

粗面壁を有する長方形断面管路内の乱流構造解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 松本 将師^{*1}
古沢 新平^{*1}, 平田 賢^{*2}

Numerical Analysis of Fully Developed Turbulent Flow in a Rectangular Duct with One Roughened Long-Side Wall

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA, Masashi MATSUMOTO,
Shinpei FURUSAWA and Masaru HIRATA

A numerical analysis has been performed for fully developed turbulent flow in a rectangular duct of aspect ratio 2 : 1, one of whose long-side walls was roughened. In calculation, an algebraic stress model was adopted in order to predict Reynolds stresses precisely. Calculated results were compared with the experimental data available. The present method can predict well a large eddy caused by anisotropic turbulence in a half-cross-section, and a small eddy is observed in the upper wall corner region. The experimental result of streamwise vorticity shows the existence of the predicted small eddy. Calculated results of normal stresses and turbulent energy are in good agreement with the experimental data. Furthermore, the evaluated terms of streamwise vorticity suggest that the turbulent stress terms of $u_2^2 - u_3^2$ and $u_2 u_3$ are dominant ones, being of opposite sign and much larger than the convection terms.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Reynolds Stress Model, Rectangular Duct, Rough Wall, Vorticity Equation

1. 緒 言

熱輸送を目的とする流路において、熱伝達率向上のために、伝熱面を粗面とする場合がある。また、この粗面壁を有する流れは、伝熱工学の分野にとどまらず、土木工学の分野においても興味ある問題を提示している。例えば、直線河川の河床には、かなり整然と配列した縦筋が存在することが、古くより指摘されているが、これも、河床に形成される粗面壁に起因するものと考えられている⁽¹⁾。また、非円形断面をもつ管路内乱流には、第2種二次流れが存在し、流動特性、伝熱特性に少なからぬ影響を与える。特に流路内壁の一部が粗面壁である場合には、乱流特性量、あるいは第2種二次流れパターンは、滑面壁の場合と、その様相を大きく異にするであろうことは容易に類推される。

このように、粗面壁を有する非円形流路内乱流に関する研究は、工学的にも研究のうえからも有意義なものと思われるが、この種の研究は、実験、数値解析、いずれの分野においても比較的少ない⁽²⁾⁽³⁾。しかし、藤田

ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾は、この点に着目し、粗面壁を有する管内乱流現象について、系統的かつ詳細な実験を行い第2種二次流れパターン、乱流応力成分等について多くの興味深い知見を提示している。彼らは、基本的な現象を把握し、乱流熱伝達特性への影響を解明する意味より、形状が最も簡単な非円形流路である正方形管路を用いて速度場、乱流応力場の詳細な測定を行うと同時に、工業上の応用も考慮し、粗面壁をもつ長方形流路についても詳細な実験を行っている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。長方形断面流路内乱流に関しても、乱流応力場まで含めた詳細な測定の報告例⁽⁸⁾は、わずかであることを考えれば、彼らの粗面壁を有する長方形管路内乱流に関する実験結果は有用な報告といえる。

こうした状況を踏まえて、著者らは粗面壁を有する正方形断面管路内乱流を対象に数値解析を行い、藤田ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾の実験結果、Fujita ら⁽³⁾の数値解析結果と比較検討し、本解析手法の特徴を明らかにした。この際、乱流モデルとしては、レイノルズ応力方程式中の圧力・ひずみ相関項の一部に改良を加えた非等方性乱流モデル⁽⁹⁾を用い、Fujita らが用いた Launder-Ying⁽¹⁰⁾モデルとは異なる。その結果、本乱流モデルによる解析のほうに、Fujita らの結果より実験値を良好に予測した。

* 原稿受付 平成5年4月27日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。^{*2} 正員、芝浦工業大学システム工学部 (〒330 大宮市深作 307)。

そこで、本研究では、一面に粗面をもつ長方形断面管路内乱流⁽⁶⁾を対象に、本解析手法が、粗面壁を有する正方形管路ばかりでなく、長方形断面管内流に対しても有効であるか否かを検討することを第1の目的とする。その際、藤田ら⁽⁶⁾の示した、第2種二次流れパターンも含め、乱流応力場の実験結果と比較することより、本乱流モデルの妥当性、粗面壁を有する長方形断面管路内乱流の流動挙動の特徴について考察を加える。さらに、実験においては、渦度輸送方程式を構成する各項の一部について評価していることより、計算においてもこの点を比較し、新たな知見を得ることを第2の目的とする。

2. 記 号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta$: 経験定数

D_h : 水力直径

$f(L/x_w)$: 壁の影響を示す関数

k : 乱流エネルギー

L : 特性距離

P_k : 乱流エネルギー生成

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$

$\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力

U_i : i 方向時間平均速度成分

U_b : 混合平均速度

U_s : 流路断面最大速度

U_τ : 摩擦速度

x_i : i 方向座標軸

y : 壁面からの垂直距離

ε : 乱流散逸

ν : 粘性係数

π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項

ρ : 密度

τ_w : 壁面せん断応力

Ω_1 : 主流方向渦度 $= -\partial U_2 / \partial x_3 + \partial U_3 / \partial x_2$

3. 解 析 手 法

3.1 計算対象実験 数値計算の対象とした藤田ら⁽⁶⁾の実験装置の概略図および座標系を図1に示す。測定流路は、短辺50 mm、長辺100 mm(縦横比2)の長方形断面をもつ、全長5 000 mmの流路である。全長は、水力直径($D_h = 66.67$ mm)の75倍に相当し十分発達した乱流領域にて測定を行っている。流路底面壁には、全長にわたり図1に示すように正方形断面(1 mm×1 mm)の黄銅製の角柱を流れに直交する向きに10 mm 間隔で配置してある。レイノルズ数は、代表速度に混合平均速度、代表寸法に水力直径 D_h を用いて

$Re = U_b D_h / \nu = 6.5 \times 10^4$ である。また、計測位置は、最も下流の粗さ要素から5 mm 下流、流路入口より、 $74.77 D_h$ に相当する位置で、熱線風速計により測定を行っている。

座標系は、図1に示すように主流方向を X_1 軸、これと直交する向きを X_2, X_3 軸と定義している。粗さ要素は、 X_3 軸と直交する下面に設置してある。

3.2 レイノルズ応力方程式 各レイノルズ応力を正確に扱う意味より、解析にあたってはレイノルズ応力方程式を解くことを考える。レイノルズ応力方程式の厳密式は次式にて示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & \underbrace{-\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}}_{\text{Production}} \\ & + \underbrace{\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{Pressure-strain correlation}} \\ & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right]}_{\text{Diffusion}} \\ & - \underbrace{2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}}_{\text{Dissipation}} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

上式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値計算のうえで、特に障害となるのが左辺の対流項、ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より Rodi⁽¹¹⁾ 近似を用いてモデル化を行った。この Rodi 近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するの事実である。

レイノルズ応力方程式の圧力・ひずみ相関項は、モデル化のうえでも特に問題となる項であるが、この項のモデル化に関しては別報⁽⁹⁾にて詳述した。モデル化

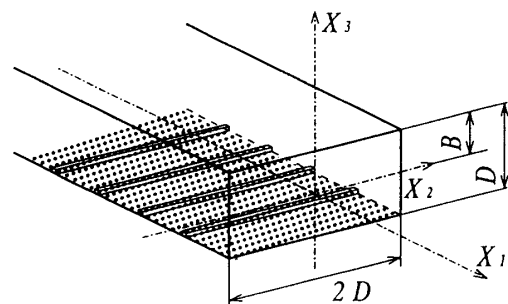


図1 計算対象空間および座標系

された圧力・ひずみ相関項, ならびに定数系を表 1, 2 に示す. 表 1 中, $\pi_{ij,1}$ は, 純粋な乱れによる影響を, $\pi_{ij,2}$ は平均流による影響を, $\pi_{ij,w}$ は壁面による影響を示している. また, $f(L/x_w)$ は, 壁の影響を示す関数で壁面近傍にて 1, 壁から離れるにつれ零に近づく. x_w は, 壁面からの垂直距離を示している.

散逸項は, 高レイノルズ数流れ場で, 局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \dots \dots \dots (2)$$

3.3 数値解析 数値解析に際しては, 有限体積法により各方程式の離散化を行った. 計算格子は, スカラ量は格子中心に, ベクトル量は界面に設置するスタガード格子系を用いた. 差分スキームは, 速度成分については QUICK(三次精度の風上差分)を, 乱流特性量の k, ε については PLDS(セル Peclet 数のべき乗で表現されるスキーム)をおのおのを使用した. 圧力解法については, 連続の式より圧力補正式を導き, 連続の式を満足するように, 速度および圧力の補正を行う SIMPLE 法を用いて計算を行った.

計算手順は, 最初に応力方程式を解き, 次に速度成分を算出した後, 圧力補正式を解いて速度および圧力を補正する. その後, 乱流特性量 k, ε を解いて 1 回の計算を終了する. これを収束条件を満足するまで繰返す. 収束条件としては, k 方程式をサンプルとして, 方程式の誤差が, k の生成項の 10^{-5} 以下になることを目安とした.

計算領域は, 図 1 に示す長方形断面のうち系の対称性を考慮して 1/2 断面として計算を行った. 計算時の

レイノルズ数は, 実験を踏襲し $Re = 6.5 \times 10^4$, 流れは完全発達流れとして計算を行う. 計算格子数は, 1/2 断面で 40×40 である. 主流方向の圧力こう配は, 放物流れの場合と同様に, 管断面を通過する全質量の保存式によった.

また, 計算の際, 問題となる乱流特性量 k, ε の境界条件設定に際しては, 粗面壁を, 一様粗面と仮定し, 境界条件の設定を行った. その際, 本提示モデルは高レイノルズ数形非等方性乱流モデルであり, 乱流特性量 k, ε に対しては, 壁関数を用いることになる. この壁関数は, 壁面近傍にて対数速度分布が成立すること, および局所平衡が成立することを仮定して導出される境界条件である. Fujita ら⁽³⁾ は, 実験より粗面壁側で次の対数速度分布を導出している.

$$\frac{U_i}{U_\tau} = \frac{1}{0.42} \ln \left(\frac{U_\tau y}{\nu} \right) - 8.4 \dots \dots \dots (3)$$

彼らは, 上式を用いて, 対向する 2 壁面が粗面の正方形管内流を解析していること, および, 本解析の長方形管内流れにおいても, その粗さ要素の形状, 配置間隔は変わっていないことから, 本計算の場合も上式を用いて, 粗面壁の境界条件を設定した.

4. 結果と考察

4.1 平均速度場の比較 図 2 は, 主流方向速度等値線の藤田ら⁽⁶⁾ の実験結果および本計算結果を比較したものである. 各等値線は管路断面内の最大速度 U_s で無次元化し表示してある. また, 図 2 中の下部の点線は, 粗面壁の粗さ要素高さを示している.

実験において特徴的な点として, 粗面壁に対向する滑面壁側近傍の等値線が大きくくぼみ, 短辺壁近傍の等値線が壁面に向かってふくらんでいる点が指摘される. また, 粗面壁近傍に比べ, 粗面に対向する滑面壁側のほうが, 等値線が密に分布していることも指摘でき

表 1 圧力・ひずみ相関項のモデル化

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-c_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\bar{u}_i \bar{u}_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right)$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) + \zeta k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right)$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$c_1 = c_1^* + c_1' f \left(\frac{L}{X_w} \right), \quad c_2 = c_2^* + c_2' f \left(\frac{L}{X_w} \right),$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f \left(\frac{L}{X_w} \right)$
$P_{ij} = -\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad D_{ij} = -\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$	
$P_k = -\bar{u}_k \bar{u}_l \frac{\partial U_k}{\partial x_l}$	

表 2 圧力・ひずみ相関項の定数系

c_1^*	c_2^*	ζ^*	c_1'	c_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

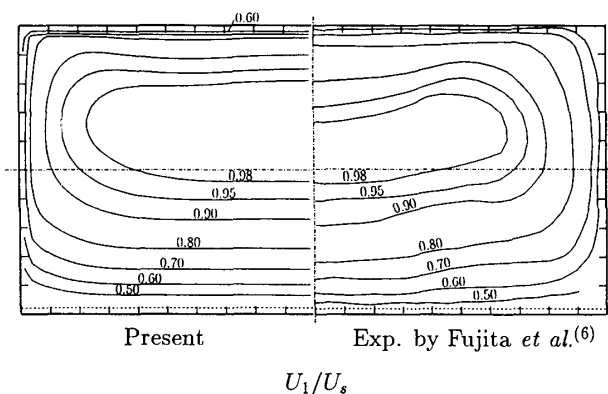


図 2 主流方向速度等値線比較

る。一方、計算結果は、粗面に対向する滑面壁側の等値線のくぼみが少なく、この点が実験と異なっている。この差異要因としては、この種の流れに特徴的な第2種二次流れ強度を計算においては、小さく予測したことに起因するものと考えられる。

図3は、その第2種二次流れベクトル図を比較したものである。実験においては、短辺壁近傍に大きな縦渦が形成されており、左右対称軸(X_3 軸)を含む流路中央部に、長辺滑面壁から粗面壁に向かう強い下降流が観察される。短辺壁近傍に現れた、大きな縦渦は一粗面正方形管路内で予測した縦渦とよく似たパターンを示している⁽¹²⁾。実験の粗面壁近傍において、二次流れの流線が閉じていない領域が認められるが、藤田ら⁽⁶⁾は、この点について以下のような説明を加えている。すなわち、流れは大局的には十分発達した流れであるが、局所的には $\partial/\partial x_1 \neq 0$ となり、 U_2 、 U_3 に対する連続の式が、成立しなくなることに起因したものと指摘している。計算結果は、この点を除けば比較的良好にその特徴を予測している。

また、計算において、粗面壁に対向する滑面壁コーナー部に、小さな縦渦が認められるが、実験結果の二次流れベクトルでは、明りょうな渦は認められない。こ

の点に関して、藤田ら⁽⁶⁾は、主流方向渦度等値線を示してこの領域に縦渦が存在することを指摘している。その渦度等値線の比較を図4に示す。図4より明らかなように両結果とも、粗面壁に対向する滑面壁コーナー部に大きな縦渦と逆方向に回転する小さな縦渦が観察される。粗面壁側で、実験と計算の等値線分布が異なるのは、前述のように、実験では、この領域において、局所的に $\partial/\partial x_1 \neq 0$ となるため、連続の式が成立しないことに起因しているためと解釈される。短軸滑面壁近傍で、比較的高い渦度を示しているのは、両結果で共通している。このことは、図3の二次流れベクトル図からも明らかであり、底壁面に粗面を設けると短軸滑面壁に沿い比較的大きな強度をもつ二次流れが誘起されることが、この種の流れに特徴的なこととして指摘できる。

4・2 変動速度場の比較 図5に乱流エネルギーの計算、実験結果の比較を示す。実験、計算結果とも粗面壁で最高値をとり管中心位置より上部側で最小値をとることがわかる。実験と計算とで異なる点として、計算では粗面壁に対向する滑面壁でも粗面壁の1/2程度の高い値を示すが、実験では1/4程度の値を示すこ

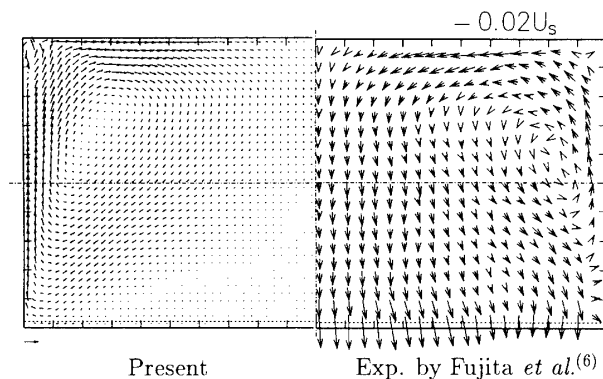


図3 第2種二次流れベクトル比較

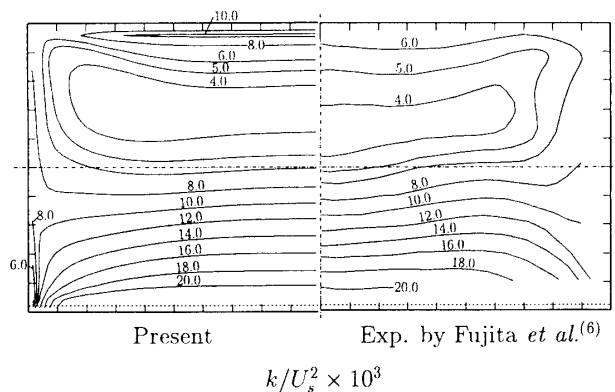


図5 乱流エネルギー等値線比較

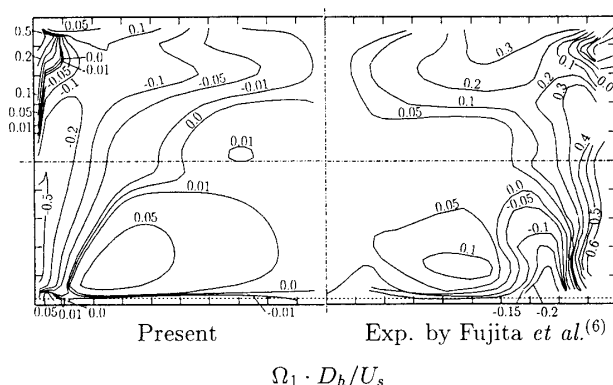


図4 主流方向渦度等値線比較

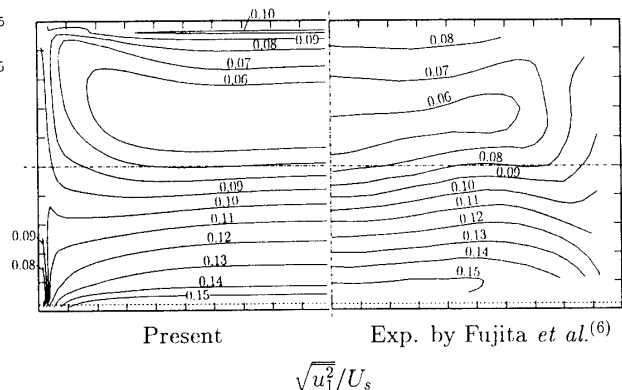


図6 垂直応力 $\overline{u_1^2}$ 等値線比較

とが指摘できる。しかし、計算では、粗面壁に対向する滑面壁コーナ部への等値線の突き出し、管中心部等値線等を比較的良好に予測しているものと考えられる。

図6は、主流方向速度変動 $\overline{u_1^2}$ の計算、実験結果を比較したものである。等値線分布は、両結果とも乱流エネルギー等値線によく似た分布形状を示している。両結果の特徴的なこととして、上下対称軸 (X_2 軸) より下方の等値線が、短軸滑面壁近傍で、それまで X_2 軸に平行であったものが、大きくその形状を変化させていることが挙げられるが、これは、この滑面壁に沿う強い第2種二次流れによるものと推測できる。計算においては、乱流エネルギーの結果同様、粗面壁に対向する滑面壁でも比較的高い値を示し、実験と異なっている。この点を除けば、計算値は、粗面壁近傍の最大値 0.15 を予測し、全体の等値線分布形状も比較的良好に予測している。

図7は、水平方向速度変動 $\overline{u_2^2}$ の計算、実験結果を比較したものである。実験結果からわかるように、 $\overline{u_2^2}$ は粗面壁で最大値 0.1 を示し、中心部に向かって減少し、上下対称軸上方で最小値 0.045 をとった後、滑面壁に向かい増加傾向を示す。その等値線分布は、先の乱流エネルギー、主流方向速度変動 $\overline{u_1^2}$ と絶対値は異

なるもののよく似た分布となっている。計算結果も、ほぼ同様の結果を示しているが、粗面壁の最大値は 0.12、管中心部での最小値は 0.05 と、実験結果とその絶対値において多少異なっている。

図8は、垂直方向変動速度 $\overline{u_3^2}$ の計算、実験結果を比較したものである。一般に、4壁面とも滑面壁で囲まれた正方形断面管路において、 $\overline{u_3^2}$ の最大値は X_3 軸に平行な壁面に最大値をとるが、本解析のように底壁面に粗面壁を有する場合には、その最大値は、 X_3 軸と直交する粗面壁側において認められる。このことは、計算と実験の両結果において同様に認められる。これは、 $\overline{u_3^2}$ は、粗面壁および、それに対向する滑面壁の存在により、その乱れが抑制されることになるが、抑制される以上に、粗面壁で生成された $\overline{u_1^2}$ の圧力・ひずみ相関項を通しての再配分により得られるエネルギーのほうが優るためと解釈される。

図9は、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の計算、実験結果を比較したものである。実験結果においては特徴的な点として、その絶対値は、短軸滑面壁で最大値をとること、粗面壁に対向する滑面壁側において等値線の異符号領域が認められることが指摘できる。この異符号領域の発生は、第2種二次流れによる主流方向等値線のひず

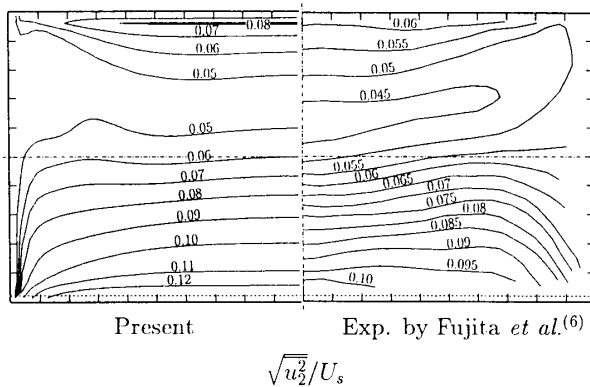


図7 垂直応力 $\overline{u_2^2}$ 等値線比較

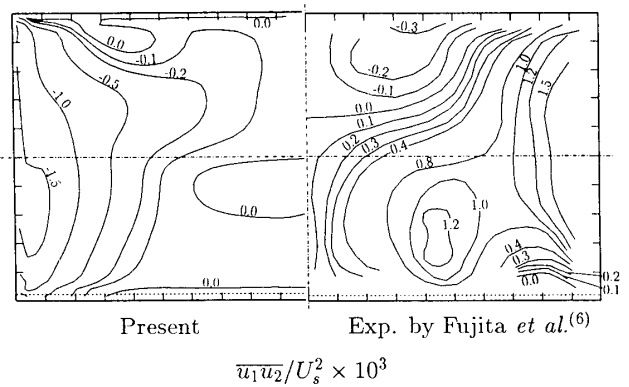


図9 せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 等値線比較

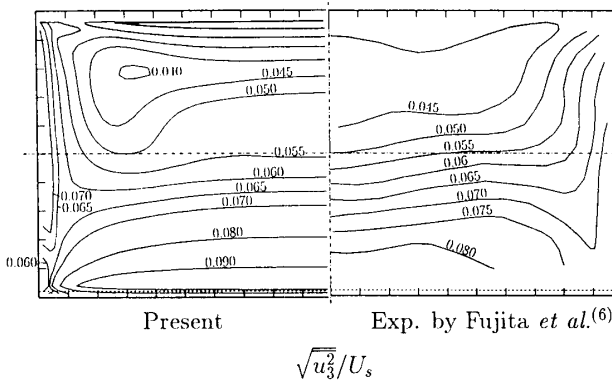


図8 垂直応力 $\overline{u_3^2}$ 等値線比較

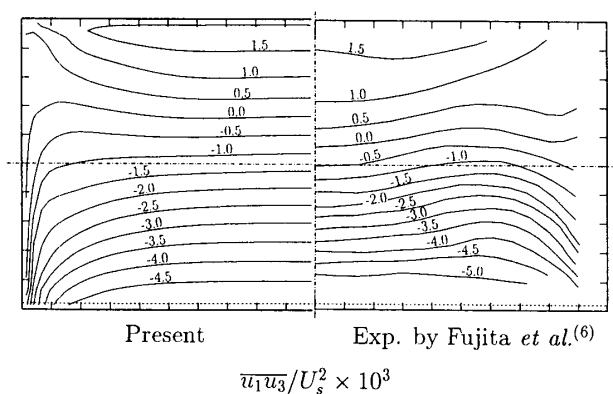


図10 せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ 等値線比較

み程度, すなわち $\partial U_1/\partial x_2$ 値の符号に支配されるものである⁽¹³⁾。したがって, 計算においてこの領域が実験に比較し小さいのは, 二次流れ強度が弱いこと主流方向速度等値線のひずみが明瞭に現れないことによるものと理解できる。これは, 図2に示す主流方向速度等値線図からも推測される。計算においては, 管中心付近は $\overline{u_1 u_2}$ の値は, ほぼ零に近い値を示しているが, 実験のほうは, この領域まで等値線の張出しが認められ, 両者の間に相違が認められる。

図10は, せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ の計算, 実験結果を比較したものである。粗面壁, および粗面壁に対向する滑面壁で大きな絶対値をもち, その等値線は, X_2 軸にほぼ平行に発達していく様子が, 実験, 計算結果より理解できる。 $\overline{u_1 u_3}$ の絶対値は, 実験値のほうが, 計算のそれより多少大きい, 計算は比較的良好にその分布を予測している。

滑面と粗面で構成される二次元流路内の非対称乱流では, $\overline{u_1 u_3}=0$ の位置と $\partial U_1/\partial x_3=0$ の位置が一致しないため, 負の乱流エネルギーの生成が生じることが知られている⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。藤田らは, この点を検証する意味より, $\overline{u_1 u_3}=0$, $\partial U_1/\partial x_3=0$ の位置を実験値より求め, Hanjalic-Launder⁽¹⁴⁾ の実験と比較している。本計算においても, 彼らの結果と比較するため, その値を算出し両者を比較した。その結果を図11に示す。図11中には, Hanjalic-Launder⁽¹⁴⁾ による二次元流路での結果も示した。図11よりわかるように, 計算, 実験とも管断面中心近傍では, 両者の位置は, ほぼ一致しているが, 短軸滑面近傍では, 両位置に相違が認められる。したがって, 本解析例のような流れの場合, 管断面中心部近傍では, 二次元流路に比べ負の乱流エネルギーの生成は小さいが, 両短軸壁面に近づくにつれ, 負の乱流エネルギー生成が促進されるものと考えられる。

4.3 壁面せん断応力分布比較 図12は, 短軸滑面壁上の, 図13は, 粗面壁に対向する長軸滑面壁上の壁面せん断応力の計算, 実験値をおのおの比較した図である。おのおの値は, 各壁面上における壁面せん

断応力の積分平均値 $\overline{\tau_w}$ で無次元化してある。図12の点線は, 粗さ要素の高さに相当している。図12より実験の壁面せん断応力値は, $X_3/B=0.25$ の位置で最大値をとるが, 計算においては, $X_3/B=0.18$ 程度で最大値をとるものの, 実験の最大値を正確に予測するまでには至っていない。

一方, 図13よりわかるように, 粗面壁に対向する滑面壁でのせん断応力値は実験結果と大きく異なり, $X_2/B=-1.9$ 近傍で最大値を示している。これは図4に示した, 滑面壁側コーナ部に発生する小さな第2種二次流れに起因するものと考えられる。すなわち, この二次流れにより管内部の比較的速度の速い流体が, この領域に運び込まれる結果, 速度こう配値が大きくなり, せん断応力値を極端に増加させ, 図13に示すような結果になったものと解釈される。図3に示した, 滑面壁側コーナ部に生じている第2種二次流れの発生範囲と, 図13に示すピーク値を含む山形の分布範囲は, ほぼ $X_3/B=-1.8 \sim -2.0$ の範囲で生じ, 互いに符合する結果となっている。このように計算結果は, 実験結果を再現するものとはなっていないが, 現象解析の立場からすると必ずしも不合理な結果でなく, 理にかなった結果であるといえる。

4.4 渦度輸送方程式構成項の比較 第2種二次流れの発生機構については, 種々の説明がなされてい

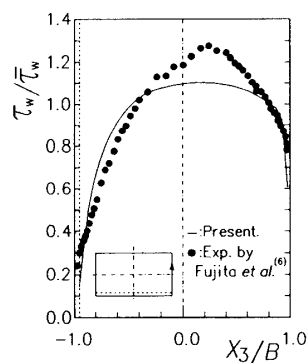


図12 短軸滑面壁でのせん断応力比較

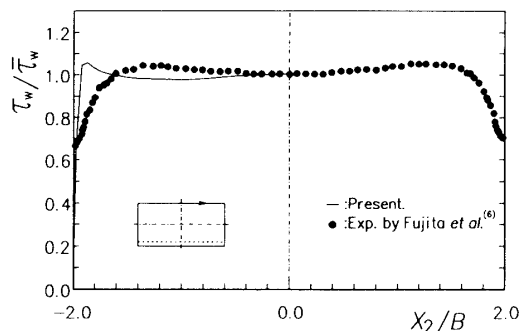


図13 粗面壁に対向する滑面壁でのせん断応力比較

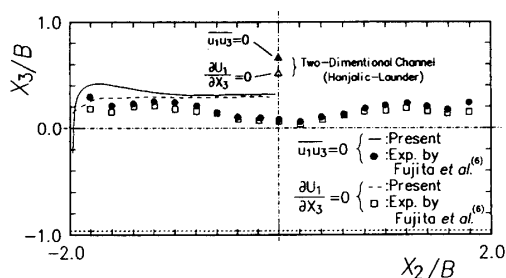


図11 $\overline{u_1 u_3}=0$, $\partial U_1/\partial x_3=0$ の位置比較

るが⁽¹⁶⁾、ここでは渦度輸送方程式を用いて、その項について検討を加える。主流方向の渦度 Ω_1 に対する渦度輸送方程式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\Omega_1}{Dt} = & \nu \nabla^2 \Omega_1 + (\Omega \cdot \nabla) U_1 \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_3} - \frac{\partial \overline{u_1 u_3}}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} (\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2}) \\ & + \left(\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \overline{u_2 u_3} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

完全発達乱流の場合、上式より二次流れの生成項は右辺第4, 5項である。藤田らは、第4項に示される垂直応力の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ について測定結果を示している。図14は、その両結果を比較したものである。計算は、粗面壁、および粗面壁に対向する滑面壁で実験値より比較的高い値を示しているが、等値線パターンは比較的良好に似た分布を予測している。

渦度の生成ならびに対流について、さらに検討する意味より各項の値を算出した。図15は $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ の分布より求めた右辺第4項の、計算結果、実験結果を比較したものである。図16は、実験では測定が非常に困難なため示されていないが、右辺第5項の計算結果を

示した。また、図17は、左辺の対流項を計算、実験とで比較したものである。

図15よりわかるように、その絶対値が粗面壁コーナー部、滑面壁コーナー部に大きな値をもつことは、両結果で共通するものの、その等値線分布は、両者で大きく異なっている。また図17に示した、対流項等値線についても、同様にコーナー部に大きな絶対値をもつことは共通しているものの、計算結果は、実験値より1オーダー程度小さな値を示している。等値線分布は上下対称軸の上方にあたる領域では、比較的实验と似た分布を示しているのに対し、粗面壁側で差が認められるのは、図3に示したように二次流れベクトルが粗面壁近傍で、実験と異なることに起因している。

図15から図17に示す計算結果より、以下のような点を指摘できる。すなわち、右辺第4項と第5項とは同程度の値をもち、いずれの項も二次流れの発生には重要な役割をもつ。また、それら二つの項は互いに異符号をとることが図15, 16より理解できる。対流項は、これら第4項と第5項、粘性項にあたる右辺第1項の和と釣り合うことになるが、第4, 5項は前述のように、異符号をとりながら同程度の値をもつことより、

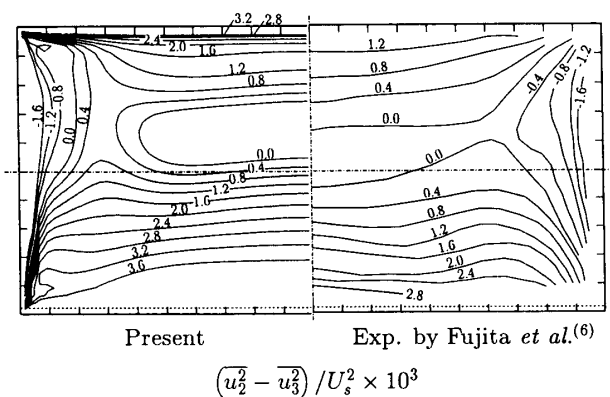


図14 垂直応力の差 $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$ 等値線比較

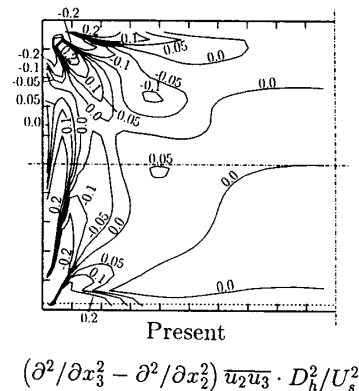


図16 せん断応力を含む生成項の計算結果

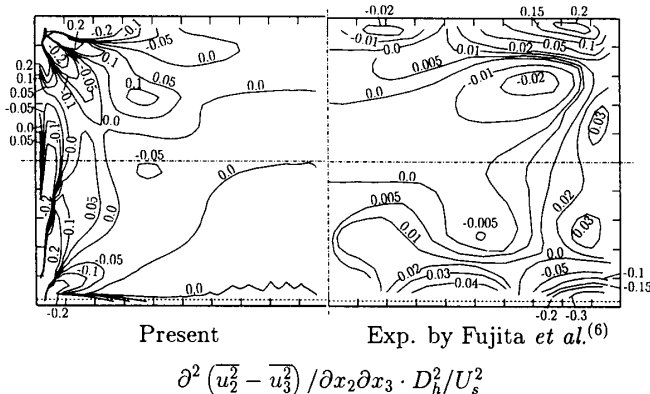


図15 垂直応力を含む生成項の比較

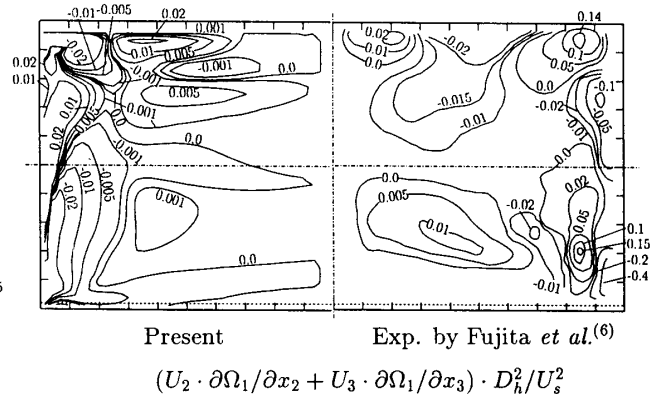


図17 対流項の比較

計算の対流項は図 17 に示すように比較的小きな値をもつ。これらの知見は、滑面壁で囲まれた正方形断面管路でも指摘されているところであり⁽¹⁶⁾、計算結果は、粗面壁を有する管路に対しても同様の結果を示した。最近、滑面壁で囲まれた正方形断面管路内乱流に関する LES の計算結果が示されたが⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾、その結果によると、従来、小さいとされた粘性項は壁面近傍にて高い値を示し、渦輸送方程式の収支のうえで重要であることが指摘された。しかし、本解析手法は、高レイノルズ形乱流モデルであり、この点を再現するには至らなかった。

5. 結 論

長辺壁のうち一面を粗面とした、縦横比 2 の長方形断面管路内の十分に発達した乱流を対象に、著者ら⁽⁹⁾の示した乱流モデルを用い、平均速度場、各レイノルズ応力、壁面せん断応力値予測を行い、その結果を藤田ら⁽⁶⁾の実験結果と比較検討すると同時に、渦度輸送方程式の各項を評価することにより、次の結論を得た。

(1) 主流方向速度等値線は、実験において粗面に対向する滑面壁近傍で流路中心に向かい大きくくぼむが、計算ではその程度は小さい。この点を除けば計算は、実験を比較的良好に予測している。

(2) 本解析手法により粗面壁を有する管路に特有な第 2 種二次流れを予測することができた。また、粗面壁に対向する滑面壁コーナ部に生じる小さな二次流れも予測することができた。

(3) 垂直応力 $\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$, および乱流エネルギーの等値線に関し、数値計算は粗面壁、粗面壁に対向する滑面壁で、実験値に比べ多少高い値を示しているものの、比較的良好に実験値の特徴をとらえている。

(4) 一面粗面流路においては、せん断応力 $\overline{u_1 u_3} = 0$ の位置と $\partial U_1 / \partial x_3 = 0$ の位置との間に差異が存在することが知られているが、本解析流路の場合、その差は二次元粗面流路に比べかなり小さいこと、この差異は、短軸滑面に近づくにつれ増加傾向にあることを計算、実験結果より確認した。

(5) 計算結果によると、渦度輸送方程式中の生成項に当たる、垂直応力の差のこう配値、せん断応力のこう配値は、粗面壁を有する管路においても、滑面壁流路同様、同程度の値をもち互いに異符号をとる。

文 献

- (1) Muller, A., *Proc. 18th Conf. IAHR*, (1979), 19-24.
- (2) Humphrey, J. A. C. and Whitelaw, J. H., *Turbulent Shear Flows*, 2(1980), 174-188, Springer-Verlag.
- (3) Fujita, H., Yokosawa, H., Hirota, M. and Nagata, C., *Chem. Eng. Comm.*, 74(1988), 95-110.
- (4) 藤田・横沢・岩田・高浜, 機論, 52-482, B(1986), 3491-3497.
- (5) 藤田・横沢・広田・西垣, 機論, 53-492, B(1987), 2370-2376.
- (6) 藤田・広田・横沢・長谷川, 機論, 54-504, B(1988), 2002-2008.
- (7) 藤田・広田・横沢・後藤, 機論, 55-516, B(1989), 2285-2292.
- (8) Nezu, I., Nakagawa, H. and Tominaga, A., *Turbulent Shear Flows*, 4(1985), 246-260, Springer-Verlag.
- (9) 杉山・秋山・芹沢, 機論, 56-531, B(1990), 3328-3335.
- (10) Launder, B. E. and Ying, W. H., *J. Fluid Mech.*, 54-2 (1972), 289-295.
- (11) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, 56(1976), 219-221.
- (12) 杉山・秋山・松本・平田・二宮, 機論, 59-561, B(1993), 1510-1517.
- (13) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, 78 (1976), 289-315.
- (14) Hanjalic, K. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, 51 2 (1972), 301-335.
- (15) 宮田・石田・中村, 機論, 53-488, B(1987), 1159-1166.
- (16) Demuren, A. O. and Rodi, W., *J. Fluid Mech.*, 140 (1984), 189-222.
- (17) 梶島・三宅・西本, 機論, 57-540, B(1991), 2530-2537.
- (18) Madabhushi, R. K. and Vanka, S. P., *Phys. Fluids*, A3 (1991), 2734-2745.