

正三角形断面管路内助走区間発達乱流場の再配分化現象解析*

杉 山 均^{*1}, 秋 山 光 庸^{*1}, 平 田 賢^{*2}
上 野 智 志^{*3}, 二 宮 尚^{*1}Numerical Analysis of Redistribution of Turbulent Energy in an
Equilateral Triangular Duct by means of a Reynolds Stress ModelHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA, Masaru HIRATA,
Satoshi UENO and Nao NINOMIYA

A numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in an equilateral duct by a modified Reynolds stress equation model. Governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. Special attention was paid to the developing process of secondary flow of the second kind and redistribution process of turbulent energy. The calculated results suggest that the secondary flow of the second kind is generated in a corner region by anisotropy turbulence and it has maximum value at which momentum transfer is caused actively by interaction with the boundary layer. In addition, it was clarified that the interaction terms of mean strain and fluctuating velocities played more important roles in the redistribution process than the interaction term of fluctuating velocities.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate Systems, Equilateral Triangular Duct

1. 結 言

工業上見受けられる各種管路には、非円形断面管路も数多く見られる。この種の管路には、乱れの非等方性により二次流れが存在する。非等方性乱流に特有なこの二次流れは、圧力こう配により発生する二次流れ(第1種二次流れ)と区別して第2種二次流れと呼ばれている。この第2種二次流れは混合平均速度の数%と小さな値であるが、主流等速度線、等温線図をひずませる結果、管摩擦特性、伝熱特性などに少なからぬ影響を与える。特に管群が多数配列された場合などはこの第2種二次流れの影響は顕著となり、この種の流れを正確に予測することが、その伝熱特性を把握する上で必要となる。

非円形断面管路内乱流に関する研究は、実験解析、数値解析とも数多くの研究が報告されている。しかし、その多くはく形断面形状を有する管内流であり、本解析で扱おうとしている三角形断面管路の解析例は少ない。Gosman-Rapley⁽¹⁾はAly-Trupp-Gerrard⁽²⁾の実

験データを対象とし、Gessner-Emery⁽³⁾の乱流モデルにLaunder-Ying⁽⁴⁾の定数系を用いて数値計算を行っているが、平均速度場、垂直応力の比較にとどまり、せん断応力分布などについては言及していない。この点、著者らは、レイノルズ応力方程式中の、圧力-ひずみ相関項を一部改良した乱流モデル⁽⁵⁾を用いて、せん断応力も含め、Alyらの実験と比較検討し両者の差異分析を行っている⁽⁶⁾。また、著者らは、これまで、正方形断面管路内助走区間発達乱流の解析を行ってきており、この種の流れの特徴を明らかにする意味からも、三角形断面管路内流れを対象とした。

従来、この種の第2種二次流れを含む非円形断面管路内乱流の解析において、助走区間領域における第2種二次流れの発達の様子、あるいはレイノルズ応力方程式を構成する各項の変化について言及した論文は少ない。Gessner-Po-Emery⁽⁷⁾は正方形断面管路において、実験データを用い、レイノルズ応力方程式中の各項について検討を加えているが、三角形断面管路について報告した例は見られない。さらにレイノルズ応力方程式中、特に重要な圧力-ひずみ相関項を構成する各項の挙動について検討を加えた報告は見られない。この圧力-ひずみ相関項は、特定の乱流レベルが極端に大きくならないよう抑制する働きを持ち、乱れの非

* 平成3年10月17日 第69期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成3年6月7日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。

^{*2} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)。

^{*3} 花王(株) (〒103 東京都中央区日本橋茅場町 1-14-10)。

等方性を支配する項である。したがって、圧力-ひずみ相関項を構成する各項の挙動を調べるにより、乱れの再配分が、いかなる項により行われるのかを明らかにすることができ、乱流モデル構築の上からも重要である。

以上の観点から本研究では、助走区間領域における第2種二次流れの発達について検討することを第1の目的とする。また、モデル化されたレイノルズ応力方程式を構成する各項について検討すると同時に、モデル化の上で特に問題となる圧力-ひずみ相関項を構成する各項についても、助走区間領域も含め検討することを第2の目的とする。数値計算に際しては、助走区間発達乱流の流動を考慮した三次元だ円形方程式を解くこととし、境界条件の設定が容易な境界適合座標系を導入した。

2. 記 号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2'$: 経験定数

D_h : 水力直径

$f(1/x_w)$: 壁の影響を示す関数

H : 正三角形重心より各辺への垂直距離

H' : 正三角形重心と頂点との距離

k : 乱流エネルギー

L : 正三角形一辺長の半分

P : 時間平均圧力

P_{ij} : レイノルズ応力生成項

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$

u_i : i 方向時間変動速度成分

$\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力

U_i : i 方向時間平均速度分布

U_m : 主流方向入口速度

x_i : 物理平面上の i 方向座標軸

δ_{ij} : クロネッカーのデルタ

ξ, η, ζ : 変換座標系における座標軸

ϵ : 乱流散逸

ν : 粘性係数

$\pi_{ij} + \pi_{ji}$: 圧力-ひずみ相関項

ρ : 密度

3. 解析手法

3.1 計算対象空間 計算対象モデルは、Aly-Trupp-Gerrard⁽²⁾ の行った正三角形断面管路内流れである。Aly は、レイノルズ数 53 000 から 107 000 の範囲で行っているが、各種レイノルズ応力分布が明示されている $Re=53\,000$ を対象として解析を行うこととした。また、主流方向の計算領域は、彼らの実験装置

に合せ助走区間入口より主流方向に $133D_h$ とした。

図1は計算対象空間と座標系を示してある。計算領域は系の対称性を考慮して図1に示す斜線部分とし計算格子は、物理量変化の大きい壁面近傍にて密となる不等間隔格子とし計算格子数は、 $\xi \times \eta \times \zeta = 15 \times 15 \times 50$ とした。

3.2 レイノルズ応力方程式 レイノルズ応力方程式の厳密式は次式に示される。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} = & -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ & P_{ij}; \text{production} \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ & \pi_{ij}; \text{pressure-strain correlation} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right] \\ & \text{Diff}_{ij}; \text{diffusion} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \dots\dots\dots (1) \\ & \epsilon_{ij}; \text{dissipation} \end{aligned}$$

式(1)中、対流項、拡散項に対しては Rodi⁽⁹⁾ 近似を用いて代数応力モデルとして解析する。Rodi 近似は、 $(\overline{u_i u_j} / k)$ の流れ方向への変化が、比較的緩慢であることを仮定して、対流項、拡散項に含まれる $(\overline{u_i u_j} / k)$ の項を省略し、レイノルズ応力を代数式で表現した近似法である。この Rodi 近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとすることにより近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

問題となる圧力-ひずみ相関項のモデル化に際しては、四次相関に付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行った。モデル化された圧力-ひずみ相関項、ならびに定数系を表1, 2に示す。導出の詳細については前報⁽⁵⁾に示した。表1, 2中に現れる $f(1/x_w)$ は壁の影響を示す関数であり壁面近傍で1、壁から離れるに

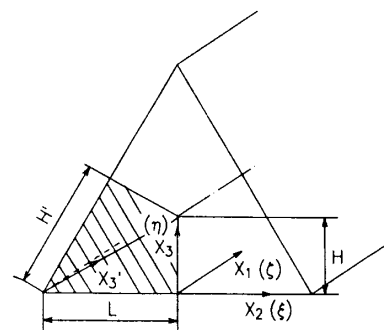


図1 計算対象モデルと座標系

つれ零に近づく。また、 x_w は壁からの垂直距離を示しておりここでは、Gibson-Lauder⁽⁹⁾ により提案されているものを用いている。

散逸項は、高レイノルズ数流れ場で局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \dots \dots \dots (2)$$

以上のレイノルズ応力モデルの妥当性については、完全発達領域における Aly らの実験データとの差異分析を通し検討を行っている⁽⁶⁾。

3.3 数値解析 計算領域は、図1に示したように系の対称性を考慮し1/3断面として計算を行った。レイノルズ数は前述のよう $Re=53\,000$ とし、乱流エネルギー、乱流散逸方程式の境界条件に対しては、壁関数を用いた。入口条件は、実験においても不明であるため $k=U_b \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon=k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し、出口はノイマン条件として計算を行った。数値解析は有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項の差分近似は、QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。圧力については、連続の式より圧力補正式を導き連続の式を満足するように、速度および圧力の補正を行う手法 (SIMPLE 法) を用いた。また、数値計算においては、境界条件の設定が容易な境界適合座標系を導入しているが、その解析方法については、別報⁽¹⁰⁾ にて詳述した。

4. 結果と考察

4.1 第2種二次流れの発達 古くより、第2種二次流れの存在は知られ、多くの研究が実験的にも理論的にも報告されているが、助走区間において、第2種二次流れの発達の様子について報告された研究は少ないようである。この観点より、著者らは、正方形断面管路内乱流場においてこの第2種二次流れの発達について報告したが⁽¹¹⁾、三角形断面管路でも検討し、その差異についても考察を加える。

図2は、 $x_1=10.0D_h$ 、 $42.0D_h$ 、 $130.2D_h$ における第2種二次流れ、垂直応力の差 ($\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}$)、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ 、垂流速度 U_2 、 U_3 の等値線図を示している。垂直応力の差、せん断応力は第2種二次流れの発生要因となる特性量である。図3は、主流中心速度、中心部乱流エネルギーの発達の様子を示したものである。 $x_1=42.0D_h$ の位置は、乱流エネルギーがピーク値を持つ位置にほぼ相当している。図3より明らかなように両者のピーク位置には相違が見られ乱流エネルギーのほうが発達が遅い。

表1 圧力-ひずみ相関項のモデル化

$\pi_{1,1} + \pi_{1,1}$	$-c_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u \cdot u} - \frac{2}{3} k \delta_{1,1})$
$\pi_{1,2} + \pi_{1,2}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} (P_{1,2} - \frac{2}{3} P_{1,2}) + \zeta k (\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial u}{\partial x_1})$
$\pi_{1,3} + \pi_{1,3}$	$-\frac{8c_2 - 2}{11} (D_{1,3} - \frac{2}{3} P_{1,3})$
$[\pi_{1,1} + \pi_{1,1}]_{,1}$	$c_1 = c_1' + c_1' f(\frac{1}{x_1})$, $c_2 = c_2' + c_2' f(\frac{1}{x_1})$, $\zeta = \zeta' + \zeta' f(\frac{1}{x_1})$

$$P_{1,1} = -\overline{u \cdot u} \frac{\partial u}{\partial x_1} - \overline{u \cdot u} \frac{\partial u}{\partial x_1}, \quad P_{1,2} = -\overline{u \cdot u} \frac{\partial u}{\partial x_1}$$

$$D_{1,1} = -\overline{u \cdot u} \frac{\partial u}{\partial x_1} - \overline{u \cdot u} \frac{\partial u}{\partial x_1}$$

表2 圧力-ひずみ相関項中の定数系

c_1'	c_2'	ζ'	c_1'	c_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

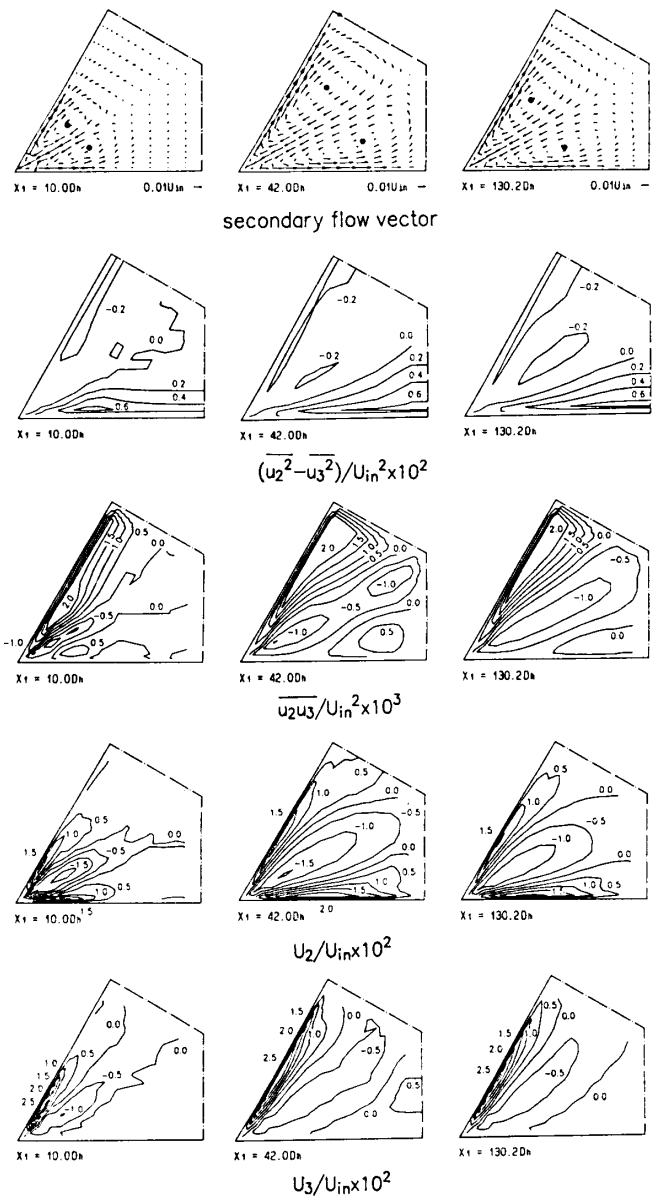


図2 第2種二次流れの発達

図2より、第2種二次流れは、コーナ部近傍に発生し徐々に中心部に向かって発達し、一對の渦を形成する。さらに、各壁面より徐々に発達してきた境界層は、中心部で合流するにいたり、この位置で、運動量交換が活発に行われる。ほぼこの位置にあたる $x_1=42.0D_h$ 以降で示す渦中心はコーナ部へ向かって移動する様子がうかがえる。第2種二次流れの発生要因となる、垂直応力の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ 、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ はおのおの x_2 軸上、および他方の壁面上に沿って大きな値を持っている。垂流速度 U_2 は両壁面に沿って、 U_3 は斜辺壁面に沿って、その値が、発達するにつれ伸びているのが特徴的である。いずれの垂流速度分布においても $x_1=42.0D_h$ において見られる、最大値の占める領域は (U_2 に関しては、底壁面に見られる等値線 2.0 に囲まれた領域、 U_3 に関しては、斜壁面に見られる等値線 2.5 に囲まれた領域)、 $x_1=130.2D_h$ では縮小する傾向にあり、第2種二次流れは、運動量交換が盛んに行われる領域において最大値をとることをうかがわせる。したがって、この地点における各等値線図のコーナ部への突出は、完全発達領域におけるそれよりも顕著に観察される。

以上の考察より、この第2種二次流れはコーナ部壁面近傍で生成される乱れにより発生し、各壁面に沿って流れる。その結果として対角線上の流体が引き込まれ一對の渦へと成長していく。この間コーナ部壁面で

は第2種二次流れを誘起する乱れが生成される。さらに発達すると、運動量交換が最も盛んに行われる位置でピーク値をとった後、一定値へと減少しながら漸近していくものと考えられる。この挙動は、正方形断面管路内での第2種二次流れの発達と同様の結果を示しており、この種の流れに共通した特徴的な現象といえる。

4.2 レイノルズ応力方程式における各項の効果
モデル化されたレイノルズ応力方程式は次のように示される。

$$-\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon) + P_{ij} + [\pi_{ij} + \pi_{ji}]_1 + [\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2 - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

左辺第1項は、Rodi 近似より対流項、拡散項をモデル化した式であり右辺より移項し示してある。第2項目は生成項、第3、4項目は、それぞれ圧力-ひずみ相関項中の変動速度成分間の相互作用による項、変動速度こう配と平均速度こう配の相乗効果による項を示している。第5項目は散逸項を示す。各項は符号を含めて算出しその得失を明らかにする。Rodi 近似を行った左辺第1項は、便宜的に Rodi term として図中では示す。

図4は、完全発達領域、 $x_1=130.2D_h$ での x_3 軸上における垂直応力の各項を導出した結果である。垂直応力成分を構成する項のうち生成項に注目すると生成項が最も大きな値を持つのは、主流方向垂直応力 $\overline{u_1^2}$ であり、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$ の生成項はそれと比較して小さな値をとる。また $\overline{u_1^2}$ の各項において $[\pi_{11} + \pi_{11}]_1$ 、 $[\pi_{11} + \pi_{11}]_2$ は損失側へ、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$ のそれは利得側へ位置している。これらより、 $\overline{u_1^2}$ は、その生成を圧力-ひずみ相関項により失い、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$ の生成は、圧力-ひずみ相関項により行われることが理解できる。 $\overline{u_1^2}$ 、 $\overline{u_2^2}$ の圧力-ひずみ相関項を構成する $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_1$ 、 $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ は、両者とも同程度の値を持つのに対し、 $\overline{u_3^2}$ においては、 $[\pi_{33} + \pi_{33}]_2$ が生成に関し大きな値を持つことが特徴的である。

図5は、図4と同位置における、せん断応力を構成する各項について算出した結果を示す。せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$ 、 $-\overline{u_1 u_3}$ の生成項 P_{12} 、 P_{13} が利得を示しているのに対し、 $-\overline{u_2 u_3}$ の生成項は損失側に位置しているが、変動速度こう配と、平均速度こう配の相乗効果による項 $[\pi_{23} + \pi_{32}]_2$ は、利得側に位置し $-\overline{u_2 u_3}$ の生成に寄与していることがわかる。逆に、 $-\overline{u_1 u_2}$ 、 $-\overline{u_1 u_3}$ の $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ は、損失側に位置し各せん断応力の生成を抑制してる。また、変動速度成分間の相互作用による項、 $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_1$ は、いずれのせん断応力値

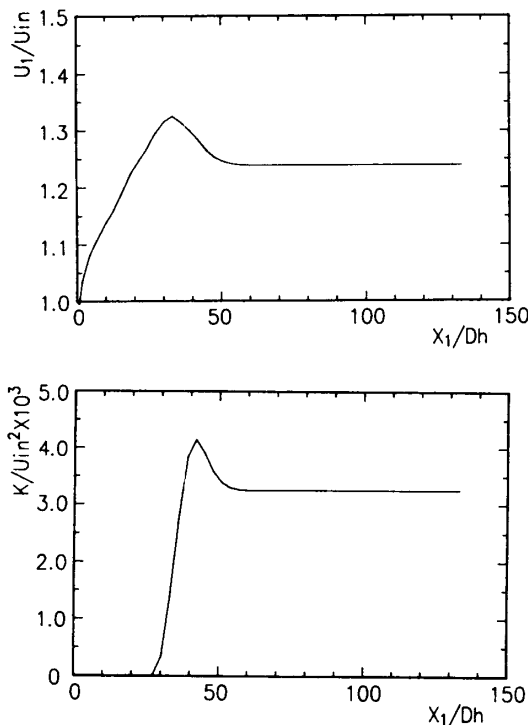


図3 主流中心速度、中心部乱流エネルギーの発達

でも損失側に位置する。

図4, 5より各レイノルズ応力成分の生成に関する相互作用について次のようなことがいえる。垂直応力 $\overline{u_i^2}$ はその生成項により発生し、圧力-ひずみ相関項により、一部その乱れが抑制される。逆に垂流方向垂直応力は、圧力-ひずみ相関項により、その乱れが生成される。この垂流方向の垂直応力、 $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ の発生により、せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$, $-\overline{u_1 u_3}$ が生成され、圧力-ひずみ相関項を通じて生成が抑制される。せん断応力、 $-\overline{u_2 u_3}$ は圧力-ひずみ相関を通じて発生する。一方、垂直応力 $\overline{u_i^2}$ の生成は、せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$, $-\overline{u_1 u_3}$ の発生により維持される。

次に壁面近傍での各項の変化について考えてみる。図6は、完全発達領域 $x_1=130.2D_h$ における、 $x_3/H=0.035$ において、 x_2 軸に平行な位置での垂直応力成分を構成する各項の変化を示したものである。図4に示した対角線上での変化と同様に壁面近傍においても、垂直応力 $\overline{u_i^2}$ は、圧力-ひずみ相関項を通して乱れが抑制され、逆に垂流方向垂直応力 $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ は圧力-ひ

ずみ相関項を通して乱れが生成される。しかし、壁面近傍における $\overline{u_i^2}$ の各項の変化において $[\pi_{22}+\pi_{22}]_2$, $[\pi_{22}+\pi_{22}]_1$, $[\pi_{22}+\pi_{22}]_2$ とが、ほぼ同程度の割合で生成に寄与している点が異なっている。

図7は、前述の位置と同位置における、せん断応力を構成する各項の変化を示した結果である。特徴的な点として、せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$ の生成項の分布において、その符号が逆転する点があげられる。Gessner-Po-Emery⁽⁷⁾ は、正方形断面管路内乱流場にて $-\overline{u_1 u_2}$ の符号の逆転を同様に報告している。Gessner らは、その符号の逆転が、せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$ の符号の逆転と相関のあることを指摘している。そこで同様のことが三角形断面管路でも観察されるかどうかを検討するため、 $-\overline{u_1 u_2}$ の等値線図を描いた。その結果を図8に示す。図8に示すように、せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$ の分布の x_2 軸に平行な壁面近傍において、等値線の符号は逆転しており、三角形断面管路においても、生成項の逆転とせん断応力分布値の逆転とは相関のあることがわか

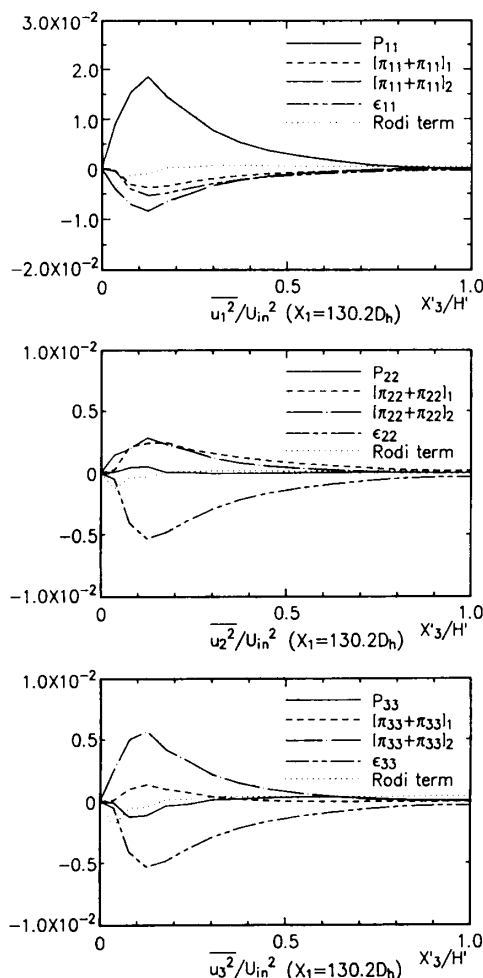


図4 対角線上での垂直応力の各項比較

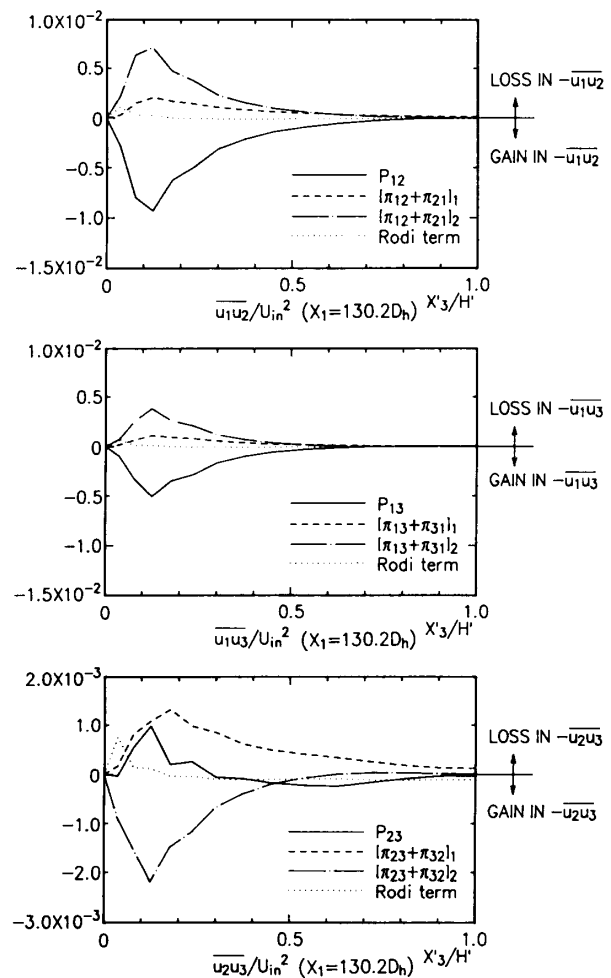


図5 対角線上でのせん断応力の各項比較

る。これは主流方向速度等値線図が第2種二次流れによりひずまされる結果生ずる現象と解釈され、この種の流れに特徴的な現象といえる。

せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$, $-\overline{u_1 u_3}$ は、垂流方向速度変動 $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ の発生により、生成項 P_{12} , P_{13} を発生しているが、同時にその生成項は、圧力-ひずみ相関項 $[\pi_{12} + \pi_{21}]_2$, $[\pi_{13} + \pi_{31}]_2$ により抑制されていることがわかる。せん断応力 $-\overline{u_2 u_3}$ においては、各項が比較的同程度の大きさの値を持って、変化しているが、生成項が損失側にあると $[\pi_{23} + \pi_{32}]_2$ は利得側に、生成項が利得側にあると損失側に位置し乱れの発生が、他のせん断応力同様、極端に大きくならないよう抑制されているのがわかる。

以上、対角線上、 x_2 軸壁面近傍でのモデル化されたレイノルズ応力方程式の各項について検討した。各レイノルズ応力の生成に関する相互作用について考えてみると図9のように表現できる。

生成項のうち最も大きな値を持つのは P_{11} であり、これより垂直応力 $\overline{u_1^2}$ が生成されるが、 $[\pi_{11} + \pi_{11}]_1$ によ

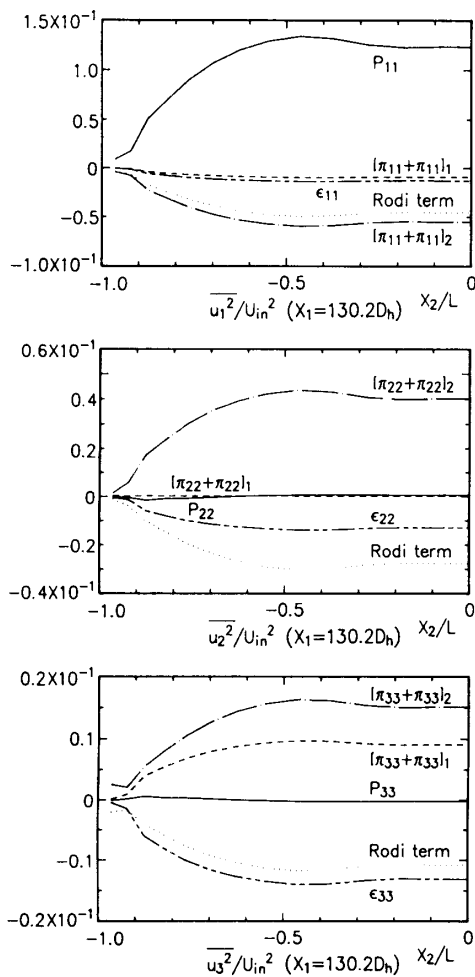


図6 壁面近傍での垂直応力の各項比較

り抑制され、 P_{11} の一部は、垂流方向垂直応力に再配分化され $[\pi_{22} + \pi_{22}]$, $[\pi_{33} + \pi_{33}]$ を通じて、 $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ が生成される。このように $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ は圧力-ひずみ相関項を通して発生するため、その値は小さく、したがってその強度は、 $\overline{u_1^2}$ と比べ小さくなる。また、こうして得られた各垂直応力のエネルギーは、その散逸項を通して熱に変換される。

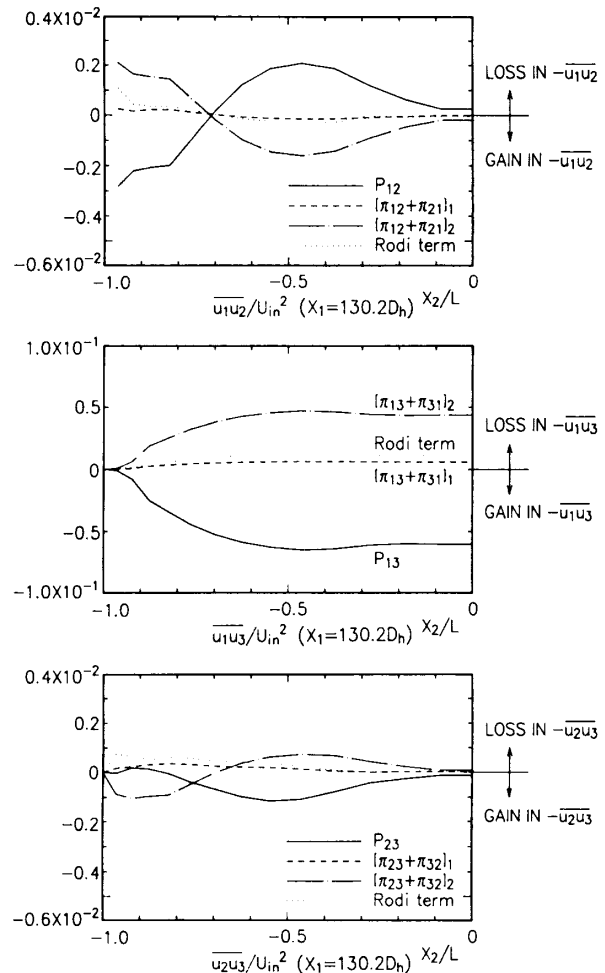


図7 壁面近傍でのせん断応力の各項比較

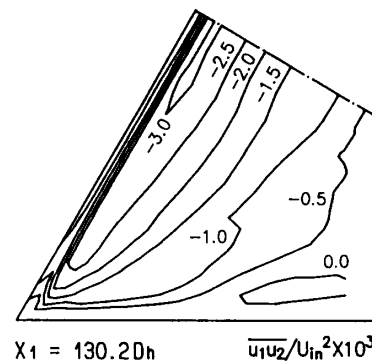


図8 せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 分布

垂直応力 $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ の発生により, せん断応力の生成項 P_{12}, P_{13} とが発生し, おおの $[\pi_{12} + \pi_{21}], [\pi_{13} + \pi_{31}]$ と平衡を保ちながらせん断応力 $\overline{u_1 u_2}, \overline{u_1 u_3}$ を生成する。このせん断応力 $\overline{u_1 u_2}, \overline{u_1 u_3}$ は, P_{11} 生成のために必要である。表 3 に, 各レイノルズ応力の完全発達領域での生成項 P_{ij} を示すが, P_{11} は, せん断応力 $\overline{u_1 u_3}, \overline{u_1 u_2}$ と主流速度こう配より構成される。また, 垂直応力 $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ の発生により, せん断応力生成項 P_{23} と, 圧力-ひずみ相関項 $[\pi_{23} + \pi_{32}]$ とが生じ, それらが平衡を保って $\overline{u_2 u_3}$ を発生させ, このせん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ は, P_{12}, P_{13} の発生に寄与することとなる。

このように, せん断応力 $\overline{u_1 u_2}, \overline{u_1 u_3}, \overline{u_2 u_3}$ を保持するためには, 垂直応力 $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ が必要であり, $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ を保持するためには, 垂直応力 $\overline{u_1^2}$ が必要となる。この $\overline{u_1^2}$ は, せん断応力 $\overline{u_1 u_2}, \overline{u_1 u_3}$ により直接的に, $\overline{u_2 u_3}$ により間接的に維持され, 垂直応力の散逸項を通してエネルギーを散逸しながら全体のエネルギーの平衡が保たれることになる。

4.3 圧力-ひずみ相関項を構成する各項の比較

図 4~7 より, 圧力-ひずみ相関項のうち平均速度こう配の影響を含む項である $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ の項が比較的, 再配分化に支配的であることがわかる。この $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ 項を構成する各項のうち, どの項が重要となるのかを次に検討してみる。この $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ 項は次のようにモデル化されている。

$$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2 = -\frac{c_2 + 8}{11} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) \quad \alpha \text{ term}$$

$$- \zeta \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) k \quad \beta \text{ term}$$

$$- \frac{8c_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) \dots \dots \dots (4) \quad \gamma \text{ term}$$

上式の各項を符号を含めて便宜的に, 右辺第 1 項より

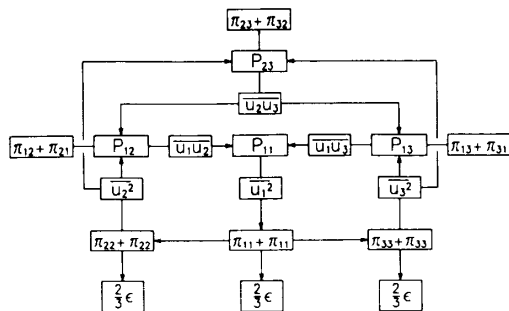


図 9 各レイノルズ応力の相互関係

α term, β term, γ term として表示する。

図 10 は, 完全発達領域 $x_1 = 130.2D_h$ における, 垂直応力 $\overline{u_1^2}$, せん断応力 $\overline{u_1 u_3}, \overline{u_2 u_3}$ の α, β, γ 項の等値線図を示したものである。

特徴的な点として, 垂直応力分布においては, β 項は他の項と比較して小さく無視し得るが, せん断応力分布になると, α, β, γ 項ともほぼ同一のオーダを持つ点があげられる。この点は, 図 10 に示さなかった他の垂直応力, せん断応力についても同様に認められた。このことは, 垂直応力のみを予測するのであれば, α, γ 項のみで十分であること, せん断応力まで正確に予測するためには, すべての項が重要であることを示唆している。このように, 垂直応力の β 項が, 他の項と

表 3 各レイノルズ応力の生成項

P_{ij}	
P_{11}	$-2(\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3})$
P_{22}	$-2(\overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3})$
P_{33}	$-2(\overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} + \overline{u_3^2} \frac{\partial U_3}{\partial x_3})$
P_{12}	$-\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \overline{u_2^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} - \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3}$
P_{13}	$-\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} - \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_3} - \overline{u_3^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_3}$
P_{23}	$-\overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \overline{u_2^2} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} - \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_3} - \overline{u_3^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_3}$

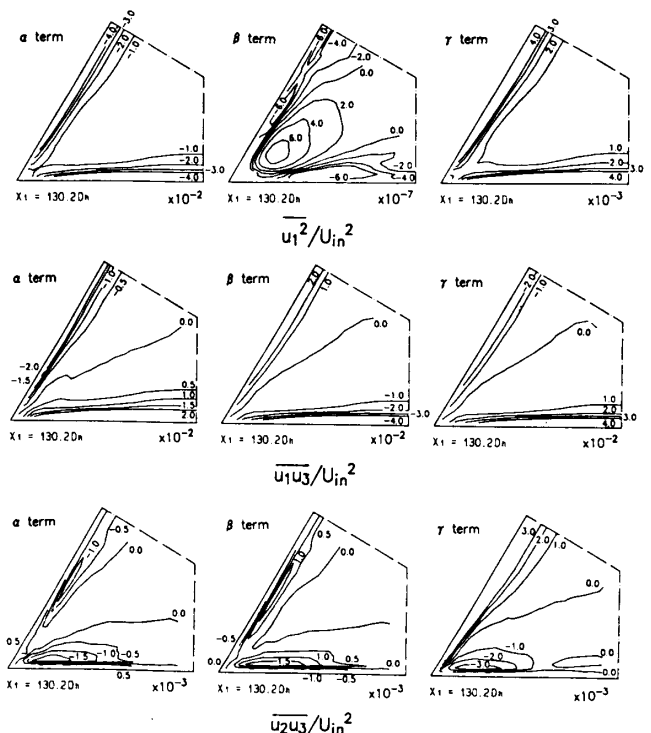
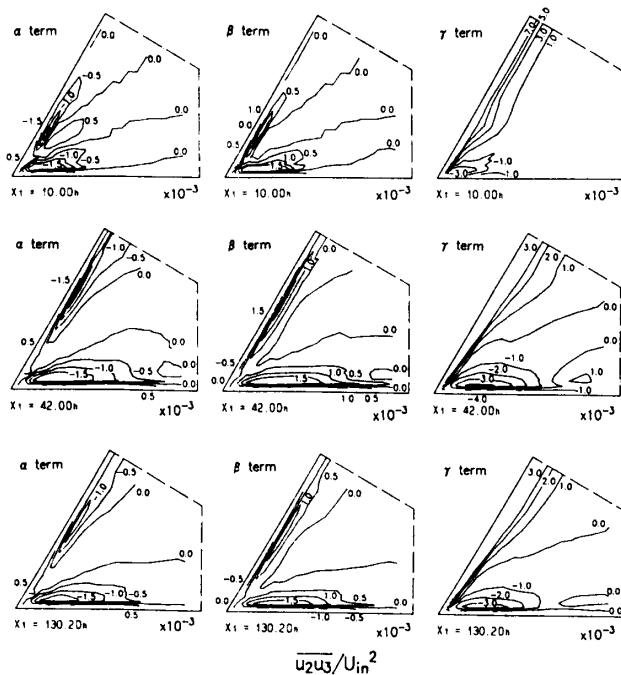


図 10 $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ を構成する各項比較

図 11 $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$ を構成する各項の発達

比較して小さくなるのは、式(4)を見てわかるように、 α, γ 項には乱流エネルギーの生成項 P_k が、存在するためと考えられ、せん断応力の α, β, γ 項がほぼ同一程度の値を持つのは、逆に P_k が、存在しないことによるためと考えられる。Gibson-Lauder⁽⁹⁾は α 項のみが重要であるとして、 β, γ 項を省略しているが、前述の点からすると、せん断応力値の予測に、誤差を含む結果となることが予想される。実際、著者らが、報告した計算結果⁽¹²⁾に示すよう、正方形断面管路内乱流のせん断応力値、 $\overline{u_2 u_3}$ に実験値と1オーダの相違が生じている。

次に α, β, γ 項の発達の様子について検討する意味より、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ を例にとり $x_1 = 10.0D_h, 42.0D_h, 130.2D_h$ における各項の等値線図を、図11に示した。図11より助走区間においても、 α, β, γ 項はおのこの同程度の値を持ち、特定の項が極端に大きくなるようなことは見られない。各項は、コーナ部より発達し、徐々に壁面に沿って発達していく様子が、同時にうかがえる。

5. 結 論

正三角形断面管路を有する三次元管路内乱流をレイノルズ応力モデル、境界適合座標を用いて解析し第2

種二次流れの発達の様子、モデル化されたレイノルズ応力方程式を構成する各項、さらに圧力-ひずみ相関項を構成する各項について検討を加え次の結論を得た。

(1) 第2種二次流れは、周囲の壁より発達した速度境界層が互いに干渉し、運動量交換が最も盛んに行われる地点で最大値をとり、その後一定値へと減少しながら漸近していく。

(2) 亜流速度成分が発達開始直後よりコーナ部壁面にて最大値をとることより、第2種二次流れを誘起する乱れ成分はコーナ部より常に生成されるものと考えられる。

(3) 主流方向垂直応力は、その生成項により発生し、圧力-ひずみ相関項によりその乱れが抑制される。逆に亜流方向の垂直応力は圧力-ひずみ相関項により生成される。

(4) 圧力-ひずみ相関項を構成する、変動速度成分間の相互作用による項と、変動速度こう配と平均速度こう配との相乗効果による項とを比較すると、その再配分現象において、本解析流れの場合は後者のほうが支配的である。

(5) 変動速度こう配と平均速度こう配との相乗効果を構成する三つの項のうち、乱流エネルギーの生成を含む項は垂直応力分布予測の上で支配的であるが、せん断応力分布を正確に予測するには、三つの項を加味することが必要である。

文 献

- (1) Gosman, A. D. and Rapley, C. W., *Proc. Int. Conf. Numer. Meth.*, Paper FS 178 (1978), 271-285.
- (2) Aly, A. M. M., Trupp, A. C. and Gerrard, A. D., *J. Fluid Mech.*, **85** (1978), 57-83.
- (3) Gessner, F. B. and Emery, A. F., *Trans. ASME, Ser. I* (1976), 261-268.
- (4) Launder, B. E. and Ying, W. H., *Heat Fluid Flow*, **3-2** (1973), 115-121.
- (5) 杉山・秋山・芹沢, 機論, **56-531**, B (1990), 3328-3335.
- (6) 杉山・秋山・平田・上野, 機論, **57-541**, B (1991), 2943-2949.
- (7) Gessner, F. B., Po, J. K. and Emery, A. F., *Turbulent Shear Flows*, **1** (1979), 119-136, Springer-Verlag.
- (8) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56** (1976), 219-221.
- (9) Gibson, M. M. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, **86** (1978), 491-511.
- (10) 杉山・秋山・平田・上野, 機論, **57-539**, B (1991), 2943.
- (11) 杉山・秋山・柴田, 機論, **57-535**, B (1991), 1044-1050.
- (12) 秋山・河村・芹沢・杉山・功刀・西脇, 機論, **55-510**, B (1989), 351-357.