

だ円断面管路内の助走区間発達乱流解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 二宮 尚^{*1}
斉藤 健一^{*1}, 平田 賢^{*2}Numerical Analysis of Developing Turbulent Flow in an Elliptical Duct
by a Reynolds Stress ModelHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA, Nao NINOMIYA,
Kenichi SAITOH and Masaru HIRATA

A numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in an elliptical duct by a modified Reynolds stress equation model. Governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. The calculated results are compared with the experimental data available. The predicted results of mean velocity along the axes and friction factor agree relatively well with the experimental data. The results of this analysis enable the prediction of the secondary flow of the second kind which characterizes noncircular duct flow. At the same time, a clear statement of the distribution of the various Reynolds stresses is made, showing their characteristic aspects. The secondary flow of the second kind reaches maximum intensity in the midst of development. This is a result of shear layer interaction effects as the boundary layer developing along the wall of the elliptical duct begin to merge.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Reynolds Stress Model
Boundary-Fitted Coordinate Systems, Elliptical Duct

1. 結 言

三次元乱流現象を特徴づける種々の現象の一つとして、第2種二次流れがあげられる。この第2種二次流れは、非円形断面を有する管路において認められ、その強度は、主流混合平均速度の数%と非常に小さな値を持つが、この二次流れが存在するために、その流れは、らせん状の複雑な様相を呈し、流動特性、伝熱特性に少なからぬ影響を与える。

本解析対象のだ円管路にも、この第2種二次流れは存在し、その発達挙動は、興味あるところである。また、工業的に見てもだ円管路は、機械工学にとどまることなく各分野にて応用されており、特に熱交換器を構成する管路として利用され、この点から、だ円管路内の伝熱特性に関する実験解析の報告例が見受けられる。Cain-Roberts-Barrow⁽¹⁾、Barrow-Roberts⁽²⁾は、だ円長短軸比の異なるだ円管路を対象とし、完全発達領域において、壁面に沿う局所ヌセルト数を実験的に示している。また、Cain-Roberts-Barrow⁽¹⁾は、長

短軸比が大きくなり、レイノルズ数が小さくなると、層流と乱流が共存する領域が存在し、熱伝達を低下させることも同時に報告している。一方、流動現象に関して、Cain-Duffy⁽³⁾、Duffy-Cain⁽⁴⁾は、長短軸比、1.5、2のだ円管路に対してレイノルズ数、 $2 \times 10^4 \sim 1.3 \times 10^5$ の範囲で摩擦係数値、長短軸上主流方向速度分布を報告している。彼らは、第2種二次流れについて言及しているものの、その流速については測定していない。

以上の実験解析に対し、理論解析においては、Cain-Roberts-Barrow⁽⁵⁾の解析がある。彼らは、乱流渦動粘性係数の概念に、Van-Driestの混合長さモデル⁽⁶⁾を導入し、完全発達領域にて数値解を得ている。しかし、この種のモデルでは、乱れの非等方性を表現できず、その流動特性を正確に予測しているとはいえない。Gosman-Rapley⁽⁷⁾は、Launder-Ying⁽⁸⁾の非等方性乱流モデルを用いて完全発達領域での第2種二次流れを予測しているが、レイノルズ応力分布などについての解析結果は提示されていない。以上の解析例は、いずれも完全発達を仮定しての解析であり、助走区間距離を含めて、その発達の様子を解析した例は少ない。この点、Garg-Velusamy⁽⁹⁾は助走区間距離を考慮した解析を提示しているが、層流場である。

このように、だ円断面管路に関しては、助走区間距

* 平成4年5月28日 第29回伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成4年3月18日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町2753)。

^{*2} 正員、東京大学工学部 (〒107 東京都文京区本郷7-3-1)。

離を含めた流動挙動について詳細に報告した例は、実験、数値解析とも少ないようである。数値解析においては、境界条件設定が煩雑であり、非等方性乱流モデルの設定が必要などの理由により、助走区間を含めただ円断面管路内の流動現象について言及した報告例はない。

また、前述の第2種二次流れは、コーナ部に顕著に現れることからコーナ流れとも呼ばれ、正方形断面管路、三角形断面管路などにおいては、コーナ部に向かって二次流れが誘起される。上述の点を考慮するとだ円断面管路は、このコーナ部を明りょうに定義できない特異な管路であり、乱流統計量を予測し、第2種二次流れの発達挙動について検討を加えることは興味あるところである。

以上の点より、本研究においてはCain-Duffy⁽³⁾の行った実験を対象とし、彼らの提示した実験データと解析結果を比較しながら、その助走区間も含めて数値解析を行い、その流動特性を明らかにすることを目的とする。

2. 記 号

- a : だ円断面の長軸長さの半分
 b : だ円断面の短軸長さの半分
 $c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2'$
 : 経験定数
 D_h : 水力直径
 f : 摩擦係数 $= D_h(-\partial P/\partial x_1)/(\rho U_b^2/2)$
 $f(L/x_w)$: 壁の影響を示す関数
 k : 乱流エネルギー
 P : 時間平均圧力
 Re : レイノルズ数 $= U_b D_h/\nu$
 u_i : i 方向時間変動速度成分
 $\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力
 U_i : i 方向時間平均速度成分
 U_b : 混合平均速度
 U_c : $x_1/D_h=97$ における管中心速度
 U_r : 摩擦速度
 x_i : 物理平面上の i 方向座標軸
 ξ, η, ζ : 変換座標系における座標軸
 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ
 ε : 乱流散逸
 ν : 粘性係数
 π_{ij} : 圧力-ひずみ相関項
 ρ : 密度

3. 解 析 手 法

3.1 計算対象モデル 解析対象モデルとしては、Cain-Duffy⁽³⁾の行った、長短軸比2の、だ円断面管路内流れを選択した。図1に座標系と共にその形状を示す。Cainらは、長短軸比2(10.16 cm×5.08 cm), 1.5(5.72 cm×3.81 cm)の2種類の管路に対し、作動流体には空気を用いて、摩擦係数値を詳細に測定、円管のそれと比較している。測定は完全発達領域にて行うため、長短軸比2のだ円管路に対しては、 $97D_h$ の助走区間距離を設けている。数値計算においても、実験状態を正確に踏襲する意味より $97D_h$ の助走区間を設けて解析を行う。正方形断面管路における実験などを参照すれば、助走区間距離 $97D_h$ は十分発達した流れであると考えられる。

また、Cainらはレイノルズ数を変化させて実験を行っているが、長、短軸上の主流方向速度分布など、比較できるデータが明示されているのは、 $Re=1.0 \times 10^5$ 近傍である。この意味より $Re=1.0 \times 10^5$ に設定し計算を行うこととした。計算領域は、系の対称性を考えて図1に示す斜線部分として計算格子は図2に示すように設定した。計算格子数は、Gosman-Rapley⁽⁷⁾の計算結果を参照して、 $\xi \times \eta \times \zeta = 15 \times 15 \times 50$ とした。図2に示す本解析の計算格子の設定は、Gosman-Rapley⁽⁷⁾とまったく異なるが、彼らは完全発達乱流問題として、 15×10 の格子点を用いて解析を行っている。

3.2 レイノルズ応力方程式 レイノルズ応力方程式の厳密式は次式に示される。

$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

P_{ij} : production π_{ij} : pressure-strain correlation

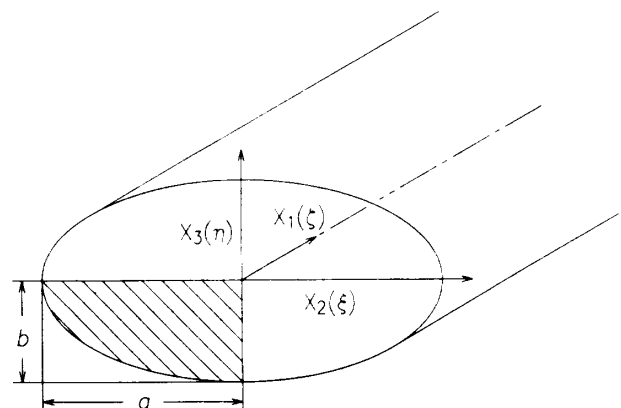


図1 解析モデルと座標系

$$-\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right]$$

Diff_{ij}; diffusion

$$-2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}$$

ε_{ij}; dissipation

.....(1)

数値計算のうえで障害となる対流項、拡散項に対しては、Rodi⁽¹⁰⁾ 近似を適用し、代数応力モデルとして解析する。この Rodi 近似は $(\overline{u_i u_j}/k)$ の変化が比較的緩慢であるときに成立するモデルであり、本解析のように直管流れで、流れ変化が小さい場合には、妥当な近似と思われる。同時に、代数応力モデルとすることにより、近接空間での物理量の相互依存性が、薄れる作用があるという問題を内包するものも事実である。

モデル化のうえで問題となる圧力・ひずみ相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良し、モデル構築を行った。導出の詳細は別報⁽¹¹⁾ に示した。モデル化された圧力・ひずみ相関項、ならびに定数系を、表 1、2 におおの示す。表 1 中に現れる $f(L/x_w)$ は、壁の影響を示す関数であり壁面近傍で 1 となり、壁から離れるにつれて零に近づく。また、 x_w は、壁からの距離を示しており、これは、Gibson-Lauder⁽¹²⁾ により提案されているものを用いる。

散逸項 ε_{ij} は、高レイノルズ数流れ場で、局所等方向性を仮定することにより、次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad \text{.....(2)}$$

以上でレイノルズ応力方程式のモデル化は完了する。

著者らは、以上に示した高レイノルズ型モデルを用いて正方形断面助走区間流れの解析⁽¹¹⁾ を行い妥当な結果を得たことより、本解析においてもこの種の高レイノルズ型モデルを用いることとした。

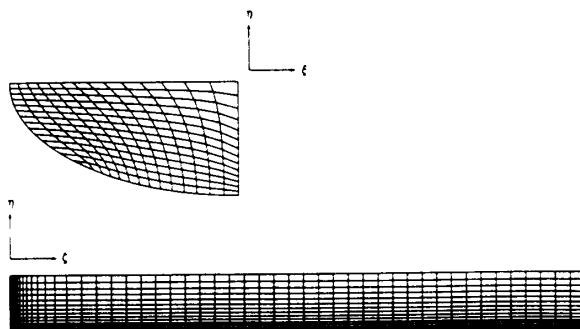


図 2 計算格子

3・3 境界適合座標

本解析のようなだ円断面管路を解析する場合には、数値解析のうえから、境界条件の設定が問題となるが、ここでは、境界適合座標系を用いて解析することにした。境界適合座標系を用いた計算手法は、物理平面より計算平面に座標変換し、計算平面において支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。

運動方程式、乱流エネルギー、散逸方程式については別報⁽¹³⁾ にて、使用した定数系も含め、境界適合座標系における、その変換手法について示した。ここでは、代数式としてモデル化されたレイノルズ応力方程式の変換手法について説明する。モデル化された方程式は次のように示される。

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon) = P_{ij} + (\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) + (\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}) - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad \text{.....(3)}$$

上式中、変換の必要となる項は、生成項、圧力・ひずみ相関項中の、速度こう配であり、次の数学定理

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \text{.....(4)}$$

より、各速度こう配を計算平面上に変換する。このとき、数値解の安定性を図る意味よりレイノルズ応力は速度こう配を含む項と残余項とに分け

$$-\overline{u_i u_j} = \left(\frac{a}{b} \right)_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{c}{a} \right)_{ij} \quad \text{.....(5)}$$

とし、レイノルズ応力を、運動方程式の拡散係数の一部として取り込む。本モデルの場合、 $(a/b)_{ij}$ の一部を例にとれば次のように示される。

表 1 圧力・ひずみ相関項のモデル化

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-c_1 \frac{a}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{c_2 + \frac{8}{11}}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$ $-\frac{8c_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$(\pi_{ij} + \pi_{ji})_w$	$c_1 = c_1' + c_1' f(\frac{1}{x_w})$, $c_2 = c_2' + c_2' f(\frac{1}{x_w})$, $\zeta = \zeta' + \zeta' f(\frac{1}{x_w})$

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$$

$$P_k = -\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$$

$$D_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$$

表 2 圧力・ひずみ相関項中の定数系

c_1'	c_2'	ζ'	c_1'	c_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{b}{a}\right)_{11} &= \frac{1}{(P_k/\epsilon)-1+c_1} \left[\frac{2k}{\epsilon}(1+3\beta)\overline{u_1^2} + \frac{2\zeta}{\epsilon}k^2 \right] \\
 \left(\frac{b}{a}\right)_{22} &= \frac{1}{(P_k/\epsilon)-1+c_1} \left[\frac{2k}{\epsilon}(1+3\beta)\overline{u_2^2} + \frac{2\zeta}{\epsilon}k^2 \right] \\
 \left(\frac{b}{a}\right)_{33} &= \frac{1}{(P_k/\epsilon)-1+c_1} \left[\frac{2k}{\epsilon}(1+3\beta)\overline{u_3^2} + \frac{2\zeta}{\epsilon}k^2 \right] \\
 \left(\frac{b}{a}\right)_{12} &= \left[\frac{P_k}{\epsilon}-1+c_1 + \frac{k}{\epsilon}(1+3\beta) \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_1}{\partial x_1} \right) \right]^{-1} \\
 &\quad \times \left[\frac{k}{\epsilon}(1-\alpha-\beta)\overline{u_2^2} + \frac{k}{\epsilon}(4\beta+\alpha)\overline{u_1^2} + \frac{\zeta k^2}{\epsilon} \right] \\
 \left(\frac{b}{a}\right)_{13} &= \left[\frac{P_k}{\epsilon}-1+c_1 + \frac{k}{\epsilon}(1+3\beta) \left(\frac{\partial U_3}{\partial x_3} + \frac{\partial U_1}{\partial x_1} \right) \right]^{-1} \\
 &\quad \times \left[\frac{k}{\epsilon}(1-\alpha-\beta)\overline{u_3^2} + \frac{k}{\epsilon}(4\beta+\alpha)\overline{u_1^2} + \frac{\zeta k^2}{\epsilon} \right] \\
 \left(\frac{b}{a}\right)_{23} &= \left[\frac{P_k}{\epsilon}-1+c_1 + \frac{k}{\epsilon}(1+3\beta) \left(\frac{\partial U_3}{\partial x_3} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} \right) \right]^{-1} \\
 &\quad \times \left[\frac{k}{\epsilon}(1-\alpha-\beta)\overline{u_3^2} + \frac{k}{\epsilon}(4\beta+\alpha)\overline{u_2^2} + \frac{\zeta k^2}{\epsilon} \right] \\
 \alpha &= \frac{4c_2+10}{11} \quad \beta = -\frac{3c_2+2}{11} \quad \dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

3・4 数値解析 計算領域は、図1に示したように系の対称性を考慮して1/4断面として計算を行った。レイノルズ数は、 $Re=1.0 \times 10^5$ とし、乱流エネルギー、乱流散逸方程式の境界条件に対しては、壁関数を用いた。入口条件は、実験においても不明であるため $k=U_b \times 10^{-5}$ 、 $\epsilon=k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し、出口は、ノイマン条件として計算を行った。数値解析は、有限差分近似により行い、計算諸量の格子点配置は、Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項の差分近似は、QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。圧力については、連続の式を満足するように、速度および圧力の補正を行う手法 (SIMPLE 法) を用いた。

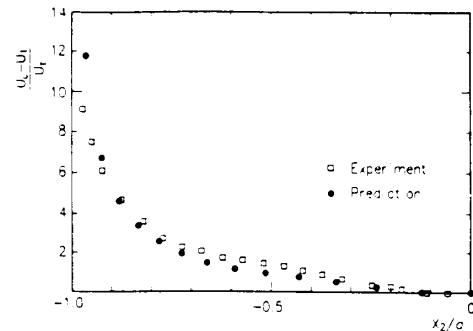
4. 結果と考察

4・1 主流速度分布比較 図3は、だ円長軸 (x_2 軸)、短軸 (x_3 軸) 上における主流方向速度の実験値との比較である。ただし、Cain-Duffy の示した実験データは、 $Re=9.215 \times 10^4$ の結果である。壁面近傍において計算結果は、実験値より大きな値を持つ点を除けば、比較的良好に実験値を予測している。

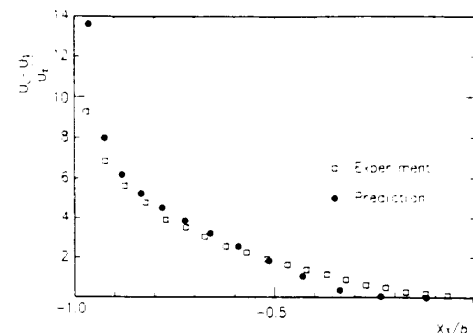
壁面近傍における実験値との差異は、格子配列を壁面近傍にてさらに密にすることにより改善されると思われる。

図4は、完全発達領域における主流方向速度の等値線を Cain-Duffy の実験結果、および、本解析結果と比較したものである。Cain-Duffy の測定結果は、 $Re=1.195 \times 10^4$ における実験結果である。実験結果において、特徴的な点として、長軸に沿って等値線図は、突き出たような分布を持ち、等値線の途中でひずんだ分

布を持つことが挙げられる。本解析結果においては、等値線途中で大きくひずむことはないものの、長軸に沿って突き出た部分をしており、同様な傾向を示している。この等値線図のひずみは、乱れの非等方性により誘起される、第2種二次流れによるものと解釈される。したがって Cain-Roberts-Barrow⁽⁵⁾ も、だ円断面管内乱流の数値解析を行っているが、Van-Driest の混合長理論を用いた等方性乱流モデルを用いているた



(a) 長軸上主流方向速度



(b) 短軸上主流方向速度

図3 長、短軸上の主流方向速度比較

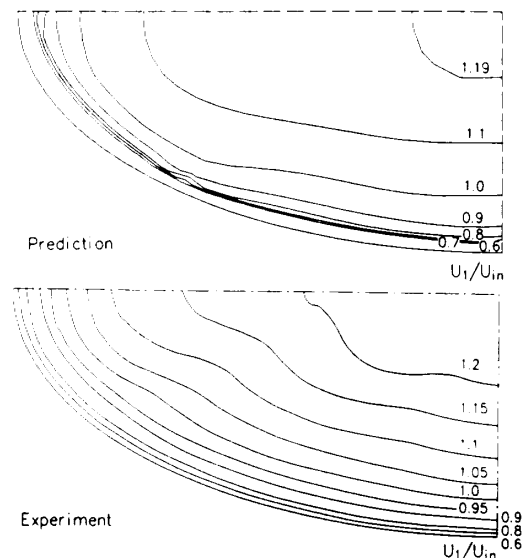


図4 主流方向速度線図比較

め、この等値線の突出しを予測してはいない。

また、解析結果の0.8, 0.9の等値線に注目すると、 $x_2/a = -0.66$ の壁面近傍にて、等値線にひずみが認められるが、これは、図2に示したように計算格子がこの位置において他の格子と比較しても大きく変形していることに起因しているものと考えられる。

図5は、摩擦係数値を比較したものである。Gosman-Rapley⁽⁷⁾の計算結果も同時に示した。Gosman-Rapley⁽⁷⁾は、Launder-Ying⁽⁸⁾の代数応力モデルを用いて、本計算対象と同じ長短軸比2のだ円断面管路に対して計算を行っている。摩擦係数値は次式より算出できる。

$$f = \frac{D_h(-\partial P/\partial x_1)}{(\rho U_b^2/2)} \dots\dots\dots (7)$$

このとき、圧力こう配の値の算出に際しては、図6に示す流れ方向への断面平均圧力の発達分布より算出した。特徴的な点として、実験結果、および本解析結果は、プラントル・カルマン公式の円管における摩擦係数値より大きな値を持つことが挙げられる。これは、第2種二次流れ発生による圧力損失増大に起因するものと解釈される。これに対して、Gosman-Rapleyのモデルにおいては、 Re 数変化による摩擦係数値のこう配では、比較的一致しているものの、その絶対値を低めに予測している。 $Re = 1.0 \times 10^5$ での実験摩擦係数は、

$f = 4.983 \times 10^{-3}$ であるのに対して、本計算結果は、 $f = 5.202 \times 10^{-3}$ と多少高めの値を示している。

図6は、断面平均圧力の主流方向への発達の様子であるが、入口部において圧力が変動しているのは、計算においては一様流で流入するため粘性による速度欠損が大きいと解釈される。また、前述の圧力こう配値算出の場合は、 $72.0D_h$ 以降の圧力分布をもとに、こう配値を算出した。

4.2 第2種二次流れ検討 図7には、完全発達乱流領域にあたる $x_1/D_h = 94.5$ における第2種二次流れの計算結果、および Gosman-Rapley⁽⁷⁾の計算結果を、図8には同じ位置における、垂直応力の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ 、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ 分布の計算結果を示してある。これらの乱流特性量は、第2種二次流れを誘起させる要因となる乱流量である。

図7より、第2種二次流れは、1/4断面において一つの大きな渦を形成することが理解できる。正方形断面、三角形断面管路など、コーナ部が明りょうに存在する流れにおいては、コーナと断面重心とを結ぶ線を挟んで、一対の渦を形成することになるが、だ円断面管路の場合にはコーナ部を持つ流れとは、その様相を異にするようである。Gosman-Rapleyも、本計算結果と同様な第2種二次流れを予測しているが、両者を比較すると、本計算結果は、長軸、短軸近傍にて、Gosmanらのベクトル値より小さな値を持つこと、渦中心位置も異なることがわかる。

また、この第2種二次流れは図8に示す垂直応力の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ 、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ 分布のこう配値により発生するものと解釈される。これらの計算結果より、

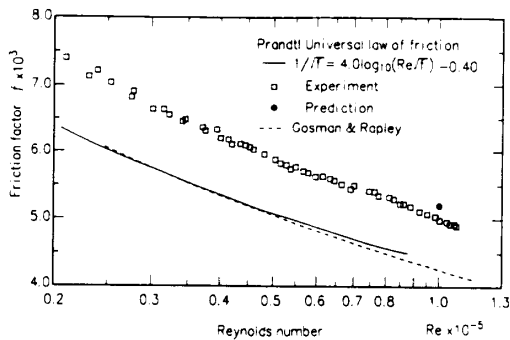


図5 摩擦係数値比較

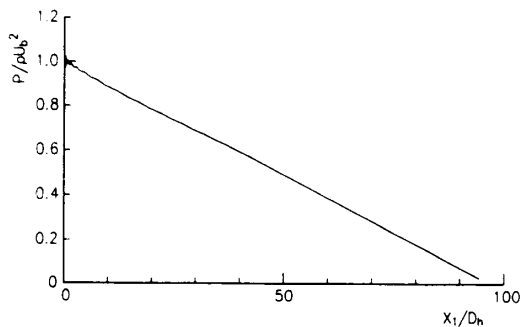


図6 断面平均圧力の発達

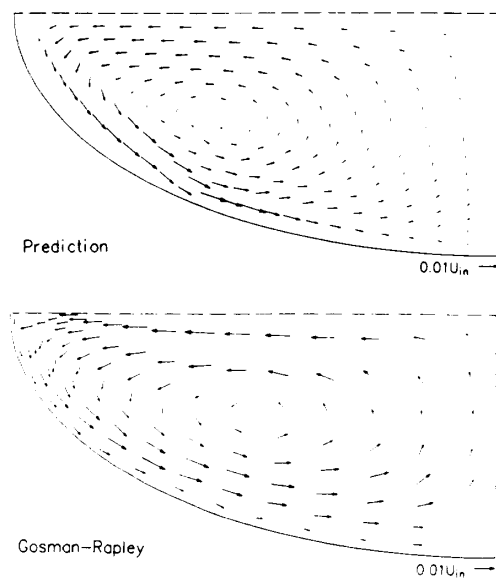


図7 第2種二次流れベクトル図比較

垂直応力の差の等値線群は、壁面近傍にて等値線間隔が密となり、せん断応力は $x_2/a = -0.62 \sim -0.92$ の壁面近傍に等値線が集中し存在することがわかる。このことより、 $x_2/a = -0.62 \sim -0.92$ に位置する壁近傍においては、主流方向渦度が比較的大きな値を持ち第2種二次流れが発生するものと考えられる。この壁面より誘起された流れは、壁面に沿って短軸方向に向かって流れる結果、流量バランスを保つため長軸上近傍の流体を引き込み、大きな一つの渦を形成することになる。

次に、図8に示す垂直応力の差、せん断応力分布について、コーナ部を持つ管路におけるそれらの分布と比較すると、垂直応力分布は、だ円管路の場合零ラインを挟んで異符号領域を持つが、この分布形状は、コーナ部流れについても認められる。一方、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ は、だ円断面管路の場合、壁面に沿って発達しているが、正方形断面管路、三角形断面管路においては、その対角線上に沿って発達した分布となり、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ の分布は、コーナ部を持つ流れとは異なるようである。

次に、第2種二次流れの流れ方向への発達の様子について検討を加える。図9は、 $x_1 = 9.5D_h$, $22.0D_h$, $94.5D_h$ における第2種二次流れベクトル線図、垂流方向速度成分 U_2 , U_3 の等値線図を示したものである。また、図10は、断面中心部における主流速度、乱流エネルギーの主流方向への発達の様子を示したものである。一般に、この種の助走区間流れにおいては、壁面より成長した境界層が徐々に発達し、やがて中心部に到達し、互いに干渉し合い運動量交換を活発に行う

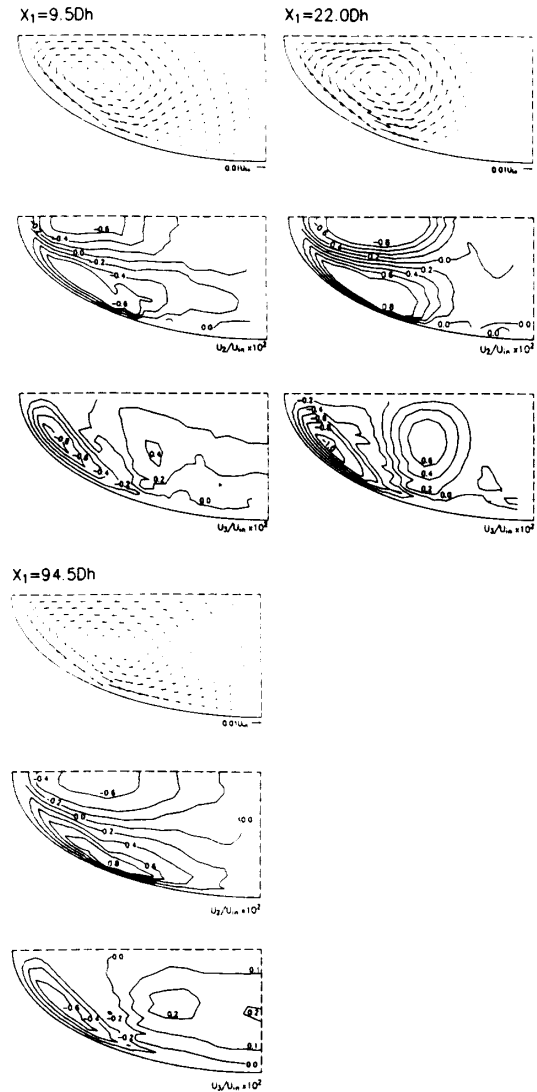


図9 第2種二次流れの発達

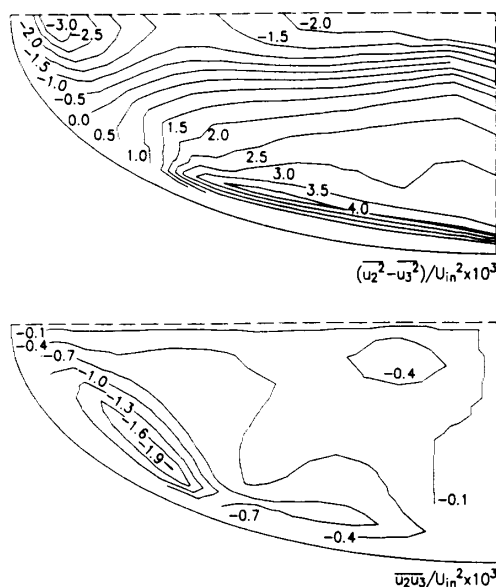


図8 垂直応力の差、せん断応力等値線図

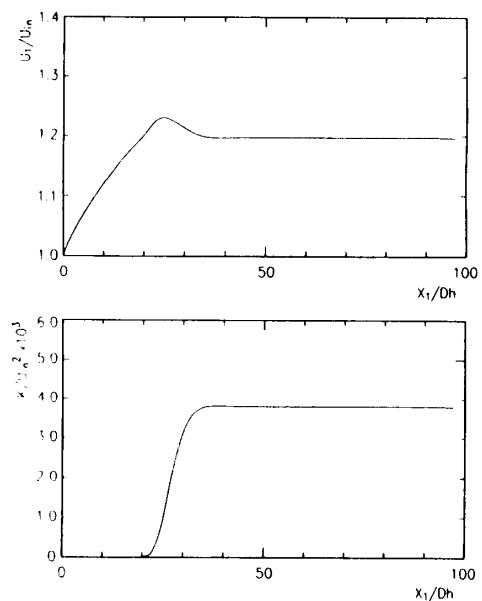


図10 中心部主流速度、乱流エネルギーの発達

結果、主流中心速度はこの位置においてピーク値を取ることが知られている。 $x_1=22.0D_h$ は、図10に示すとおりほぼこの位置に相当する断面である。この位置において、垂流方向速度 U_2 では、他の位置に比べ ± 0.8 の等値ラインが、 x_2 軸、壁面近傍に沿って大きく張り出し、 U_3 では、壁面近傍にて -1.0 の等値ラインが存在することにより、第2種二次流れは運動量交換が最も活発に行われているこの位置において最大値を持つものと思われ興味深い。

この位置より上流に位置する $x_1=9.5D_h$ の断面では、 $x_2/a=-0.71\sim-0.88$ の壁面近傍にて比較的大きな値の第2種二次流れが発生しており、この範囲の壁面近傍にて、第2種二次流れが誘起されていることをうかがわせる。この点は、 $x_1=9.5D_h$ 断面に限らず、他の断面でも同様に観察される。

完全発達領域にあたる $x_1=94.5D_h$ の位置においては、第2種二次流れの値は、 $x_1=22.0D_h$ のそれと比べ、減少していることがわかる。したがって第2種二次流れは、 $x_1=22.0D_h$ の位置で最大値を取った後、減少しながら一定値へと漸近していくものと考えられる。これは、中心部主流速度と同様の発達挙動(図10)を示している。完全発達領域においては、第2種二次流れは、全領域にわたりベクトル値を持ち、大きな渦を形成することも特徴的な点として挙げられる。

以上の考察より、だ円断面管路内の第2種二次流れは、次のような過程を経て発達していくものと考えられる。第2種二次流れは、ほぼ $x_2/a=-0.6\sim-0.9$ の壁面近傍にて生成される乱れにより発生し、その壁面に沿いながら、短軸方向に向かって流れる。その結果として、長軸近傍の流体が引き込まれ1個の渦へと成長していく。この間、前述の $x_2/a=-0.6\sim-0.9$ の範囲にあたる壁面では、第2種二次流れを誘起する乱れが生成されている。さらに発達すると、運動量交換が最もさかんに行われる位置でピーク値を取った後、一定値へと減少しながら漸近していくものと考えられる。

著者らは、これまで正方形断面⁽¹⁴⁾、三角形断面管路の助走区間⁽¹⁵⁾における、第2種二次流れの発達過程について検討を行ってきたが、いずれの場合も、第2種二次流れは、運動量交換が最も盛んに行われ、主流方向速度がピーク値を持つ位置近傍において最大値を取り、その後減少しながら一定値へと漸近していく発達過程を示す結果となった。本解析のだ円断面管路においても同様の結果を示し、このことは、この種の流れに特徴的な第2種二次流れは、その断面形状によらず共通した発達過程を経て成長していくことを示唆し

ているものと考えられる。

図10には、中心部の主流方向速度、乱流エネルギーの発達挙動を示したが、乱流エネルギーは、主流方向速度がピーク値を取った後に最大値を取り、主流方向速度ほど明瞭にはピーク値を示していない。正方形断面、三角形断面管路の計算結果においては、主流方向速度がピーク値を取った後に、乱流エネルギーが最大値を取る点では一致するが、乱流エネルギーのピーク値は明らかに認められ、だ円断面のそれとは結果を異にしている。このように乱流エネルギーのピークに関して、コーナ部を持つ管路と差異が認められるが、この要因が、その断面形状に左右されるかどうかについては、今後さらに検討が必要となろう。

4.3 乱流特性量 工学各分野にて問題となる物質移動、化学反応現象、拡散現象などは、レイノルズ応力に代表される乱流統計量分布と深い相関がありこれらの乱流特性量を予測しておくことは有意義なことである。

図11から図13に、完全発達領域の位置にあたる $x_1=94.5D_h$ での乱流エネルギー、せん断応力 $\overline{u_1u_2}$ 、 $\overline{u_1u_3}$ の各等値線図を示す。乱流エネルギー分布において、等値線7.0、8.0のラインは、 $x_2/a=-0.33$ 付近にて、その等値線がひずんでいることがわかる。これは、第2種二次流れによるものであり、先に示した主流方向速度等値線図より、そのひずむ割合が大きいことが特徴的である。また、 $x_2/a=-0.66$ の壁面近傍において等値線が急に密な分布となっているが、これは、図2

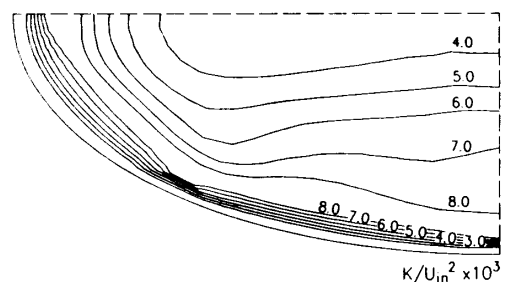


図11 乱流エネルギー等値線図

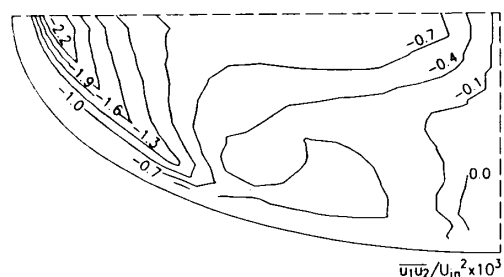
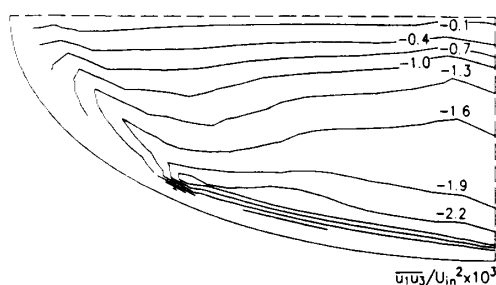


図12 せん断応力 $\overline{u_1u_2}$ 等値線図

図 13 セン断応力 $\overline{u_1 u_3}$ 等値線図

に示す計算格子形状に起因している。

図 12 は、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の等値線図分布であるが、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の分布(正方形断面管路においては、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ も含まれる)は、左右対称軸にあたる、 x_3 軸近傍にて異符号領域をとることが実験⁽¹⁶⁾、および計算⁽¹⁷⁾において指摘されており、この種の発達助走区間乱流を特徴づけている。この現象も、主流方向速度等値線が第 2 種二次流れによりひずまされる結果生じるものと解釈される。本解析のだ円断面管路においても、 x_3 軸近傍に零ラインが認められ、その面積比は小さいものの、異符号領域は認められる。

図 13 は、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ の等値線図を示しているが、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ は、 x_2 軸に平行な等値線図を持って、 x_3 軸上を中心部に向かって発達していくことが理解できる。最大値は x_3 軸の壁面近傍にて認められる。対照的に、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ は、 x_2 軸に平行的な等値線を持って、 x_2 軸上を中心部に向かって発達していく、最大値は、 x_2 軸壁面近傍にて認められる。ただし、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 分布の方が、等値線図は大きくゆがんだ分布の様相を呈しているのが特徴的である。

5. 結 論

非円形断面管路においては、その非等方性乱流に起因される第 2 種二次流れが存在する。この第 2 種二次流れは、コーナ部に向かって流れることより、コーナ流れとも呼ばれるが、だ円断面管路はこのコーナ部が特定できない管路であり、その二次流れ発生は興味あるところである。本解析では、このだ円管路を解析対象とし、対流項、拡散項を代数式で近似したレイノルズ応力モデル、境界適合座標系を導入し、助走区間距離も含めて解析を行った。解析結果を、Cain-Duffy の示した実験結果と比較しながら、第 2 種二次流れ、乱流特性量などについて検討を加え、次の結論を得た。

(1) だ円長軸、短軸上の主流方向速度分布を実験データと比較すると、壁面近傍を除いて、本解析は比較的良好に実験結果を予測している。

(2) 実験、解析結果とも摩擦係数値は、円管のそれより高い値を示し、本解析結果は、実験値より多少高い値を示すものの比較的良好一致している。

(3) 第 2 種二次流れは、その発生要因となる、垂直応力の差 ($\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}$)、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ が大きく変化する長軸に近い壁面近傍にて誘起され、壁面に沿って、短軸方向に向かって流れる。その結果、長軸近傍の流体が引き込まれ、一つの大きな渦を形成していく。

(4) この第 2 種二次流れは、壁面より発達した境界層が互いに干渉し合い、運動量交換が最も盛んに行われる位置で最大値を取った後、減少しながら一定値へと漸近していく。この発達過程は、非円形断面管路において共通した現象であると解釈される。

(5) セン断応力 $\overline{u_1 u_3}$ 分布においては、短軸近傍に異符号領域が認められ、正方形断面、三角形断面管路において従来指摘されている現象と符合する。

文 献

- (1) Cain, D., Roberts, A. and Barrow, H., *Warme Stoffübertrag.*, 2 (1973), 101-107.
- (2) Barrow, H. and Roberts, A., *Proc. 4th Int. Heat Transf. Conf.*, (1970), Paper No. FC4.1
- (3) Cain, D. and Duffy, J., *Int. J. Mech. Sci.*, 13 (1971), 451-459.
- (4) Duffy, J. and Cain, D., *Aeronaut. J.*, (1972), 371-373.
- (5) Cain, D., Roberts, A. and Barrow, H., *Proc. I. Mech. E. Conf. Compact High Duty Heat Exchange.*, (1972), 39-46.
- (6) Van Drist, E. R., *J. Aeronaut. Sci.*, 23 (1956), 1007-1011.
- (7) Gosman, A. D. and Rapley, C. W., *Recent Advances in Numerical Methods in Fluids*, (1980), 335-399, Pineridge Press.
- (8) Launder, B. E. and Ying, W. H., *Heat Fluid Flow*, 3-2 (1973), 115-121.
- (9) Garg, V. K. and Velusamy K., *Int. J. Eng. Fluid Mech.*, 2 (1989), 177-196.
- (10) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, 56 (1976), 219-221.
- (11) 杉山・秋山・芦沢, 機論, 56-531, B (1990), 3328-3335.
- (12) Gibson, M. M. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, 86 (1978), 491-511.
- (13) 杉山・秋山・平田・上野, 機論, 57-539, B (1991), 2269-2276.
- (14) 杉山・秋山・柴田, 機論, 57-535, B (1991), 1044-1050.
- (15) 杉山・秋山・平田・上野, 機論, 57-541, B (1991), 2943-2949.
- (16) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, 78 (1976), 289-315.
- (17) Nakayama, A., Chow, W. L. and Sharma, D., *J. Fluid Mech.*, 128 (1983), 199-217.