

三次元非等方性乱流場における熱流動解析*

杉 山 均^{*1}, 秋 山 光 庸^{*1}
平 田 賢^{*2}, 上 野 智 志^{*1}Heat and Mass Transfer Analysis of Three-Dimensional
Turbulent Flow in a Distorting DuctHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA,
Masaru HIRATA and Satoshi UENO

A numerical analysis has been made on a three-dimensional distorting duct using a Reynolds stress equation model and transport equation model for heat flux. It is important to examine the validity of an anisotropic turbulent model for the flow with complex configuration because we do not know the worth of the anisotropic turbulent model until we apply it. We compared the calculated results with the published experimental data and made clarified that the present method was able to predict the mean flow field, but it is necessary to modify the convective and diffusion terms of a Reynolds stress equation.

Key Words: Distorting Duct, Boundary-Fitted Coordinate Systems, Turbulent Heat Flux Equation, Algebraic Stress Model

1. 緒 言

非等方性乱流に関する研究は、等方性乱流の研究と相まって古くより行われている。等方性乱流としては、乱流格子後流流れが、代表的な流れとして上げられ、Taylor⁽¹⁾は理論的解析を行い、Dryden-Schubauer⁽²⁾は、実験的解析を行っている。一方、非等方性乱流に関して、Townsend⁽³⁾、Tucker-Reynolds⁽⁴⁾は、各方向の速度分布変化により、各乱れ成分がどのような挙動を示すかを、主流方向に断面アスペクト比が変化する湾曲風洞を用いて実験を行い、その非等方性について考察している。彼らの実験に対し Ribner-Tucker⁽⁵⁾、Batchelor-Proudman⁽⁶⁾は理論的な考察を行い、各垂直応力成分を予測する式を導出しているが、速度変化が急激に生ずるような流れに対してのみ良好な予測値を示し、このため彼らの理論は、“Rapid distortion theory”と呼ばれたりもしている。

また、非円形断面形状を持つ管内流における、非等方性乱流に関する研究も同時に数多く研究されている。この種の非等方性流れに特徴的な興味ある流れと

して第2種二次流れがある。この第2種二次流れは、曲がり管内流などに見られる二次流れと発生要因を異にするものであり、乱れの非等方性により発生する。したがって従来の等方的渦粘性仮定では予測できず、高次の乱流モデル開発のための流れ場として取り上げられ、近年数多くの数値解析例が報告されている。著者らも、く形管内流の第2種二次流れを対象とし、代表的な乱流モデルを取り上げ差異分析を行い各モデルの特徴を明確にした⁽⁷⁾。さらに、それらの差異分析結果をもとに、モデル化の上で特に問題となる圧力・ひずみ相関項に対して改良を加え、完全発達乱流、助走区間発達乱流に適用し実験値との比較よりそのモデルの妥当性について確認した⁽⁸⁾。

一方、非等方性乱流モデルは、それが要求される複雑な問題に適用してこそ、はじめてその真価を発揮するものと考えられる。そこで、本報においては、先の比較的単純な流れで検討した非等方性乱流モデル⁽⁸⁾を用い、複雑形状を持つ流れに適用し、三次元非等方性乱流場の乱流構造を検討すると同時に、乱流モデルの妥当性についても検討を加えることを目的とする。

計算モデルは、湾曲風洞を用いて乱れの非等方性を実験的解析した Tucker-Reynolds⁽⁴⁾のモデルを対象とした。また数値解析においては、複雑形状への境界

* 平成2年6月1日 第27回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成2年8月30日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。

^{*2} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)。

条件の設定が容易な境界適合座標系を用い、レイノルズ応力方程式の支配方程式を境界適合座標系上にて表現するものとした。

2. 記 号

- a : 温度伝導率
 $C_1, C_2, C_1^*, C_1' C_2^*, C_2', C_{1T}, C_{2T}, C_{1T}^*, C_{2T}^*, C_{1T}'^*, C_{2T}'^*, C_{1T,w}, C_{2T,w}, \zeta, \zeta^*, \zeta', C_{\epsilon T0}, C_{\epsilon T1}, C_{\epsilon T2}, C_{\epsilon T3}$: 経験定数
 D : 代表長さ
 $f(L/x_w)$: 壁の影響を示す関数
 J : ヤコビアン
 k : 乱流エネルギー
 K_1 : 非等方性を示すパラメータ
 P, Q, R : 格子間隔制御パラメータ
 Re : レイノルズ数 $= U_{in} D / \nu$
 T : 時間平均温度
 T' : 時間変動温度
 u_i : i 方向時間変動速度成分
 $\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力
 $\overline{u_i T'}$: 乱流熱流束
 U_i : i 方向時間平均速度分布
 U_c : $x_1 = 4$ in における主流中心速度
 U_∞ : 主流速度
 U, V, W : 反変速度成分
 U_{in} : 入口部主流中心速度
 x_i : 物理平面上の i 方向座標軸
 ξ, η, ζ : 変換座標系における座標軸
 ϵ : 乱流散逸
 ϵ_T : 温度変動に対する散逸
 ν : 粘性係数
 π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項
 π_{iT} : 圧力・温度こう配相関項
 ρ : 密度

3. 解 析 手 法

3.1 計算対象モデル 計算対象モデルを図1に示す。ただし入口部く形断面の短辺を代表長さ D として、その比率により各寸法を表示している。また計算においては系の対称性を考えて 1/4 断面 (斜線部) を計算することとした。

Tucker-Reynolds⁽⁴⁾ の実験風洞は、三つの部分より成り立っている。まず第1の部分は、長さ 2 ft 縦横比 6:1 の入口直管部でありその入口には乱流格子が設けられている。第2の部分は、8 ft の長さを持ち、入口部での縦横比の 6:1 の割合が下流に行くにしたがい徐々に変化しその割合が 1:6 となる。図1に示すよう

に主流方向を x_1 、亜流方向を x_2, x_3 とすると、主流方向に沿う各断面の位置は次式で与えられる。

$$x_2 = (x_2)_i e^{-cx_1}, \quad x_3 = (x_3)_i e^{cx_1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$(x_2)_i, (x_3)_i$ は、各湾曲風洞入口での x_2, x_3 方向の壁面までの座標値を示し式中の定数 c は 0.222 51 ft と設定している。第3の部分は縦横比が、入口直管部と逆となる長さ 4 ft の直管部より形成されている。

このような実験風洞により流れは次のような挙動を示す。一様に流入した流れは、入口直管部において、乱流格子により一様等方性乱れが形成され、湾曲風洞へと流入する。ここでは、亜流速度の変化により等方的乱れは、非等方性乱流へと移行する。この乱流構造の変化は、レイノルズ応力方程式中の圧力・ひずみ相関項を通じて、乱流エネルギーが各方向に再配分される結果と解釈できる。次にこの非等方性乱流は、出口直管部に流入すると、亜流方向速度変化がなくなり、一様流となるため、再度各成分間でのエネルギー分配が行われ等方性乱流に推移することとなる。

実験条件としては、入口流入速度を 20 ft/s とし、入口く形断面の短辺を代表長さとしてレイノルズ数は $Re = 7.4 \times 10^4$ である。実験条件として特に注意すべき点として、風洞設計に際して境界層排除厚さを考慮している点あげられる。すなわち主流方向 x_1 の中心速度を入口直管部より出口直管部まで一定となるようにするため各断面にて境界層排除厚さを算出し、その厚さ分だけ断面に加える操作を行っている。この境界層排除厚さについて Tucker⁽⁹⁾ は次のように定義した。

$$\delta^*(x_1) = 0.046 \, 2 x_1 \left(\frac{U_\infty x_1}{\nu} \right)^{-1/5} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式は、圧力こう配のない平板での境界層排除厚さを示す式であり x_1 は直管部入口からの距離、 U_∞ は主流速度を示す。本解析においても、この境界層排除厚さを考慮し計算を行うものとした。

3.2 境界適合座標 境界適合座標系による計算

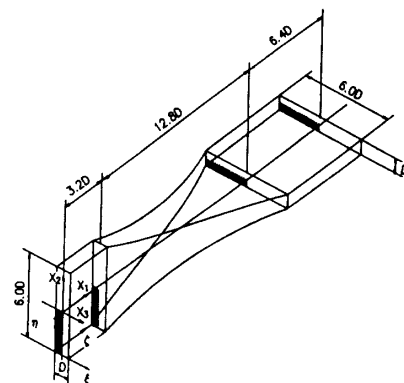


図1 解析モデルと座標系

手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。あらかじめ、計算格子を直交させ計算の安定性、収束性の向上を図る意味より、本解析では次のポアソン形方程式を解くこととした。(例えば、Mastin-Thompson⁽¹⁰⁾)

$$\begin{aligned} & \alpha_{11}x_{\xi\xi} + 2\alpha_{12}x_{\xi\eta} + 2\alpha_{13}x_{\xi\zeta} + \alpha_{22}x_{\eta\eta} + 2\alpha_{23}x_{\eta\zeta} \\ & + \alpha_{33}x_{\zeta\zeta} + J^2[Px_{\xi} + Qx_{\eta} + Rx_{\zeta}] = 0 \\ & \alpha_{11}y_{\xi\xi} + 2\alpha_{12}y_{\xi\eta} + 2\alpha_{13}y_{\xi\zeta} + \alpha_{22}y_{\eta\eta} + 2\alpha_{23}y_{\eta\zeta} \\ & + \alpha_{33}y_{\zeta\zeta} + J^2[Py_{\xi} + Qy_{\eta} + Ry_{\zeta}] = 0 \\ & \alpha_{11}z_{\xi\xi} + 2\alpha_{12}z_{\xi\eta} + 2\alpha_{13}z_{\xi\zeta} + \alpha_{22}z_{\eta\eta} + 2\alpha_{23}z_{\eta\zeta} \\ & + \alpha_{33}z_{\zeta\zeta} + J^2[Pz_{\xi} + Qz_{\eta} + Rz_{\zeta}] = 0 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで

$$\alpha_{jk} = \sum_{m=1}^{n=3} \beta_{mj} \beta_{mk} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$M = \begin{bmatrix} x_{\xi} & x_{\eta} & x_{\zeta} \\ y_{\xi} & y_{\eta} & y_{\zeta} \\ z_{\xi} & z_{\eta} & z_{\zeta} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式中 ξ, η, ζ は、変換された計算平面での座標軸、 P, Q, R は、格子点間間隔を制御するパラメータ、 β_{jk} はマトリックス M の (j, k) に関する余因子として定義される。 ξ, η, ζ の添字は、おのおのの添字にて偏微分することを示し、以下同様な表現にて記述する。

次に支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots\dots\dots (6)$$

例えば、運動方程式は次のように変換される。方程式はレイノルズ応力を含む形として次のように示される。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

このとき、式中のレイノルズ応力は、速度こう配を含む項と残余項とに分け次のように表現する。

$$-\overline{u_i u_j} = \left(\frac{b}{a} \right)_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \left(\frac{c}{a} \right)_{ij} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、レイノルズ応力を拡散項の一部として組み入れ、解の安定性を図る意味より

$$d_{ij} = \nu + \left(\frac{b}{a} \right)_{ij} \quad e_{ij} = \left(\frac{c}{a} \right)_{ij} \quad \dots\dots\dots (9)$$

として、運動方程式を書き改めると次のようになる。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(d_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - e_{ij} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

この式に対し、先の数学定理を用いて座標変換すると最終的に次のように変換される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_i}{\partial t} \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(U U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_1 U_{i\xi} - l_2 U_{i\eta} - l_3 U_{i\zeta} \right. \\ & \quad \left. + \xi_{x3} e_{i3} + e_{x2} e_{i2} + \xi_{x1} e_{i1} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(V U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_2 U_{i\xi} - l_1 U_{i\eta} - l_5 U_{i\zeta} \right. \\ & \quad \left. + \eta_{x3} e_{i3} + \eta_{x2} e_{i2} + \eta_{x1} e_{i1} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(W U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_3 U_{i\xi} - l_5 U_{i\eta} - l_6 U_{i\zeta} \right. \\ & \quad \left. + \zeta_{x3} e_{i3} + \zeta_{x2} e_{i2} + \zeta_{x1} e_{i1} \right) \\ & = 0 \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= d_{i3} \xi_{x3}^2 + d_{i2} \xi_{x2}^2 + d_{i1} \xi_{x1}^2 \\ l_2 &= d_{i3} \xi_{x3} \eta_{x3} + d_{i2} \xi_{x2} \eta_{x2} + d_{i1} \xi_{x1} \eta_{x1} \\ l_3 &= d_{i3} \xi_{x3} \zeta_{x3} + d_{i2} \xi_{x2} \zeta_{x2} + d_{i1} \xi_{x1} \zeta_{x1} \\ l_4 &= d_{i3} \eta_{x3}^2 + d_{i2} \eta_{x2}^2 + d_{i1} \eta_{x1}^2 \\ l_5 &= d_{i3} \eta_{x3} \zeta_{x3} + d_{i2} \eta_{x2} \zeta_{x2} + d_{i1} \eta_{x1} \zeta_{x1} \\ l_6 &= d_{i3} \zeta_{x3}^2 + d_{i2} \zeta_{x2}^2 + d_{i1} \zeta_{x1}^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= U_1 \frac{\partial \xi}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \xi}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \xi}{\partial x_3} \\ V &= U_1 \frac{\partial \eta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \eta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \eta}{\partial x_3} \\ W &= U_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \zeta}{\partial x_3} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

U, V, W は、反変速度成分であり l は、計量テンソルを示す。三次元流れの場合、9個の拡散係数 d_{ij} が必要になることがわかる。他の支配方程式に対しても、同様の変換を行うことより計算平面上での変換された支配方程式を得ることができる。

3.3 レイノルズ応力方程式 乱れの非等方性を正確に扱うべく、レイノルズ応力方程式を解くものとするが、その際モデル化が必要となる。モデル化の上で特に問題となるのは、圧力・ひずみ相関項であるが、これらの項に対しては、表1に示すようにモデル化を

表1 圧力・ひずみ相関項のモデル化

$\pi_{(j,1)} + \pi_{(j,1)}$	$-c_1 \frac{c}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{(j,2)} + \pi_{(j,2)}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta_k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$ $-\frac{8c_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{(j,1)} + \pi_{(j,1)}]_v$	$c_1 = c_1' + c_1'' f(\frac{1}{x_2^2}), c_2 = c_2' + c_2'' f(\frac{1}{x_2^2}), \zeta = \zeta' + \zeta'' f(\frac{1}{x_2^2})$

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_l}{\partial x_1}$$

$$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

行った。このモデルは、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良したものであり、その導出は、前報⁽⁸⁾にて詳述した。

また、対流項、拡散項に対しては、Rodi⁽¹¹⁾ 近似を用い、多少ともそれらの影響を加味することとし、代数応力モデルとして解析する。

3・4 乱流熱流速方程式 温度の非等方性に関しては、モデル化された乱流熱流速方程式を用いて解くこととした。表2は、圧力・温度こう配相関項に対するモデル式であるが、基本的にはLumley⁽¹²⁾, Launrder⁽¹³⁾のモデルを採用した。これらのモデル導出、定数決定手法に関しては、前報⁽⁸⁾にて詳述した。

乱流熱流速方程式の対流項、拡散項に対しても、先に説明したRodi⁽¹¹⁾ 近似を温度場へ拡張し代数応力モデルとして解析を行った。ただし、Rodi 近似の温度場への拡張に際しては、温度変動に対する生産と拡散とがほぼ等しいことを仮定して導出している。

3・5 温度変動、温度散逸輸送方程式 本解析においては、温度変動の輸送方程式、および温度変動に対する散逸の輸送方程式を導入し解析することを試みる。この温度変動および、散逸に対する解析としては前川⁽¹⁴⁾らの単純せん断流れ場への適用、Elghobashi-Launder⁽¹⁵⁾の格子乱流の温度混合層への適用例などがあるが、この種の研究は比較的少ない。しかも、これらの輸送方程式を三次元乱流場へ適用した例も少ないようである。

温度変動、および温度散逸に対する輸送方程式の厳密形はおの次のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{U_k T'^2}) = & -2 \overline{u_k T'} \frac{\partial T}{\partial x_k} \\ & -2a \frac{\partial T'}{\partial x_k} \frac{\partial T'}{\partial x_k} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(a \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x_k} - \overline{u_k T'^2} \right) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_k} = & -2a \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_k} \\ & -2a \overline{u_k} \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_k} \\ & -2a \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial T'}{\partial x_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} - 2a \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} \frac{\partial T'}{\partial x_k} \\ & -2 \left(a \frac{\partial^2 T'}{\partial x_i \partial x_k} \right)^2 - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k a \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial T'}{\partial x_i}} - a \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_k} \right) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

上式を厳密解のままで解くことはできずモデル化が必要となるが、次のようにモデル化されたものを用いて計算を行うものとした。

$$\frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial t} + \frac{\partial U_j \overline{T'^2}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_\phi \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_j u_i} \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x_i} \right)$$

表2 圧力・温度こう配相関項のモデル化

$\pi_{11,1}$	$-c_{11} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i T'} - c_{11} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) \overline{u_j T'}$
$\pi_{11,2}$	$c_{21} \overline{u_j T'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - c_{21} \overline{u_j T'} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$
$\pi_{11,w}$	$c_{11} = c_{11} \left\{ 1 + c_{11,w} f \left(\frac{1}{x_w} \right) \right\} \quad c_{11} = c_{11} \left\{ 1 + c_{11,w} f \left(\frac{1}{x_w} \right) \right\}$ $c_{21} = c_{21} \left\{ 1 + c_{21,w} f \left(\frac{1}{x_w} \right) \right\} \quad c_{21} = c_{21} \left\{ 1 + c_{21,w} f \left(\frac{1}{x_w} \right) \right\}$

$$\begin{aligned} & -2 \overline{u_j T'} \frac{\partial T}{\partial x_j} \\ & -2a \frac{\partial T'}{\partial x_j} \frac{\partial T'}{\partial x_j} \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_\phi \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_j u_i} \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x_i} \right) - 2 \overline{u_j T'} \frac{\partial T}{\partial x_j} - 2 \varepsilon_T \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + \frac{\partial U_j \varepsilon_T}{\partial x_j} = & -c_{\varepsilon T 0} \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \varepsilon_T \\ & - c_{\varepsilon T 1} \frac{2 \overline{u_i T'}}{T'^2} \frac{\partial T}{\partial x_i} \varepsilon_T - c_{\varepsilon T 2} \frac{\varepsilon}{k} \varepsilon_T - c_{\varepsilon T 3} \frac{\varepsilon_T^2}{T'^2} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

上式中、温度変動に関する輸送方程式中の拡散項定数 c_ϕ については0.22を、温度散逸の輸送方程式中の定数系は、前川⁽¹⁴⁾らの定数系を採用した。

これらの方程式を解く上で問題となるのは、境界条件の設定であるがここでは計算第1点めにて局所平衡状態が成立すること、および時間スケール比 R (Time Scale ratio) が一定となることを仮定、次式を導出し境界条件の設定を行った。

$$\begin{aligned} \overline{T'^2} = & -2 \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_j T'} \frac{\partial T}{\partial x_j} \\ = & -2R \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{u_1 T'} \frac{\partial T}{\partial x_1} + \overline{u_2 T'} \frac{\partial T}{\partial x_2} + \overline{u_3 T'} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_T = & \frac{1}{R} \frac{\varepsilon}{k} \overline{T'^2} \\ = & -2 \left(\overline{u_1 T'} \frac{\partial T}{\partial x_1} + \overline{u_2 T'} \frac{\partial T}{\partial x_2} + \overline{u_3 T'} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

4. 結果と考察

4・1 速度場解析 計算領域は、図1に示したように系の対称性を考慮し1/4断面として行った。計算格子は $\xi \times \eta \times \zeta = 15 \times 15 \times 50$ で、レイノルズ数は、前述のように代表長さを入口部短軸とすると $Re = 7.4 \times 10^4$ 、乱流格子サイズを代表長さとする $Re_m = 6.8 \times 10^3$ である。乱流エネルギー、乱流散逸方程式の境界条件に対しては、計算第1点めで対数則、局所平衡状態

が成立することを仮定した壁関数を用いた。したがって、壁面近傍での最小格子幅は、摩擦速度で無次元化した無次元距離で 40 程度となるように設定した。また入口部における乱流エネルギー、散逸の値が実験において明示されていないため、乱流格子後流に関する実験式などを参考に推定し計算を行った。また、各方程式の離散化に際し対流項に対しては、QUICK 法(三次精度の風上差分)を、他の項に対しては中心差分を適用した。

図 2 は、主流方向中心速度の発達の様子を実験結果、計算結果とを比較したものである。主流中心速度は、 $x_1=4$ in における主流中心速度にて無次元化した値として実験、計算とも示してある。特徴的なこととして、湾曲風洞出入口部に流れは加速され、入口部中心速度より 6% 程度のピーク値を持つことが上げられるが、計算結果においても、これらの傾向をよく表現している。この加速領域の発生原因として、Tucker⁽⁴⁾ は次のような説明を加えている。すなわち湾曲風洞入口部での加速領域は、かなりきつい壁面曲率、ならびに上下壁に生ずる高い静圧分布により流線が中心部方向に曲げられる結果、この加速領域が発生するとしているが、計算においては、二次流れの発生ということで説明される。

図 3 は、 $x_1/D=1.75\sim 9.6$ までの断面二次流れの発達の様子を示したものである。 $x_1/D=3.20$ は、湾曲風洞入口部に相当する位置であるが、この位置において、すでに直管部入口の流入速度 U_{in} の 10% 程度の二次流れが、下壁面より中心部へ向かって発生していることがわかる。この二次流れの発生により下壁面より中心部領域への流量が運び込まれる結果、加速領域を持つものと理解できる。また $x_1/D=1.75$ の断面は入口直管部領域にあたる断面であるが、すでにこの位置において、下壁部より中心部へ向かう、直管部入口流入速度の数%にあたる二次流れの発生が見られ、湾曲風洞部の影響が上流まで及んでいることをうかがわせる。これは、支配方程式を三次元だ円形方程式として数値計算を行って、始めて予測可能となるものと考えられる。

非円形断面管内乱流に特有な流れとして第 2 種二次流れが上げられるが、本解析例の場合には、湾曲風洞部での二次流れの大きさからわかるように、圧力こう配による第 1 種の二次流れが支配的である。

図 2 は、境界層排除厚さを考慮して設計した風洞における計算結果であり、この排除厚さを無視して設計した風洞に対する計算結果を図 4 に示す。図 4 に示すように、主流中心速度は、下流に行くにしたがい徐々に発達していき、実験結果と大きくかけ離れていくこ

とがわかる。このように、わずかであるが、この境界層排除厚さを考慮することが、この種の風洞設計に際しては必要であることを示唆している。

図 5 は乱流エネルギー、図 6~8 は各垂直応力の主流方向への減衰の様子を実験結果と比較したものであ

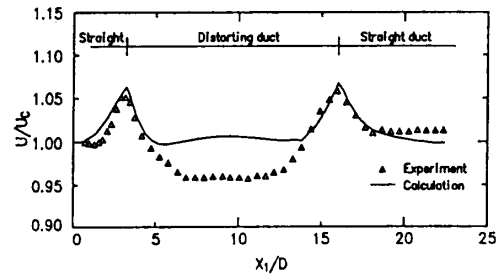


図 2 主流中心速度変化

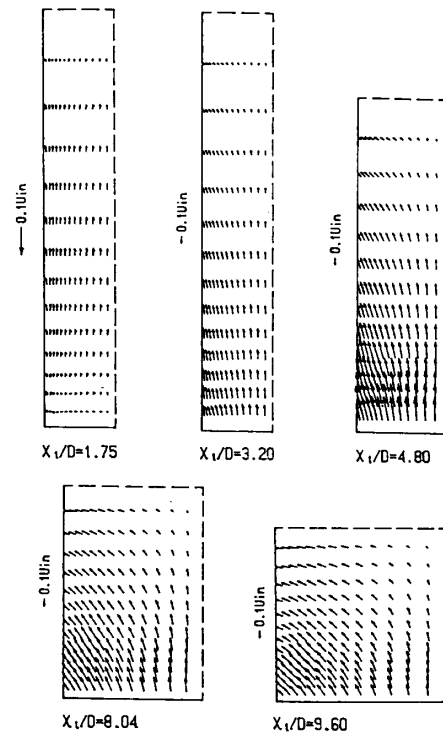


図 3 二次流れベクトルの発達

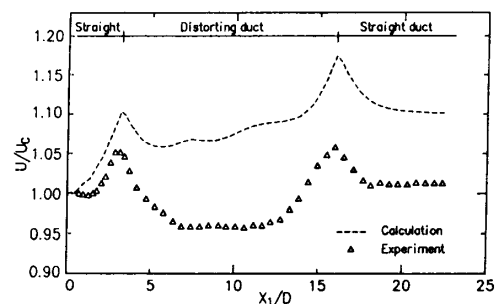


図 4 境界層排除厚さを考慮しない場合の主流中心速度変化

る。絶対値は異なるものの、湾曲風洞出口近傍における変動傾向は捕そくしている。ただし、湾曲風洞入口、出口部において、計算結果のほうが大きく変動しているのは、レイノルズ応力方程式の対流項、拡散項のモデル化に際し $Rodi^{(11)}$ 近似を用い、代数応力モデルとしたことに起因するものと考えられる。代数応力モデルとすると、各レイノルズ応力は、乱流特性量と、各方向の速度こう配により構成され、このうち速度こう配の値が直接的に反映された結果と考えられる。 $Rodi^{(11)}$ 近似は、 $\overline{u_i u_j}/k$ の変化が比較的緩慢であることを仮定して成立するものであるが、本解析の場合風洞出入口部にて急変するため、対流項、拡散項をより厳密な形で考慮することが必要であろう。

また、垂直応力 $\overline{u_3^2}$ の湾曲風洞出口部挙動に着目すると、実験においては、流れに沿って徐々に減衰した後上昇し、ピーク値をとって、再度減衰し最小値をとった後上昇するという特異な挙動を示しているが計算においても同様の傾向を示し、圧力・ひずみ相関項のモデル化が比較的妥当なものであることを示している。

図9は、各垂直応力値の変動を実験結果と比較したものである。湾曲風洞部に流入すると、各垂直応力は圧力・ひずみ相関項を通じて $\overline{u_2^2}$ の応力が増大、逆に $\overline{u_3^2}$ の応力が減少、 $\overline{u_1^2}$ の値がほぼ一定となる。その後出口直管部に流入すると、先の非等方的乱流が等方的乱流に移行する傾向を示すが、計算においても同様の結果となっている。ただし、湾曲風洞出入口部にて変動が大きいのは、前述のように対流項、拡散項のモデル化に問題があったためと考えられる。

Townsend⁽³⁾ は、流れの非等方性を示すパラメータとしてパラメータ $K_1 = (\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}) / (\overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})$ を導入し、入口縦横比4:1の湾曲風洞を用いて K_1 が縦横比にかかわらず0.42に漸近していくことを報告しているが、Tucker-Reynoldsの実験においては、図10に示すように、この値が0.64となりTownsendの結果と異なることを指摘している。計算結果を図10に同時

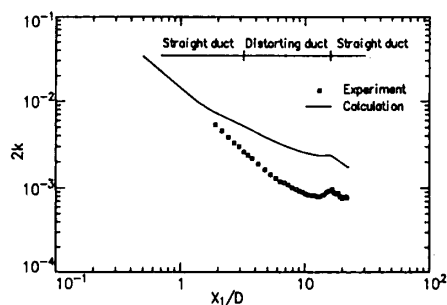


図5 乱流エネルギーの減衰

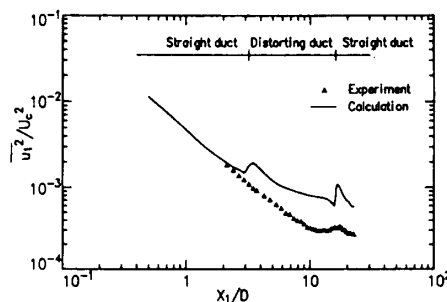
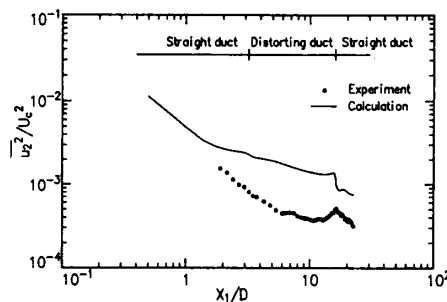
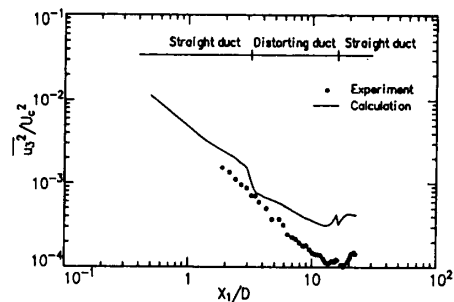
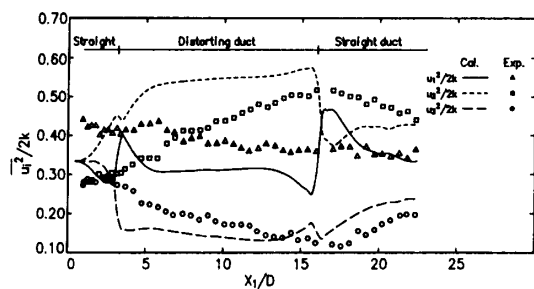
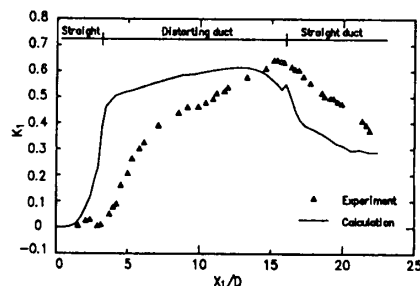
図6 垂直応力 $\overline{u_1^2}$ の減衰図7 垂直応力 $\overline{u_2^2}$ の減衰図8 垂直応力 $\overline{u_3^2}$ の減衰

図9 各垂直応力の再配分

図10 K_1 の主流方向変化

に示してあるが、計算結果は Tucker らの示した結果に近いものとなった。

また、本解析流れに特徴的な現象としては離流れが観察された。図 11 は、その発生位置での主流方向速度等値線図、および二次流れベクトル図を示す。主流方向速度等値線図に示されるように $x_1/D=14.67 \sim 16.0$ の範囲コーナ部にわずかに逆流領域が認められた。この逆流領域の発生に呼応するように二次流れベクトルも循環流を形成し、複雑な三次元流れを形成している。三次元乱流場における、はく離流れをだ円形方程式を用いて解いた解析例は少ないが、中山-Chow-Sharma⁽¹⁶⁾ はディフューザ内流れにおける解析を行い、本計算結果と同様の現象を呈示しているのは興味深い。本解析流れの場合、前述のように境界層排除厚さを各断面に加味していることより、一種のディフューザ流路を形成し、かつ壁面形状変化が大きいことにより、このようなはく離流れが発生したものと考えられる。

4.2 温度場解析 温度場解析にあたっては、乱流熱流束方程式モデルを用いて解析を行った。計算に際しては、各壁面を熱流束一定の条件のもとに加熱するものとし、レイノルズ数、計算格子数は、速度場の場合と同様とした。本解析形状とは異なるが、湾曲風洞の伝熱特性については、Yoshida-Furuya-Echigo⁽¹⁷⁾ の報告例がある。

図 12 は、下壁部中心軸上、側壁部中心軸上、および

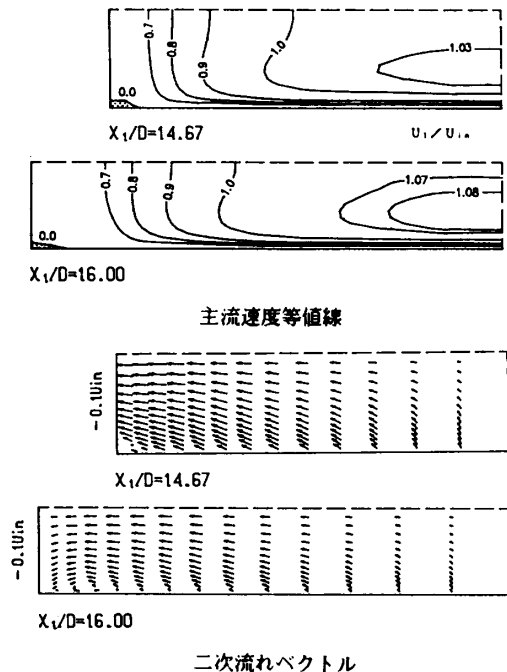


図 11 はく離近傍領域の主流速度等値線図、二次流れベクトル図

壁面平均のヌッセルト数、温度変化の主流方向への発達の様子を示したものである。おのおののヌッセルト数は、バルク温度を代表温度として算出した。ヌッセルト数、温度とも、湾曲風洞出入口部にて大きく変動していることが特徴的であるが、これは、図 3 で示したように湾曲風洞出入口部において、圧力こう配による二次流れが発生し、この対流効果により温度分布、しいてはヌッセルト数も大きく変動することになる。

また平均ヌッセルト数、壁面平均温度が湾曲風洞出口近傍において多少乱れているのは、先に説明したはく離流れによる影響と考えられる。図 13 は、 $x_1/D=14.26 \sim x_1/D=16.00$ までの各断面における等温線図を示したものであるが、はく離流れの発生する $x_1/D=14.67$ の位置のコーナ部領域において等温線図がひずんでいることから推察される。

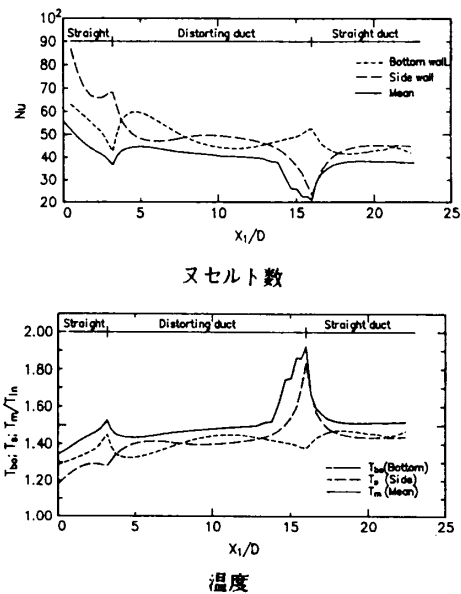


図 12 ヌッセルト数、温度の発達

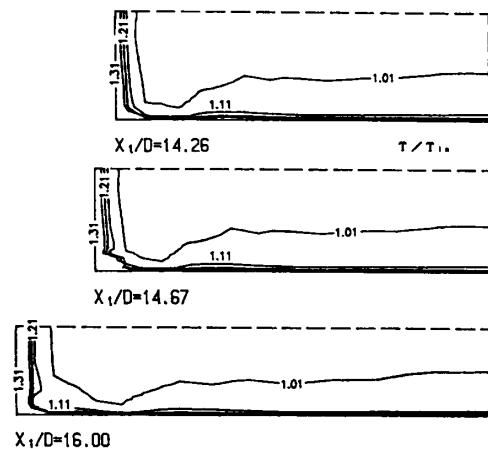


図 13 はく離近傍領域の等温線図

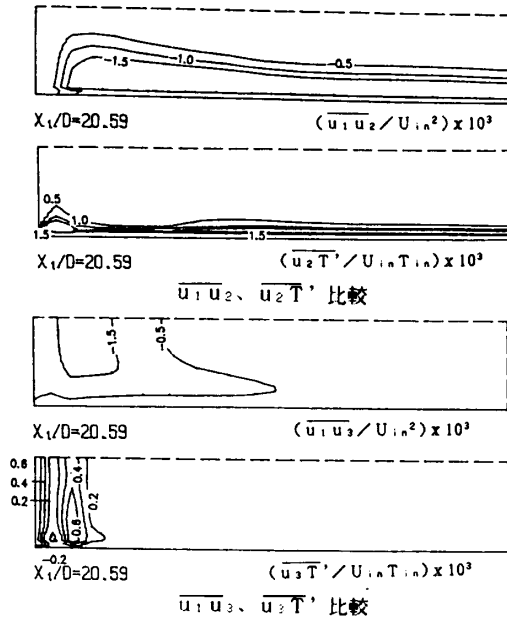


図 14 レイノルズ応力と乱流熱流束の相関

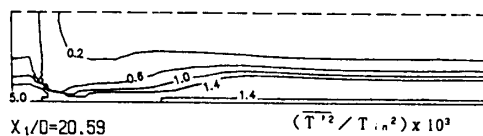


図 15 出口直管部領域における温度変動等値線図

次に熱輸送と運動量輸送との相関を考察する意味より、出口直管部にあたる $x_1/D = 20.59$ でのレイノルズ応力値と乱流熱流束値とを比較した。図 14 に $\overline{u_1 u_2}$ と $\overline{u_2 T'}$, $\overline{u_1 u_3}$ と $\overline{u_3 T'}$ との等値線図の比較を示す。 $\overline{u_1 u_2}$, $\overline{u_2 T'}$ および $\overline{u_1 u_3}$, $\overline{u_3 T'}$ は、おのおの x_2 方向, x_3 方向に発達することは共通しているが、両者の間で相似性が成立しているとは言い難い。

三次元乱流場において、温度変動、温度散逸を解いた例は少なく、そこで本解析はこれらの諸量の輸送方程式を解くことを試みた。図 15 は、出口直管部領域の $x_1/D = 20.59$ における温度変動での等値線図を示したものである。この位置では側壁部より下壁部のほうがより大きな値を持つこと、およびコーナ部において高い値を持つことが特徴的な現象として上げられる。

2. 結 論

非等方性乱流モデルは、それが要求される複雑な流れに適用してこそ、その真価を発揮するものである。そこで、本研究においては、レイノルズ応力方程式、乱流熱流束方程式をモデル化し、境界条件の設定が容易な、境界適合座標系を導入、三次元乱流の熱流動解

析を試み次の結論を得た。

(1) 平均速度場の予測は比較的良好な結果を得たが、垂直応力の減衰に関しては実験値と差が認められた。しかし、その減衰傾向は捕そくしている。

(2) 流れが大きく変化する場合には、対流項、拡散項に対し Rodi 近似以上のモデル化が必要である。

(3) 本研究で示した流れ場を解く際には、境界層排除厚さ分を加味して計算することが必要である。

(4) 本解析で扱った流れ場に特徴的な現象として、湾曲風洞出口近傍において、そのコーナ部にわずかながらの逆流領域のあることを予測した。

(5) 本モデルにて、湾曲風洞部における垂直応力間のエネルギー再配分化を表現することは可能であり、圧力・ひずみ相関項のモデル化の妥当性を示した。

(6) 温度変動、およびそれに対する散逸の輸送方程式を導入し、乱流熱流束モデルを含めて三次元非等方性温度場の解析手法を示した。

本研究は、平成元年度文部省科学研究費（奨励研究 A）の補助を受けたことを付記し謝意を表する。

文 献

- (1) Taylor, G. I., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **151** (1935), 421-478.
- (2) Dryden, H. L., Schubauer, G. B., Mock, G. B. and Skarmstad, H. K., *NASA Rep.*, No. 581 (1973).
- (3) Townsend, A. A., *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **7** (1945), 104-127.
- (4) Tucker, H. J. and Reynolds, A. J., *J. Fluid Mech.*, **32** (1968), 657-673.
- (5) Ribner, H. S. and Tucker, M., *MACA Tech. Note*, (1952), 2606.
- (6) Batchelor, G. K. and Proudman, I., *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **7** (1954), 83-103.
- (7) 秋山・河村・芹沢・杉山・功刀・西脇, 機論, **55**-510, B (1989), 351-357.
- (8) 杉山・秋山・芹沢, 機論, **56**-531, B(1990), 3328-3335.
- (9) Tucker, H. J., *Tech. Note*, McGill Univ. Mech. Eng. Res. Labs., **66**-4 (1966).
- (10) Mastin, C. W. and Thompson, J. F., *Number. Math.*, **29** (1978), 397-407.
- (11) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56** (1976), 219-221.
- (12) Lumley, J. L., *Lecture Ser.*, von Karman Inst. Belgium, No. 76 (1975).
- (13) Launder, B. E., *Turbulent Shear Flows*, I (1979), 259-278, Springer-Verlag.
- (14) 前川・小林・風間・佐藤, 機論, **45**-395, B (1979), 983-984.
- (15) Elghobashi, S. and Launder, B. E., *Proc. 3rd Symp. Turbulent Shear Flows*, (1981), 15.13-15.17, Davis.
- (16) 中山, Chow, W. L. and Sharma, D., 機論, **49**-447, B (1983), 2483-2486.
- (17) Yoshida, H., Furuya, T. and Echigo, R., *Turbulent Shear Flows*, **6** (1989), 269, Springer-Verlag.