{ij,2} = -c_{2\pi} \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

として近似している。

Gibson-Launder での再配分項の壁に対する扱いは、 $\pi_{ij,1}$ に対しては、Gibson-Launder⁽¹¹⁾ により評価、引用された Shir によるものを使用した、

$$\begin{aligned} \pi_{ij,1w} = & c_{1\pi,w} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ \overline{u_i^2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} (\overline{u_n u_i} \delta_{nj} \right. \\ & \left. + \overline{u_n u_j} \delta_{ni}) \right\} f\left(\frac{L}{x_n}\right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

一方、平均流の影響を含む $\pi_{ij,2}$ については、式(15)と同様の考え方から、

$$\begin{aligned} \pi_{ij,2w} = & c_{2\pi,w} \left\{ \pi_{nn,2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} (\pi_{ni,2} \delta_{nj} \right. \\ & \left. + \pi_{nj,2} \delta_{ni}) \right\} f\left(\frac{L}{x_n}\right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

としてなされている。ここで、GLタイプでは n は壁に対して直角方向を意味し、 x_n は壁からの距離を意味する。また、 $f(L/x_n)$ は、壁の影響を表す関数であり壁近傍で1となり壁から離れると零となるように、

$$f\left(\frac{L}{x_n}\right) = c_w \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \frac{1}{x_n}, \quad c_w = \frac{c_\mu^{3/4}}{\kappa} \quad \dots\dots\dots (17)$$

とされる。また、式(13)のLRRタイプでは関数形は式(17)と同様であるが、壁からの距離 x_w は、周囲の積分平均が使用され、次式によるものである。(図2参照)

$$\frac{1}{x_w} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{s} \quad \dots\dots\dots (18)$$

本解析においては、LRRタイプおよびGLタイプの両モデルを用いて解析を行った。なお、方程式中の経験定数を表2に示す。

4. 数 値 解 析

数値解析は、有限差分法により行った。諸定数のメッシュ上の配置は、図3に示すとおりである。対流項の差分近似は、速度成分についてはQUICK(二次精度の風上差分)、乱流特性量である k および ε についてはPLDS(セル Peclet 数のべき乗で表現される差分ス

表 1 保存方程式中の各項

Equation	ϕ	Diff _{ϕ}	S _{ϕ}
Density	1	0	0
Momentum	U_i	$\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j}$
Turbulent Energy	k	$\frac{\partial}{\partial x_j} \{ (\nu \delta_{jk} + c_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_j}) \frac{\partial k}{\partial x_k} \}$	$G - \varepsilon$
Turbulent Dissipation	ε	$\frac{\partial}{\partial x_j} \{ (\nu \delta_{jk} + c_c \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_j}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \}$	$\frac{\varepsilon}{k} (c_{1\varepsilon} G - c_{2\varepsilon} \varepsilon)$

表 2 方程式中の定数の値

	C_μ	C_s	C_ε	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_{1\pi}$	$C_{2\pi}$	$C_{1\pi,u}$	$C_{2\pi,u}$	C_w
L R R	0.09	0.22	0.18	1.44	1.92	1.5	0.4	0.5	0.06	0.39
G L	0.09	0.22	0.18	1.44	1.92	1.8	0.6	0.5	0.3	0.39

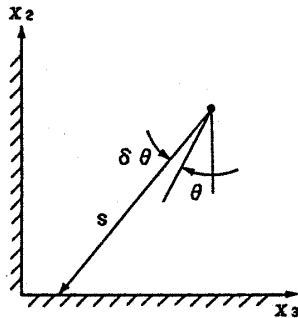


図 2 LRRでの壁関数

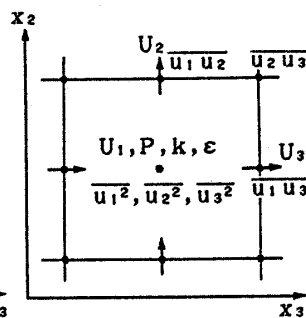


図 3 変数の配置

キーム)を各々使用した。圧力については、連続の式より圧力補正式を導き連続の式を満足するように速度および圧力の補正を行う手法 (SIMPLE 法) を用いた。また、主流方向の圧力こう配は、放物形流れの場合と同様に管断面を通過する全質量の保存式によった。

次に数値計算上の問題として、運動方程式を解く際にレイノルズ応力を直接 Source 項に加えた場合には、計算の安定性が悪化するということがある。これを避けるためと、応力方程式と運動方程式との結合を強めるという意味もあって、本解析においては Pseudo-viscosity を採用した。これは、レイノルズ応力方程式を変形して、その一部を粘性として運動方程式の拡散項に取り込み、残余を Source 項に加えることにより行った。

計算手順は、最初に応力方程式を解き、次に速度成分を算出した後に圧力補正式を解いて速度および圧力を補正する。その後、乱流特性量 k, ε を解いて 1 回の計算を終了する。これを収束条件を満足するまで繰返す。収束条件としては、 k 方程式をサンプルとして、方程式の誤差が、Source 項 Sk の 10^{-5} 以下になることを目安とした。

境界条件は、壁近傍で壁法則が成り立つものとして壁の第 1 点で局所平衡を仮定した。対称面についてはごく一般的なものである。また、格子点数は、中山らの結果を踏まえて、断面内で 14×14 とした。

計算のパラメータは、Brundrett-Baines の実験結果ならびに、中山らの結果と比較するため、 $Re = 83\,000$ とした。

なお、本解析の基本アルゴリズムは、英国マンチェ

スター大学の Launder らにより開発された二次元だ円形の計算コード TEAM によるものであり、部分的な改良および一部方程式の追加を行うことにより使用した。

5. 結果と考察

本解析では、LRR タイプおよび GL タイプの両モデルを用いて計算を行ったが、この両者と中山らの結果および Brundrett-Baines の実験の主流速度の等値線および二次流れのベクトルを図 4 に示す。ここで、主流速度の等値線は、Leutheusser⁽¹³⁾によるものである。なお、各々の値は、混合平均速度によって無次元化したものである。三つの計算結果と実験値とを比較すると、GL タイプでは、二次流れの強度がオーダにしてひとけたほど小さいのがわかる。これに伴い、主流速度の等値線も角に向かって突出することもなく丸まってしまうている。一方、LRR タイプでの結果および中山らの結果は、実験値と比較的良好な一致を示している。

ここで、第二種二次流れに対してのモデル化の適性を検討するのに際して、 x_2 および x_3 方向の運動方程式より得られる x_1 方向の渦度輸送方程式を考える。十分発達している流れを対象とし、主流方向である x_1 方向に関するこう配を零とすれば、渦度輸送方程式は、式(19)に示すように乱流応力項を含む式に整理される。

$$\begin{aligned} \frac{U_2 \frac{\partial \omega_1}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \omega_1}{\partial x_3}}{A_1} &= \nu \left(\frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x_3^2} \right) \frac{1}{A_2} \\ &+ \frac{\frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} (\overline{u_3^2} - \overline{u_2^2})}{A_3} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \frac{\overline{u_2 u_3}}{A_4} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで

$$\omega_1 = \frac{\partial U_2}{\partial x_3} - \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

Gessner-Jones の実験結果等から考えれば、第二種二次流れは以下の様な原因により生ずると言える。式(19)において、乱流応力項 A_3 および A_4 が主要項であり、粘性項 A_2 は壁のごく近く、特に角の部分以外では無視できる。また、主要な部分で A_3 と A_4 は符号

が逆であることから、この二項の差が対流項 A_1 とほぼ釣り合うことにより平衡している。すなわち、第二種二次流れは、渦度輸送方程式(19)中の乱流応力項 A_3 および A_4 の差によって生じることとなる。これについては、Demuren-Rodi⁽⁷⁾に詳述されている。

以上のことから、第二種二次流れの解析を行うの際には、乱流応力項 A_3 および A_4 を正確に予測することが不可欠であると考えられる。このことを踏まえて、管断面に沿う垂直応力の差 $(\overline{u_3^2} - \overline{u_2^2})$ および、せん断応力 $(\overline{u_2 u_3})$ についての各々の解析結果を図5に示す。

なお、各々の値については摩擦速度 U_τ により無次元化されている。ここで、摩擦速度 U_τ は、管壁周囲にわたり平均したもので、主流方向圧力こう配より次式に基づいて定めた。

$$-\frac{\partial P}{\partial x_1} \cong \frac{4\tau_{av}}{D_h} \dots\dots\dots (21)$$

ここで τ_{av} は、管壁周囲について平均した壁面せん断応力であり、摩擦速度の定義から次のように示される。

$$U_\tau = \left\{ \left(-\frac{\partial P}{\partial x_1} D_h \right) / 4\rho \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (22)$$

図5において、垂直応力の差 $(\overline{u_3^2} - \overline{u_2^2})$ の等値線図の様相が実験値と比較的良く一致しているのは、GL

タイプの結果である。中山らの結果は、オーダでひとけたの差が生じており、分布状態の差も大きい。また、LRRタイプの結果では、オーダは一致するものの、分布の様子が実験値と大きく異なり、その差は対称面近傍で著しく、異符号領域の発生およびそれに伴う等値線の湾曲が生じている。

一方、せん断応力 $(\overline{u_2 u_3})$ の分布については、LRRタイプが実験値に比較的近いが、GLタイプおよび中山らのモデルでは、大きな差が生じている。

ここでLRRタイプとGLタイプとの結果に差が生じているのは、圧力ひずみ相関項のうち平均流の影響を含む再配分項 $\pi_{ij,2}$ のモデル化にあると考えられる。すなわちGLタイプは式(11)中の第1項が主要項であるとして他の項を無視してしまう。しかし、LRRモデルでは、本解析のような管内流の場合には、式(11)中の第3項に主流速度 (U_1) のこう配が含まれ、この効果が大きいものと考えられる。この結果GLタイプにおける乱れの非等方性は、主として再配分項の壁効果 $(\pi_{ij,w})$ によりもたされることになる。しかし、この項は、現在極めて初歩的な取扱に留まっており、今回の経験でもGLタイプの結果に見るとおり、現在のモデルでは十分な二次流れは誘起されていない。今後、改良の余地が大きいと考えられる。なお、このような管断面に沿うせん断応力の測定は非常に困難であり、ま

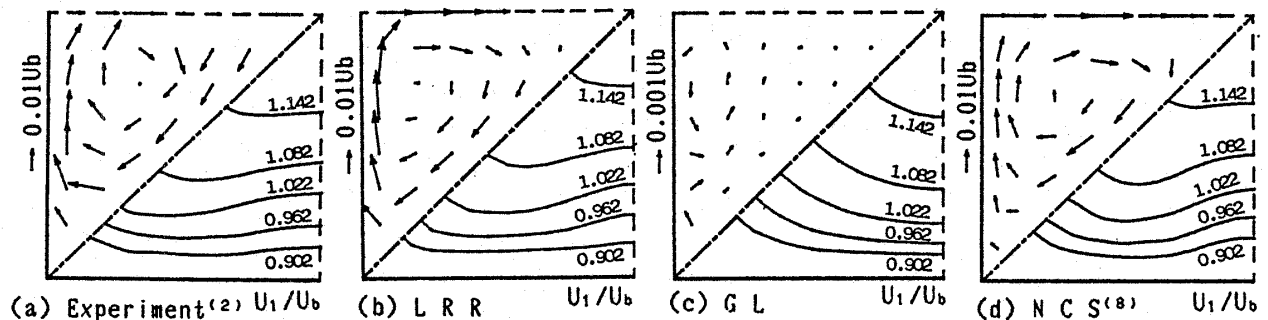


図4 主流速度等値線および二次流れベクトル

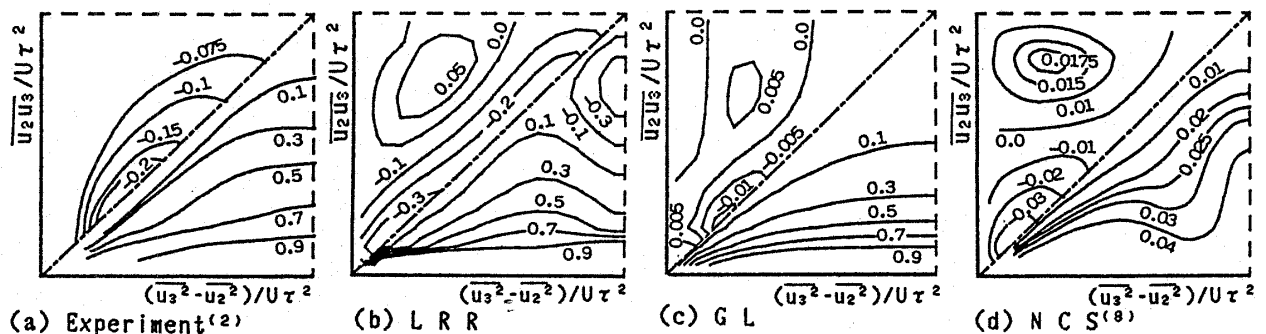


図5 乱流応力分布

た Brundrett-Baines のせん断応力の測定については、その精度に疑問があるとされている⁽⁷⁾。

以上 LRR タイプおよび GL タイプの解析結果を示したが、実験値との良好な一致が得られたとは言えない。モデル化の際の経験定数および関数については、改善の余地があると考えられる。特に、再配分項の壁の影響を表す関数については、改善する必要がある。

6. 結 言

十分発達した正方形管内乱流の数値解析を行った。乱流モデルとして応力方程式モデルを用い、その際計算時間の短縮および計算の煩雑さの軽減を図るため、Rodi により示された輸送項を簡略化した代数応力モデル (A. S. M.) を使用した。また、LRR タイプおよび GL タイプの二つのモデルにより計算を行い、速度場および応力場の結果を中山らの結果および Brundrett-Baines らの実験結果と比較し、検討を行った。その結果以下の結論を得た。

本解析で用いた LRR タイプおよび GL タイプの二つのモデルの結果では、管断面に沿う垂直応力分布を除いて LRR タイプのほうが実験値に近い結果を示した。これは LRR モデルがレイノルズ応力方程式の中の圧力ひずみ相関項において、平均流の影響の項として、断面方向の主流速度こう配を含むためと考えられる。また、中山らのモデルの基本となる Gessner-Emery モデルは応力場の予測において問題が残る。最近 Launder⁽¹⁴⁾は GL モデルを推奨しているが、この種の二次流れの解析では LRR モデルが適している。

最後に、Rodi による輸送項の簡略化は近接空間で

の物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するものの、多くの場合適切な近似であると考えられる。実際、Rodi 近似により省略される項は、本解析例の場合、生成項の持つオーダーより常に 1~3 けた低い値を示し、比較的妥当な近似と思われる。これにより、 $k-\epsilon$ モデルより大幅に計算時間が増加することなく、各乱流応力が扱えることを考えれば、代数応力モデル (A. S. M.) は、非常に有効な乱流モデルであり、今回の解析を通してその有効性を確認した。

文 献

- (1) Gessner, F. B. and Jones, J. B., *J. Fluid Mech.*, **23** (1965), 689-713.
- (2) Brundrett, E. and Baines, W. D., *J. Fluid Mech.*, **19** (1964), 375-394.
- (3) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78** (1976), 289-315.
- (4) Launder, B. E. and Ying, W. H., *Heat Fluid Flow*, **3-2** (1973), 115-121.
- (5) Gessner, F. B. and Emery, A. F., *Trans. ASME, Ser. I*, (1977), 347-356.
- (6) Gessner, F. B. and Emery, A. F., *Trans. ASME, Ser. I*, (1976), 261-268.
- (7) Demuren, A. O. and Rodi, W., *J. Fluid Mech.*, **140** (1984), 189-222.
- (8) 中山, Chow, W. L. and Sharma, D., 機論, **49-447**, B (昭 58), 2559.
- (9) Rodi, W., *ZAMM*, **56** (1976), 219-221.
- (10) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W., *J. Fluid Mech.*, **68** (1975), 537-566.
- (11) Gibson, M. M. and Launder, B. E., *Trans. ASME, Ser. C*, (1976), 81-87.
- (12) Rotta, J. C., *Turbulente Stromungen*, B. G. Teubner, Stuttgart (1972).
- (13) Leutheusser, H. J., *J. Hydraulics Division*, **89**, HY3 (1963).
- (14) Private Communication.

討 論

〔質問〕 山 本 誠〔石川島播磨重工業(株)〕

(1) 格子点数を 14×14 と非常に粗いものを使用しておられるが、格子依存性 (Grid Dependence) については問題がないのか。

(2) 計算手法は Rodi らのものと同様であるが、 k, ϵ 方程式の境界条件はどのように扱っておられるのか。また、Rodi らと同様 Wall Function を使用されているのならば、Corner 領域においてそれを用いることの妥当性についてどのように考えておられるのか。

〔回答〕 (1) 中山, Chow-Sharma⁽⁸⁾らは、格子配列 9×9 , および 15×15 を用いて $Re=83\,000$ の十分発達した流れにおける主流速度および乱流エネルギー

ギーの等値線図、ならびに二次流れベクトル図の比較を行い格子配列間に顕著な相違が認められないことを報告している。また、Launder-Ying⁽⁴⁾らは、格子配列 11×11 および 15×15 にて計算を行い両者における摩擦係数の相違が 1% 程度と大きな差が認められないことより、多くの計算を格子配列 11×11 で行っている。以上の点を考慮して本計算においては、 14×14 の格子点を用いて計算しており、計算結果への格子の影響は小さいものとする。

(2) 乱流エネルギー K , 乱流散逸 ϵ に対しては、高レイノルズ数流れに対するモデルを用いるため、境界条件としては、局所平衡が成立するものとして、壁

関数を適用し $K=U_i^2/\sqrt{c\mu}$, $\varepsilon=U_i^3/(\kappa x_2)$ なる条件を境界条件として与えている。コーナ部での最近傍点に関しては、両方の壁面の影響を受けることになり、単に壁関数を適用することには問題がある。そこで本計算の場合には次のような手法により境界条件の修正を行った。コーナ部最近傍点に関しても局所平衡が成立するものとし、また系が対角線に対して対称であることを考慮すると $2(\tau_w/\rho) \cdot (\partial U_1/\partial x_2) = G \cong \varepsilon$ の関係式を得る。また Gessner-Eppich (付1) らは、コーナ部での乱流特性距離を $\kappa' x_2$ とすると $\kappa'=0.23$ となることを

報告している。そこでコーナ部での乱流散逸 ε を、 κ' を用いて $\varepsilon=c\mu^{3/4}K^{3/2}/(\kappa' x_2)$ とし、この式と先に示した関係式より $K=2^{2/3}U_i^2/\sqrt{c\mu}$ を得る。対数速度分布における普遍定数 c は 5.5 を用いた。以上のように、本計算においてはコーナ部に単に壁関数を適用するのではなく、局所平衡が成立するものとして関係式を導出し、境界条件の設定を行っている。

(付1) Gessner, F. B. and Eppich, H. M., *Proc. 3rd Symp. Turbulent Shear Flows*, (1981), 2.25-2.32.