

レイノルズ応力モデルによる正三角形断面管路内の
完全発達乱流解析*杉 山 均^{*1}, 秋 山 光 庸^{*1}
平 田 賢^{*2}, 上 野 智 志^{*1}Numerical Analysis of Fully Developed Turbulent Flow in an Equilateral
Triangular Duct by a Reynolds Stress ModelHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA,
Manaru HIRATA and Satoshi UENO

A numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in a triangular duct by using a modified Reynolds stress equation model. Governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. The calculated results are compared with the experimental data available. The present method can predict the generation of the secondary flow of the second kind which is a characteristic phenomenon for anisotropic turbulent flow. Moreover, we have shown that the measured normal stress, which is in the perpendicular direction to the base of the triangular duct, contains experimental error.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate Systems, Equilateral Triangular Duct

1. 緒 言

非円形断面を有する三次元乱流管路内流れは、比較的単純な流れであるにもかかわらず、乱れの非等方性により発生する第2種二次流れにより、らせん状の複雑な流動を示す。また、この第2種二次流れは、主流混合平均速度の数%と小さく、非等方性乱流に特有な現象であることより、この種の流れを予測する場合には、非等方性乱流モデルの構築が不可欠となる。Launder-Ying⁽¹⁾は、この第2種二次流れを、非等方性乱流モデルで数値的に予測した最初であり1973年と比較的近年になってからである。他方、実験的には、古くより多くの結果が報告されている⁽²⁾⁽³⁾。

しかし、数値解析、実験解析とも多くの報告例は、く形断面形状を有する管路内乱流であり、本解析で扱おうとしている三角形断面管路の解析例は少ない。古くは、Cremers-Eckert⁽⁴⁾により狭角11.7°の二等辺三角形断面における実験があるが、第2種二次流れの存在を示すデータ、あるいは乱流特性量も垂直応力のみでせん断応力分布については測定されていない。この

点Aly-Trupp-Cerrard⁽⁵⁾は、正三角形断面管路において、第2種二次流れの速度分布、レイノルズ応力分布を詳細に測定すると同時にLaunder-Ying⁽¹⁾のモデルを用いて数値予測を行っている。一方、Gosman-Rapley⁽⁶⁾は、Alyらの実験データを対象とし、Gessner-Emery⁽⁷⁾の乱流モデルにLaunder-Yingの定数系を用いて数値解析を行っている。しかし、いずれの解析結果も平均速度場と垂直応力の比較にとどまり、せん断応力分布の比較については言及していない。

筆者らは、代表的なレイノルズ応力モデルについて正方形断面管路内乱流場における第2種二次流れの数値予測を行い、各モデルの特徴を明確にした⁽⁸⁾。さらに各モデルの差異分析結果を踏まえて、新たな改良モデルを提示し、正方形断面管路内流れの完全発達場、助走区間発達乱流場の挙動について報告した⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。本改良モデルは、Gosman, Alyらとは構造の上でも定数系についても異なるモデルである。そこで、本改良モデルを用いて正三角形断面管路内流れを解析し、Aly-Trupp-Cerrardの実験データと比較することによりモデルの妥当性、特徴などを明らかにしていくことを目的とする。数値計算に際しては、助走区間発達乱流の流動を考慮した三次元だ円形方程式を解くことと

* 平成3年5月31日 第28回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成2年12月21日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町2753)。

^{*2} 正員、東京大学工学部 (〒107 東京都文京区本郷7-3-1)。

し、また境界条件の設定が容易な境界適合座標系を導入することとする。

2. 記 号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', c_\mu$: 経験定数

D_h : 水力直径

f : 摩擦係数 $= D_h(-\partial P/\partial x_1)/(\rho U_b^2/2)$

$f(1/x_w)$: 壁の影響を示す関数

g : 計量テンソル

H : 正三角形重心より各辺への垂直距離

k : 乱流エネルギー

L : 正三角形一辺長の半分

P : 時間平均圧力

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h/\nu$

u^* : 摩擦速度

u_i : i 方向時間変動速度成分

$\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力

U_i : i 方向時間平均速度分布

U_b : 混合平均速度

U, V, W : 反変速成分

x_i : 物理平面上の i 方向座標軸

ξ, η, ζ : 変換座標系における座標軸

ε : 乱流散逸

ν : 粘性係数

ν_t : 渦動粘性係数 $= c_\mu k^2/\varepsilon$

π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項

ρ : 密度

3. 解 析 手 法

3.1 計算対象モデル 計算対象モデルは、Aly-Trupp-Gerrard の行った正三角形断面管路内流れであり図 1 に座標系と共に示す。Aly らは、一辺 12.7 cm の正三角形断面を有し全長 9.76 m の実験装置を製作し作動流体を空気として実験を行っている。測定位置は、入口より水力直径 D_h の 133 倍にあたる位置で熱線風速計を用いて各乱流特性量を測定している。この位置は、出口部より 2.5 cm 上流の位置にあたるが、出口部の影響は無視できるものと報告している。レイノルズ数は $Re=53\,000$ から $107\,000$ の範囲で行っているが、本報においては、各種レイノルズ応力値が明示されている $Re=53\,000$ を対象とし解析を行うこととした。また、主流方向の計算領域は、彼らの実験装置に合せ助走区間入口より主流方向に $133D_h$ とし、その位置での結果を比較することとした。正方形断面管路における実験などを参照すれば助走区間距離 $133D_h$ は十分発達した流れであると考えられる。

計算領域は、系の対称性を考えて図 1 に示す斜線部分とし、計算格子は、物理量の変化の大きい壁面近傍にて密となる不等間隔格子とし、計算格子数は $\xi \times \eta \times \zeta = 15 \times 15 \times 50$ とした。

3.2 レイノルズ応力方程式 レイノルズ応力方程式の厳密式は次式に示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ P_{ij} : & \text{production} \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \pi_{ij} : & \text{pressure-strain} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right] \\ \text{Diff}_{ij} : & \text{diffusion} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \\ \varepsilon_{ij} : & \text{dissipation} \end{aligned}$$

..... (1)

数値計算の上で障害となる対流項、拡散項に対しては Rodi⁽¹¹⁾ 近似を用いて、代数応力モデルとして解析する。この Rodi 近似は $(\overline{u_i u_j}/k)$ の変化が比較的緩慢であるときに成立するモデルであり、本解析例のように直管流れで流れ変化が少ない場合に妥当な近似と思われる。同時に、代数応力モデルとすることにより、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

問題となる圧力・ひずみ相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行った。導出の詳細は前報⁽⁹⁾ に示した。モデル化された圧力・ひずみ相関項ならびに定数系を表 1, 2 におのおの示す。表 1 中に現れる $f(1/x_w)$ は壁の影響を示す関数であり壁面近傍で 1 となり、壁から離れるにつれ零に近づく、また x_w は、壁からの垂直距離を示しておりここでは Gibson-Lauder⁽¹²⁾

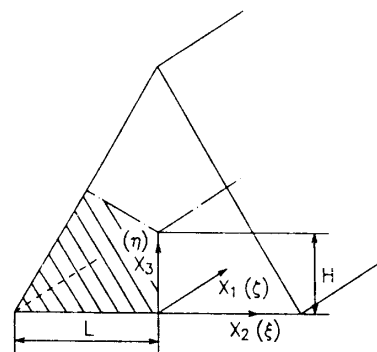


図 1 解析モデルと座標系

により提案されているものを用いている。

散逸項 ε_{ij} は高レイノルズ数流れ場で局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (2)$$

以上でレイノルズ方程式のモデル化は完了する。

3.3 境界適合座標 境界適合座標を用いた計算手法は、物理平面より計算平面に座標変換し計算平面上において支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。

支配方程式を、一般従属変数 ϕ を用いて次式のように示すと本解析で用いた各支配方程式、および定数は

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi) = D_{ij} \phi + S_\phi \quad \dots\dots\dots (3)$$

おのおの表 3、4 のように示される。乱流エネルギー k 、乱流散逸 ε については高レイノルズ形の標準的な 2 方程式モデルを用いた、Rodi 近似との整合性を考えれば、 k, ε 方程式の拡散項には、レイノルズ応力で構成される拡散モデルを用いるべきであるが、その定数系に問題のあることを著者らは示しており⁽⁹⁾、ここでは、この点を回避する意味より標準的な 2 方程式モデルを用いることとした。ここで座標変換が必要となるが、支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理により変換される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots\dots\dots (4)$$

例えば、 k 方程式、 ε 方程式を変換するとおのおの次のように変換される。ここで、 $k, \varepsilon, \xi, \eta, \zeta$ に付けられた添字は、おのおのの添字にて偏微分することを意味し Einstein の総和規約を用いて記述した。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[U k - \frac{\nu_t}{\sigma_k} (g_1 k_\xi + g_2 k_\eta + g_3 k_\zeta) \right]$$

$$\begin{aligned} & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[V k - \frac{\nu_t}{\sigma_k} (g_2 k_\xi + g_4 k_\eta + g_5 k_\zeta) \right] \\ & \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[W k - \frac{\nu_t}{\sigma_k} (g_3 k_\xi + g_5 k_\eta + g_6 k_\zeta) \right] \\ & - G_s + \varepsilon = 0 \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[U \varepsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} (g_1 \varepsilon_\xi + g_2 \varepsilon_\eta + g_3 \varepsilon_\zeta) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[V \varepsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} (g_2 \varepsilon_\xi + g_4 \varepsilon_\eta + g_5 \varepsilon_\zeta) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[W \varepsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} (g_3 \varepsilon_\xi + g_5 \varepsilon_\eta + g_6 \varepsilon_\zeta) \right] \\ & - c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_s + c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} = 0 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} G_s &= \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ &= \nu_t \left(\xi_{x1} \frac{\partial U_i}{\partial \xi} + \eta_{xj} \frac{\partial U_i}{\partial \eta} + \zeta_{xi} \frac{\partial U_i}{\partial \zeta} \right. \\ & \quad \left. + \xi_{xi} \frac{\partial U_j}{\partial \xi} + \eta_{xi} \frac{\partial U_j}{\partial \eta} + \zeta_{xi} \frac{\partial U_j}{\partial \zeta} \right) \\ & \quad \times \left(\xi_{xj} \frac{\partial U_i}{\partial \xi} + \eta_{xj} \frac{\partial U_i}{\partial \eta} + \zeta_{xj} \frac{\partial U_i}{\partial \zeta} \right) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U &= U_1 \frac{\partial \xi}{\partial x_1} + U^2 \frac{\partial \xi}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \xi}{\partial x_3} \\ V &= U_1 \frac{\partial \eta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \eta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \eta}{\partial x_3} \\ W &= U_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \zeta}{\partial x_3} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} g_1 &= \xi_{x3}^2 + \xi_{x2}^2 + \xi_{x1}^2 \\ g_2 &= \xi_{x3} \eta_{x3} + \xi_{x2} \eta_{x2} + \xi_{x1} \eta_{x1} \\ g_3 &= \xi_{x3} \zeta_{x3} + \xi_{x2} \zeta_{x2} + \xi_{x1} \zeta_{x1} \\ g_4 &= \eta_{x3}^2 + \eta_{x2}^2 + \eta_{x1}^2 \\ g_5 &= \eta_{x3} \zeta_{x3} + \eta_{x2} \zeta_{x2} + \eta_{x1} \zeta_{x1} \\ g_6 &= \zeta_{x3}^2 + \zeta_{x2}^2 + \zeta_{x1}^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

表 3 支配方程式

Equation	ϕ	Diff ϕ	S ϕ
Density	1	0	0
Momentum	U_i	$\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j}$
Turbulent Energy	k	$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right)$	$G_s - \varepsilon$
Turbulent Dissipation	ε	$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right)$	$\frac{\varepsilon}{k} (c_{1\varepsilon} G_s - c_{2\varepsilon} \varepsilon)$
Reynolds Stress	$\overline{u_i u_j}$	$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_s - \varepsilon)$	$P_{ij} - c_{ij} + \pi_{ij,1} + \pi_{ij,2} + \pi_{ij,u}$

表 1 圧力・ひずみ相関項のモデル化

$\pi_{1,1} + \pi_{2,2}$	$-c_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u \cdot u} - \frac{2}{3} k \delta_{11})$
$\pi_{1,2} + \pi_{2,1}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} (P_{12} - \frac{2}{3} P_s \delta_{12}) + \xi k (\frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1})$ $-\frac{8c_2 - 2}{11} (D_{12} - \frac{2}{3} P_s \delta_{12})$
$[\pi_{1,1} + \pi_{2,2}]_u$	$c_1 = c_1' + c_1' f(\frac{1}{x_2}), c_2 = c_2' + c_2' f(\frac{1}{x_2}), \xi = \xi' + \xi' f(\frac{1}{x_2})$

表 2 圧力・ひずみ相関項中の定数系

c_1'	c_2'	ξ'	c_1'	c_2'	ξ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

表 4 支配方程式中の定数系

c_s	c_ε	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$
0.22	0.18	1.44	1.92

U, V, W は反変速度成分であり, $g_1 \sim g_6$ は変換することにより生じた計量テンソルを示す。運動方程式に関する変換,あるいはレイノルズ応力値を粘性項の一部として運動方程式に取り込む解析手法などについては前報⁽¹³⁾にて示した。またモデル化されたレイノルズ応力方程式も式(4)の数学定理により計算平面上へ変換される。

4. 結果と考察

4.1 主流速度分布比較 計算領域は, 図1に示したように系の対称性を考慮し1/3断面として計算を行った。レイノルズ数は前述のように $Re=53\,000$ とし, 乱流エネルギー, 乱流散逸方程式の境界条件に対しては, 計算第1点めで対数則, 局所平衡状態が成立することを仮定した壁関数を用いた。入口条件は実験においても不明であるため, $k=U_b \times 10^{-5}$, $\varepsilon=k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し, 出口はノイマン条件とし計算を行った。数値解析は有限差分近似により行い計算諸量の格子点の配置は, Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項の差分近似は QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。圧力については, 連続の式より圧力補正式を導き連続の式を満足するように, 速度および圧力の補正を行う手法 (SIMPLE 法) を用いた。

図2は, 主流方向への圧力発達の様子を実験結果と比較したものである。助走区間入口において, 圧力こう配は実験と異なり, 多少大きくなっているが, 完全発達領域に進むにつれ実験値とほぼ同一のこう配をもつ。入口部における圧力こう配が実験値と異なるのは, 計算では一様流で流入するため粘性による速度欠損が完全発達領域より大きいことによるものと解釈される。

図3は, 摩擦係数の比較を示したものである。摩擦係数は次式により導出できる。

$$f = \frac{D_h(-\partial P/\partial x_1)}{(\rho U_b^2/2)} \quad (10)$$

このとき, 圧力こう配の算出については, 計算においても実験同様 $100D_h$ 以降の点を代表点として用いた。計算においては $f=2.016 \times 10^{-2}$ となり, 実験値の $f=1.965 \times 10^{-2}$ より少し高い値を示している。一方, Blasiusの実験式より算出すると $f=2.083 \times 10^{-2}$ となり, 計算値は3%程度低い値を示す結果となり, いずれの場合も円管の摩擦係数より低い値を示すのが特徴的である。

図4に主流方向速度 U_1 の等値線図比較を示す。おのおの混合平均速度 U_b にて無次元化してある。解析結果は良好に実験結果を予測しているが, 解析結果に

特徴的なこととして三角形の底辺にあたる壁面近傍にて, 等値線図が密となり速度こう配が大きく変化する領域が存在する点があげられる。また三角形断面中心部における速度は, 実験では $U_1/U_b=1.248$, 計算では1.238となった。

4.2 乱流特性量比較 図5は, x_3 軸上での乱流エネルギー分布を実験と比較したものである。計算結果は, 壁面近傍にて絶対値が実験より大きく $x_3/H=0.1$ 近傍においてピーク値をもつことが実験と異なる点としてあげられる。このことは, この点近傍におい

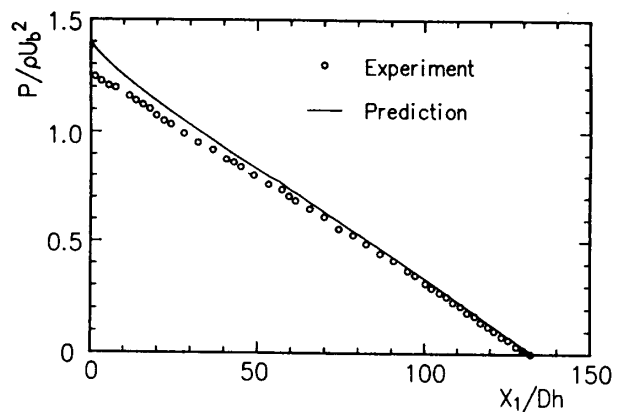


図2 主流方向の圧力変化

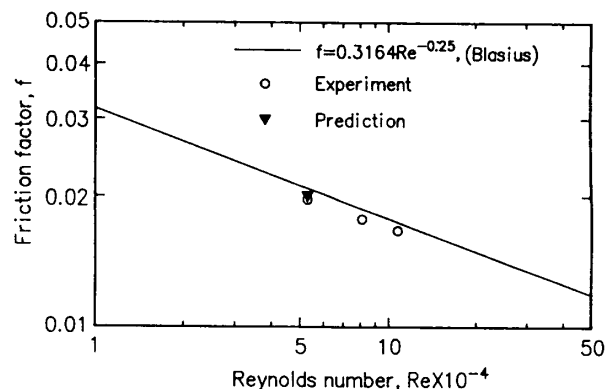


図3 摩擦係数の比較

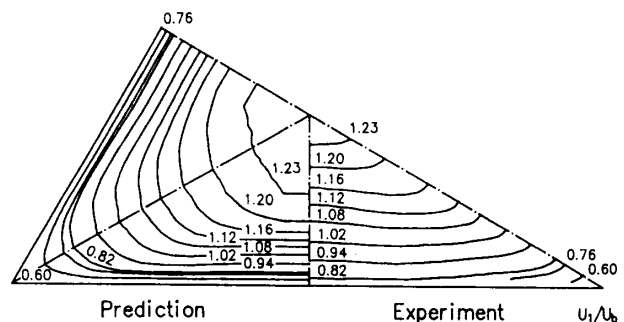


図4 主流方向速度分布の比較

て乱流エネルギーの生成が大きく、したがって生成項を支配する速度こう配が大きく変化しているものと類推されるが、図4の主流方向速度等値線図よりわかるように、 $x_3/H=0.1$ 近傍にて速度こう配も大きく変化しており、両者の現象の間に符合が認められる。

図6は、同じ x_3 軸上における各垂直応力の分布を比較したものである。実験において、三角形底辺にあたる壁面近傍にて、 x_3 軸方向の亜流方向乱れ $\overline{u_3^2}$ は、壁面よりその乱れが抑制されて最小値を取り、 x_2 軸方向の乱れ $\overline{u_2^2}$ は主流方向乱れ $\overline{u_1^2}$ と $\overline{u_3^2}$ との中間値を取ることがわかる。このことは、計算でも同様に認められる。しかし、中心部領域では計算結果は $\overline{u_2^2}$ と $\overline{u_3^2}$ との値が逆転し実験と異なる。この事は次のように考えられる。

モデル化されたレイノルズ応力方程式を用いて、垂直応力の差 $(\overline{u_3^2} - \overline{u_2^2})$ を求めると次式のようにになる。このとき、問題を明確にする意味より、亜流速度こう配は小さいものとして省略し、せん断応力は渦動粘性係数の概念を用いて簡略化した。

$$\begin{aligned} & (\overline{u_3^2} - \overline{u_2^2}) \left(\frac{P_k}{\epsilon} - 1 + c_1 \right) \\ & = 2c_\mu \left(\frac{2-8c_2}{11} \right) \frac{k^3}{\epsilon^2} \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 - \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 \right] \dots (9) \end{aligned}$$

ここで、 $P_k/\epsilon - 1 + c_1 > 0$, $(2-8c_2) < 0$ であることに留意すると、主流方向速度 U_1 の亜流方向こう配、 $\partial U_1/\partial x_3$ と $\partial U_1/\partial x_2$ の大小により $\overline{u_3^2} - \overline{u_2^2}$ の大小は左右されることになる。したがって、計算においては、壁面近傍での $\partial U_1/\partial x_3 > \partial U_1/\partial x_2$ の関係が管中心部へ移動するにつれ逆転したことにより、 $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ の値の逆転が生じたものと解釈される。

図7は、乱流エネルギーの比較であるが、実験においてはコーナに向かい等値線が突き出た分布となっているが、計算においては明りような突出は見られない。

図8～10は、各垂直応力の等値線図の比較を示したものである。特徴的なこととして $\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$ 分布は実験結果と類似の傾向を示すが、 $\overline{u_3^2}$ 分布は実験と異なる点が挙げられる。亜流方向乱れ $\overline{u_3^2}$ は、三角形底辺 (x_2 軸上) で、その乱れ方向に垂直な壁面により、乱れが大きく抑制されるため、斜辺部近傍の $\overline{u_3^2}$ と比較すると、その値は小さいことが予想される。したがって $\overline{u_3^2}$ 分布は斜辺部より発達を開始し、対角線に関し非対称分布となる。計算ではこの傾向を示しているが、実験においては1/6断面表示でその挙動は不明である。しかし、計算結果を踏まえると、Alyらの示した $\overline{u_3^2}$ 等値

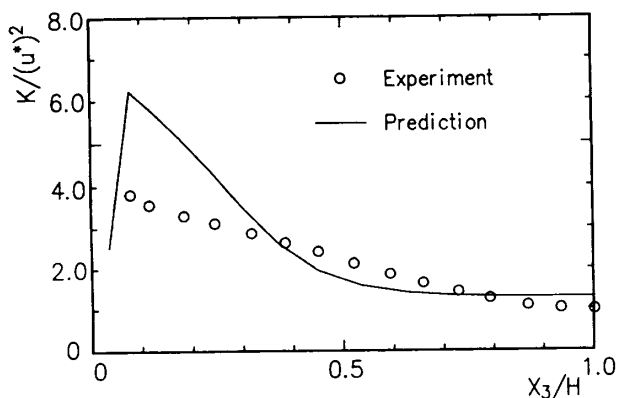


図5 乱流エネルギーの変化 (x_3 軸上)

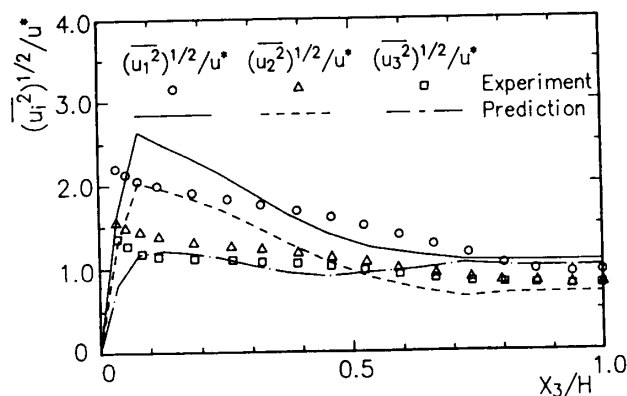


図6 各垂直応力分布の変化 (x_3 軸上)

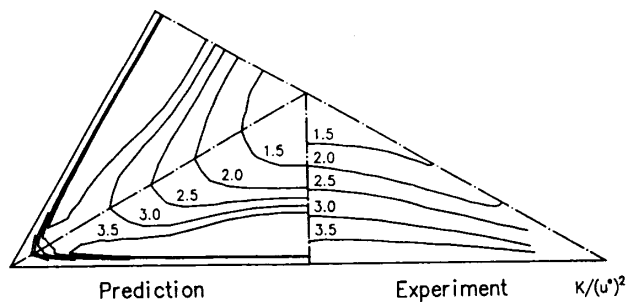


図7 乱流エネルギー等値線図の比較

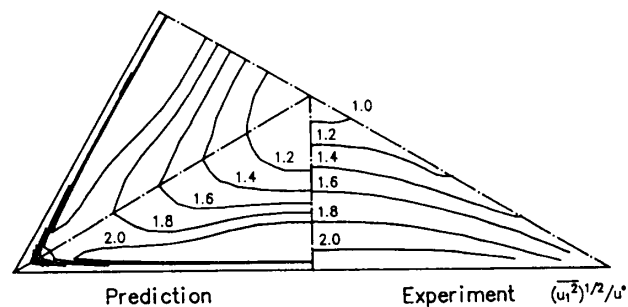


図8 垂直応力 $\overline{u_1^2}$ 等値線図の比較

線分布はより湾曲化した分布を示すものと考えられる。そこで、この点を立証するため次のようなことを考えた。

Aly らは、 $\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$, 乱流エネルギー k の分布を提示していることより、 $k = (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})/2$ の関係式を用いて、 $\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$, k の分布より逆に $\overline{u_3^2}$ の分布を求めてみる。結果を図 11 に示す。図 11 より明らかなように新たに求めた等値線図は、論文に提示されているものとは異なり、等値線が湾曲化して図 10 の計算結果に類似の分布となった。また、Aly らの示した、垂直応力、乱流エネルギーの値の間には $k = (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})/2$ 関係式は満足されていない。以上の点を考慮すると、実験の $\overline{u_3^2}$ 分布には測定誤差を含み、より正確な実験が必要と思われる。

図 12 は、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$, $\overline{u_1 u_2}$ 分布の比較を示したものである。 $\overline{u_1 u_3}$ の分布は、いずれの結果も x_3 方向に等値線は発達しており、その値も比較的良好に一致している。 $\overline{u_1 u_2}$ の分布の特徴は、正方形断面管路内の助走区間発達乱流場の解析において Melling-Whitelaw⁽⁹⁾ が指摘しているように、その分布に正、負の異符号領域が認められる点にある。これは第 2 種二次流れにより主流速度等値線がひずまされる結果発生するものであるが両者ともこの現象が認められる。しかしその領域、分布形状は異なる。Aly⁽⁵⁾ らは、負の領域が認められる x_3 軸近傍の測定値は、熱線風速計の測定精度の限界にきていることを論文の中で述べて

おり厳密な比較は難しいものと思われる。

4・3 第 2 種二次流れの比較 図 13 に、第 2 種二次流れ速度成分の U_2 , U_3 の実験値との比較、図 14 に計算より算出した第 2 種二次流れベクトル図を示す。この第 2 種二次流れは図 10 よりわかるように主流速度の 1~2% とその強度は小さいものであるが、図 9 よりわかるように比較的良好に垂流速度分布を予測している。しかし、 U_2 分布は、 $x_2/L = -0.14$ 線上で、 U_3 分布は $x_3/H = 0.6$ 線上で実験結果と異なる結果となっている。本改良モデルを用いると第 2 種二次流れを小さく予測する傾向にあること、その要因がモデル中の定数 c_2 に起因することを別報⁽¹⁰⁾ にて報告したが、本解析流れ場においても前述の点を考慮するとその傾向が認められる。

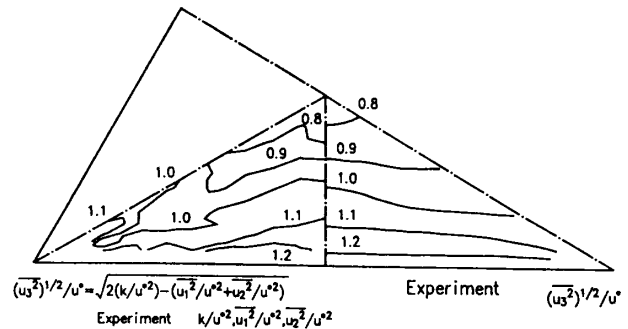


図 11 $\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$, k より求めた $\overline{u_3^2}$ 等値線図と実験値との比較

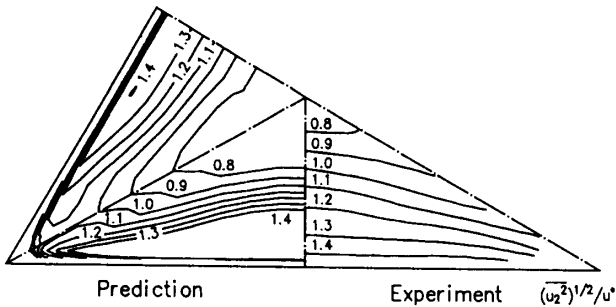


図 9 垂直応力 $\overline{u_2^2}$ 等値線図の比較

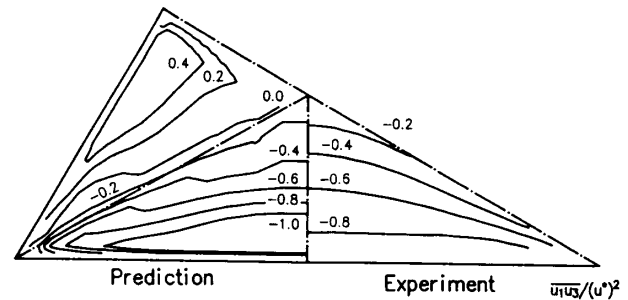


図 10 垂直応力 $\overline{u_3^2}$ 等値線図の比較

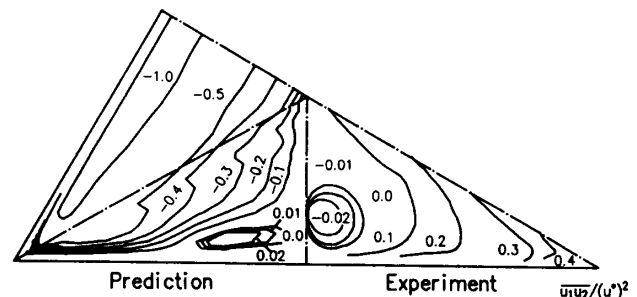


図 12 せん断応力等値線図の比較

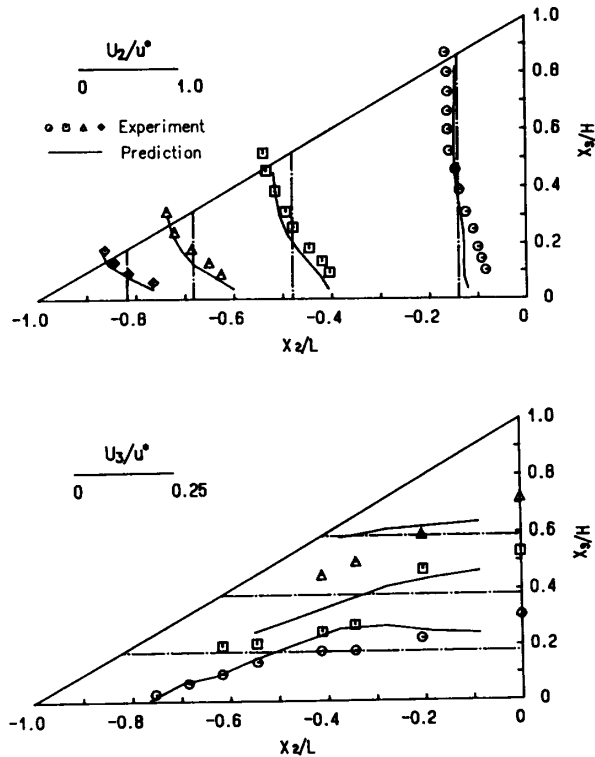


図 13 亜流方向速度分布比較

5. 結 論

対流項、拡散項に Rodi 近似を用い、レイノルズ応力方程式中の圧力・ひずみ相関項に一部改良を加えたレイノルズ応力モデルを用いて正三角形断面を有する管路内流れを解析し、実験値との比較を行った。その際の数値解析においては、境界適合座標を用いて発達しつつある助走区間流れ場として解いた。本報においては、解析結果のうち、完全発達乱流場にて実験を行った、Aly-Trupp-Gerrard の結果と比較する意味より完全発達領域における結果を比較しモデルの妥当性、計算手法の妥当性について検討を加え、以下の点を明らかにした。

摩擦係数、主流方向速度分布は比較的良好に実験値を予測したが、乱流エネルギー、垂直応力分布については多少異なる結果となった。計算においては壁面近傍に明らかなピーク値が存在し、ピーク近傍において乱流エネルギーの生成を支配する速度こう配も大きく変化し両者符合した結果となった。また x_3 軸上にて壁から離れるにつれ、亜流速度乱れの $\overline{u_3^2}$ と $\overline{u_2^2}$ の値に逆転が生じることも特徴的な現象として実験と異なる。また、 $\overline{u_3^2}$ の分布において実験と計算とでは大きく異なり、実験結果が測定誤差を含むことを明示した。せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ 、 $\overline{u_1 u_2}$ 分布については実験の特徴を

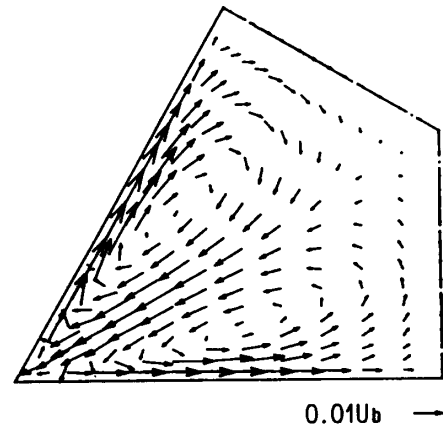


図 14 第 2 種二次流れベクトル図

良くとらえている。また、この種の流れである第 2 種二次流れの亜流方向速度成分についても比較的良好な結果を示し、モデルの妥当性を示すものと考えられる。

ここに、数値計算の上から境界適合座標系を導入し、非等方性乱流モデルとしてレイノルズ応力モデルを組み入れた本解析手法は、形状の複雑な流れにも適用可能な汎用性の高い解析手法であると思われる。本解析では、乱流エネルギー、乱流散逸には高レイノルズ形の方程式を用いているが低レイノルズ形への拡張、同時にレイノルズ応力モデルにも低レイノルズ効果を加味し、より信頼性の高い解析手法を確立することが今後必要となろう。

文 献

- (1) Launder, B. E. and Ying, W. H., *Heat Fluid Flow*, 3-2(1973), 115-121.
- (2) Brundrett, E. and Baines, W. D., *J. Fluid Mech.*, 19 (1964), 375-394.
- (3) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, 78 (1976), 289-315.
- (4) Cremers, C. J. and Eckert, E. R. G., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 4(1962), 609-614.
- (5) Aly, A. M. M., Trupp, A. C. and Gerrard, A. D., *J. Fluid Mech.*, 85(1978), 57-83.
- (6) Gosman, A. D. and Rapley, C. W., *Proc. Int. Conf. Numer. Meth. Paper*, FS 178(1978), 271-285.
- (7) Gessner, F. B. and Emery, A. F., *Trans. ASME, Ser. I* (1976), 261-268.
- (8) 秋山・河村・芹沢・杉山・功刀・西脇, 機論, 55-510, B (1989), 351-357.
- (9) 杉山・秋山・芹沢, 機論, 56-531, B(1990), 3328-3335.
- (10) 杉山・秋山・柴田, 機論, 57-535, B(1991), 1044-1050.
- (11) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, 56(1976), 219-221.
- (12) Gibson, M. M. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, 86 (1978), 491-511.
- (13) 杉山・秋山・平田・上野, 機論, 57-539, B(1991), 2269-2276.