

研究論文

はく離流れを伴う 3 次元屈曲管路内の乱流解析

杉山 均^{1,*}, 向井 秀明², 人見 大輔¹

Numerical Analysis of Turbulent Flow Separation in a Rectangular Duct with Sharp 180-Degree Turn

Hitoshi SUGIYAMA^{1,*}, Hideaki MUKAI² and Daisuke HITOMI¹

¹Graduate School of Engineering, Utsunomiya University, 3-2-1 Yoto, Utsunomiya-shi, Tochigi 321-8585, Japan

²Dome Co., Ltd., 198-1, Hanajiri-cho, Yase, Sakyo-ku, Kyoto 601-1251, Japan

(Received September 16, 2005 and accepted in revised form November 22, 2005)

Numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in a rectangular duct with sharp 180-degree turn by using an algebraic Reynolds stress model. It is interesting point whether the present method can correctly predict the flow separation in rectangular duct, or not. In the numerical calculation, wall function method is modified by applying log law velocity used for roughened wall to separated flow region instead of usual log law velocity for smooth wall, because flow separation works as flow resistance. Calculated results are compared with the experimental data in order to examine the validity of the modified wall function method and an algebraic Reynolds stress model. As a result of this calculation, it was found that the present method with modified wall function could predict the reattachment location of flow separation more correctly than the usual wall function method. Besides, the present method could reproduce the streamwise velocity and the secondary flow pattern of the experiment except for cross section located in downstream of flow separation. Characteristic features of normal stresses are predicted qualitatively but the presented method has tendency to underestimate the experimental results. As for the modified wall function, calculated results suggest that changing log law velocity in the separation region is effective way to predict the flow separation accurately.

KEYWORDS: numerical analysis, turbulent flow, separation, reynolds stress, secondary flow, three-dimensional flow, algebraic reynolds stress model

I. 緒 言

原子炉は、多くの工学分野から構築された複雑構造物であると同時に、多くの物理現象が相互に関与する。原子炉装置を構成する管路も、重要な構成要素の一つであり、複雑形状を有する管路には、いくつかの特徴的現象が発生する。はく離・再付着現象は、原子力工学、流体工学、空調機器、あるいは伝熱機器分野に関連し、機器特性に直接的に影響する現象であり、はく離位置、再付着位置、ならびにはく離流れの占める領域を事前に予測しておくことは、装置設計の上から重要なことである。しかし、はく離を伴う流れ場は、強い 3 次元性を示し流れは複雑である。かつ流れが乱流場となると、乱流拡散による応力が作用し流れ場は、複雑化し予測も困難となる。はく離流れは、予測する上で難しい流れの一つでもある。したがって、はく離・再付着現象に関する研究については、実験、計算の両面から多くの研究が報告されている^{1,2)}。

一般に、はく離流れは、流路形状変化による圧力勾配変化に起因することから、形状的にはデフューザに代表される拡大流路、急峻な曲がりをも有する U 字形流路を対象とした計測結果に比較的多く報告されている。

Buice-Eaton³⁾、Obi ら⁴⁾は、流入部の矩形断面アスペクト比が 1:35 の拡大管路を対象として 2 次元乱流場における乱流計測を報告している。一方、U 字形管路は、断面形状から円形と矩形断面とに、また、曲がり部が曲線で構成される曲がり管と、直線で構成される屈曲管路とに概略分類される。円形断面形状を有する曲がり管路を対象とした実験では、曲がり部における曲がり半径が大きく、はく離・再付着現象を伴う乱流計測結果は比較的少ない。むしろ、はく離流れは矩形断面を有する屈曲管路流れにおいて、計測結果が報告されている。Hsieh ら⁵⁾は、矩形断面を有する屈曲管路内の流れを対象に、乱流計測結果を報告している。この種の屈曲管路が、タービン動翼の冷却流路として活用されることから、屈曲管路を回転させた場合の計測結果も同時に報告している。Iacovides ら^{6,7)}は、伝熱促進を図る目的で矩形断面を有する屈曲管路の側壁に微小リブを周期的に設けた場合の流動挙動を計測している。微小リブを設けることにより壁面近傍における乱れの非等方向性が顕著となり、はく離流れとの相互干渉も絡んで流れは複雑に変化する。最近では、中山ら⁸⁾は、屈曲管路の屈曲部での流路幅を変化させた場合の乱流計測を報告している。彼らは、断面内における主流方向速度分布、2 次流れ分布、レイノルズ応力分布の流れ方向変化をレーザー・ドップラ流速計により詳細に計測している。

一方、数値解析に関しても、多くの報告がなされている。

¹ 宇都宮大学大学院工学研究科エネルギー環境科学専攻

² 榊童夢

* Corresponding author, E-mail: sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp

Lin ら⁹⁾は、正方形断面を有する曲がり管路、ならびに曲がり管路直線部に傾斜リブを設けた管路を対象とし、乱流モデルには SST (shear stress transport) $k-\omega$ モデルを用いて、速度場、温度場の解析結果を報告しているが、実験結果との比較はない。Jang ら¹⁰⁾も、 60° 傾いたリブを有する屈曲管路の流れを対象に解析しているが、実験との比較は報告されていない。Iacovides-Raisee¹¹⁾は標準的な 2 方程式乱流モデル、レイノルズ応力輸送方程式モデルを用いてリブを有する正方形断面曲がり管路内の乱流場を解析し、実験結果と比較している。杉山ら^{12,13)}は、代数応力モデルを用いて Iacovides らと同じ曲がり管路内の解析結果を報告している。

以上の U 字形状管路の研究を概観すると、実験、解析とも数多くの計算結果が示されているが、はく離流れまで定量的に計測された実験、計算による定量比較の報告例は少ない。この点、中山ら⁸⁾は、はく離流れに関して定量的なデータを示し、さらに従来報告されていない断面内の速度分布、レイノルズ応力分布を示している。この種の計測結果は、乱流モデル評価の観点からも有益である。そこで、本解析では、中山ら⁸⁾の実験を対象に代数応力モデルにて解析することを目的とする。

同時に、高レイノルズ数型乱流モデルで使用される壁関数について改良を加え検討する。すなわち、はく離流れが形成されることは、流れ場においては抵抗と作用すると考え、はく離領域での壁面を粗面壁と考える。具体的には、壁関数を適用する際に仮定する対数速度分布に、はく離領域においては、粗面壁にて報告されている対数則度分布を適用する。このような壁関数の改良が、従来の解法と比較して、はく離予測にどの程度寄与するのかについても検討する。

II. 解析手法

1. 計算対象実験

解析対象とした中山ら⁸⁾の実験装置の概略図、および座標系を Fig. 1 に示す。流路は矩形断面形状の屈曲管路である。彼らは、屈曲部での流路幅、すなわち End wall と Inner wall との間隔を 3 種類変化させて計測を行っているが、本解析では、この間隔が 50 mm の屈曲管路を対象とした。矩形断面の短辺長は 25 mm である。作動流体には空気を用い、レーザー・ドップラ流速計にて測定を行っている。レイノルズ数は、代表長さに水力直径、代表速度に断面内平均速度を用いて 3.5×10^4 である。

座標系は、主流方向を X_1 軸、これと直交する向きに流路幅に相当する水平方向を X_2 軸、深さに相当する垂直方向を X_3 軸と定義している。座標原点位置は、Fig. 1 に示すように、屈曲部の Inner wall 側の中央点に設けた。

2. 支配方程式

本解析のように非等方性の強い流れ場においては、レイ

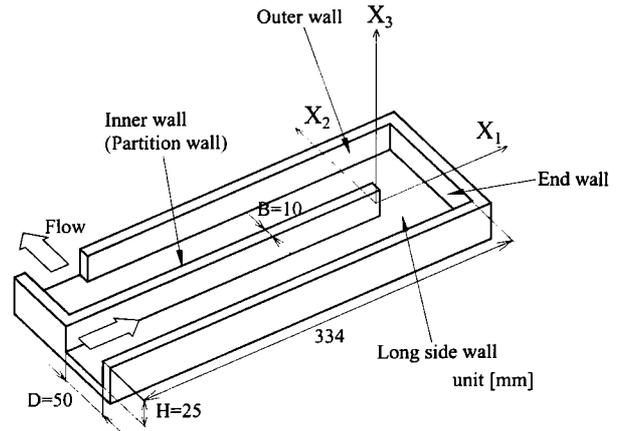


Fig. 1 Schematic diagram of sharp 180-degree turn and coordinate systems

ノルズ応力場を正確に予測することが要求される。そこで、本解析ではレイノルズ平均化された運動量輸送方程式 (RANS)、レイノルズ応力輸送方程式を解くこととした。運動量、レイノルズ応力輸送方程式の各式は以下のように示される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (2)$$

レイノルズ応力輸送方程式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値計算を実行する上で障害となる左辺の対流項、拡散項に対しては Rodi¹⁴⁾近似を用いてモデル化を行った。この近似より輸送方程式は、微分式形から代数式形に変換されることになり計算負荷の低減に寄与する。反面、微分方程式にて関係づけられた物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。レイノルズ応力輸送方程式の圧力・ひずみ相関項のモデル化も問題となるが、この項のモデル化、定数系に関しては、別報¹⁵⁾にて詳述した。

乱流散逸項に対しては、流れが高レイノルズ数流れであり、局所等方性を仮定して次のようにモデル化する。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (3)$$

以上の各項モデル化によりレイノルズ応力輸送方程式は、最終的に以下のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon) = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & + [(\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) + (\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}) \\ & + (\pi_{ij,w} + \pi_{ji,w})] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \end{aligned} \quad (4)$$

上式中、 P_k は乱流エネルギー輸送方程式中の生成項を示し π_{ij} を含む項は圧力・歪み相関項¹⁵⁾である。

3. 数値解析

計算格子をFig. 2に示す。管路全体の計算格子図、ならびに矩形断面内の計算格子配置を示している。Fig. 1に示す実験装置の流入側直管上部にはチャンバが設けられ流れは急縮小されて流入するが、計算においては、このチャンバ形状は考慮せず、直線管路部を実験と同じ長さで考慮した。また、出口側での流出は、実験装置では X_2 軸方向に流出させているが、計算では管路出口断面で自由流出境界条件を設定するために、水力直径の30倍の管路長をEnd wallから X_1 軸方向に設けて計算を行った。以上の流入、流出管路形状、出口境界条件の妥当性については、後述する実験結果との差異程度から影響は少ないものと判断した。計算格子数は流れ方向に218、断面方向に 45×23 の計算格子を設定している。計算対象領域は、矩形断面の全断面を対象とした。初期条件として、速度に関しては主流方向に一様流を与え、乱流エネルギー、乱流散逸値に関しては、 $k/U_b^2 = 1 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と完全発達乱流場の値と比較して小さな値を流入条件として課した。

式の離散化は有限差分近似により行い、計算諸量の格子点配置は、Regular Grid法による。支配方程式の対流差分近似にはQUICK(Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)法を使用した。

本解析で使用した乱流モデルは、高レイノルズ数型乱流モデルであり、乱流エネルギー、乱流散逸値の境界条件設定に関しては壁関数を用いている。その際に、対数速度分布を仮定することが必要となるが、一般に以下の滑面壁の対数速度分布を使用している。

$$\frac{U_1}{U_\tau} = \frac{1}{0.42} \ln \left(\frac{U_\tau y}{\nu} \right) + 5.5 \quad (5)$$

はく離流れが形成された領域においても、滑面壁の対数

速度分布を使用することには、議論の余地がある。そこで、はく離流れは、流れにとって抵抗となることを考慮し、はく離流れが形成されている壁面を粗面壁と考え、はく離が形成される領域においては、粗面壁に対する対数速度分布を適用することを検討する。本解析手法は、境界適合座標系を適用していることから、主流方向の反変速度成分が負値を示した時に、粗面壁に対する対数速度分布を用いることとし、それ以外の場合は、滑面壁の従来の対数速度分布を用いる。粗面壁に対する対数速度分布に関しては、任意に仮定することも可能であるが、粗面壁乱流を系統的に計測し粗面形状も明確な藤田ら¹⁶⁾により報告された以下の式を用いて解析する。

$$\frac{U_1}{U_\tau} = \frac{1}{0.42} \ln \left(\frac{U_\tau y}{\nu} \right) - 8.62 \quad (6)$$

また、壁面からの計算第1点目は、高レイノルズ数型乱流モデルであることから、対数速度分布領域内に収まるよう調整した。

III. 結果と考察

実験では X_1 - X_2 平面、矩形断面内での計測結果が報告されている。矩形断面内の計測は、Fig. 3に示すSec. 1~Sec. 6の断面の計測結果を示していることから、計算においてもこれらの断面を比較対象とする。また、計算では全領域で(5)式の対数速度分布を適用した場合と、はく離が発生した領域でのみ(6)式を適用した場合の二種類の計算を行った。前者を $C=5.5$ と、後者を $C=-8.62$ として区別した。

1. 平均速度分布の比較

Fig. 4に主流方向速度分布の実験、計算との比較結果を示す。速度は、管路断面内の平均速度 U_b にて無次元化して比較した。また、 $X_2^* = 0, 1$ はそれぞれ屈曲管路の内、外壁に位置する。

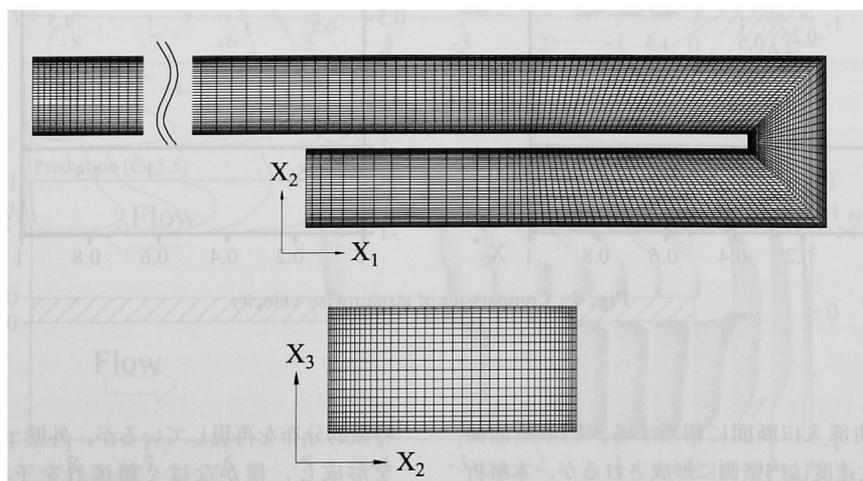


Fig. 2 Grids layouts for top view and cross section

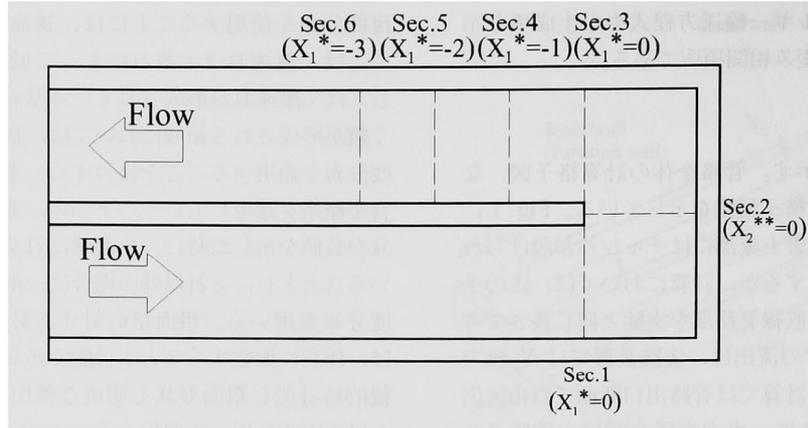


Fig. 3 Location of compared cross sections

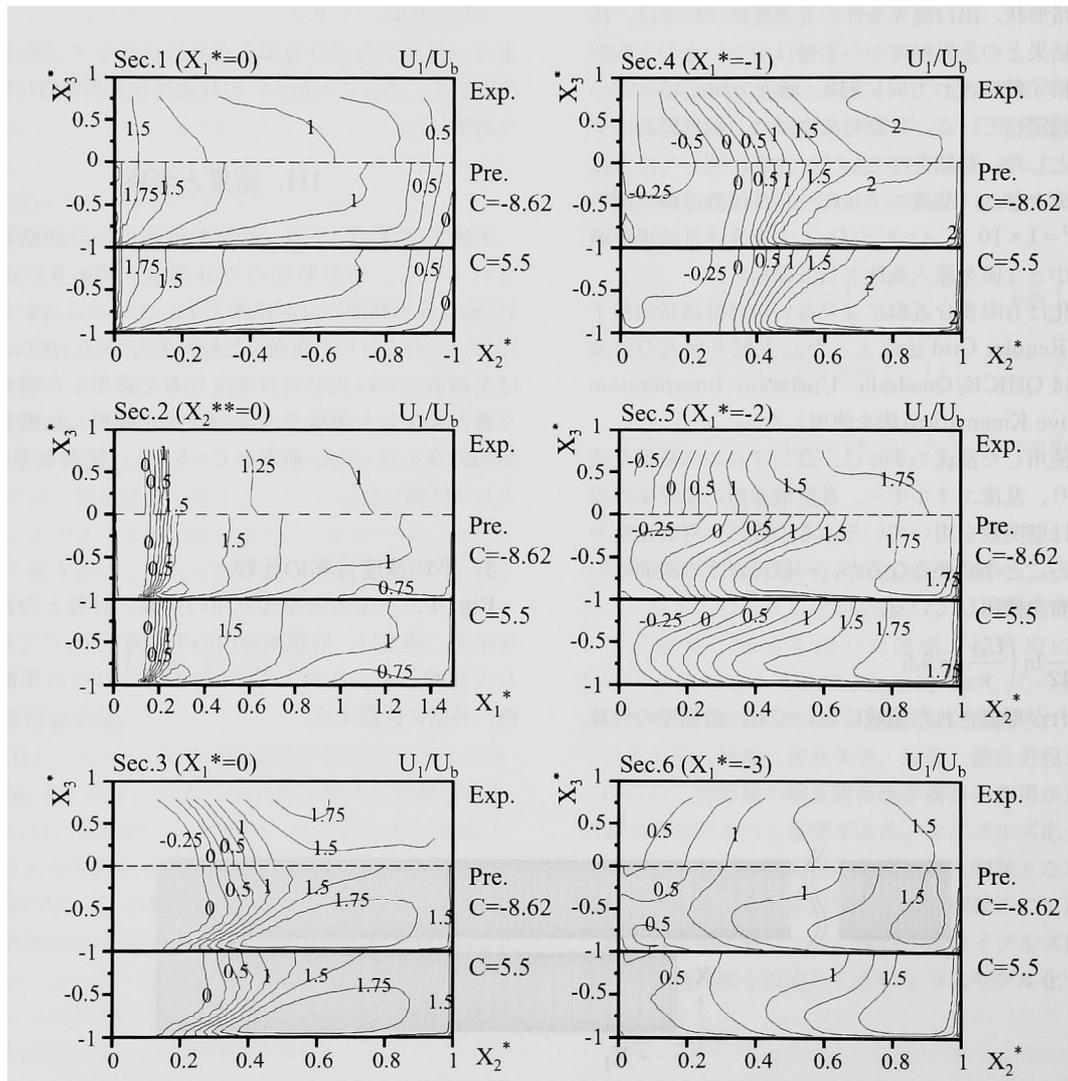


Fig. 4 Comparison of streamwise velocity

Sec. 1 断面は屈曲部入口断面に相当する。円形断面曲がり管路では、最大速度は内壁側に形成されるが、本解析の屈曲管路でも内壁側に生成される。計算も同様に、この

特徴的の分布を再現しているが、外壁コーナ部にゼロラインを形成し、僅かなはく離流れを予測している。Sec. 2 は、屈曲部の中央に位置するが、ゼロ等値線が形成され、

はく離流が存在することが理解できるが、計算もこのゼロ等値線の位置を比較的良好に予測している。Sec. 3~Sec. 5は、大規模はく離が生成される屈曲部後流直管路に相当する。はく離領域の予測の観点から、ゼロ等値線に着目すると計算は、Sec. 5断面を除きいずれの断面においても良好に予測していることがわかる。同時にSec. 4における2種類の解析結果を比較すると、 $C=-8.62$ の方が実験値を良好に予測し、はく離領域で壁関数を変化させて適用する手法が妥当であることを示している。この断面では、両計算とも最大速度の等値ラインも再現している。一方、Sec. 5断面でのゼロ等値線位置を実験と比較すると内壁から離れた位置に予測し実験とは異なる。同時に等値線分布に関しても、計算は長辺の底壁面付近で大きく湾曲して

いる点の実験とは異なっている。Sec. 6は、再付着点下流に位置するが、計算では等値線の湾曲が顕著に認められる。

Fig. 5は、 X_1 - X_2 平面、 $X_3=0.0$ での主流方向速度のベクトル線図を比較した結果である。屈曲下流部にて大規模なはく離が、屈曲部のコーナ部に小規模なはく離が生成されていることが実験結果から理解できるが、計算においても同様に認められる。また、計算結果において大規模はく離領域にて速度分布の値に僅かながら差が認められる。さらに、定量的比較を行う意味から主流方向速度、 X_2 軸方向速度の局所な位置での比較を行った。それぞれの比較結果をFig. 6, 7に示す。特に実験と差が認められるのは、 X_2 軸方向速度であり $X_1^*=-2, -3$ の位置における内壁

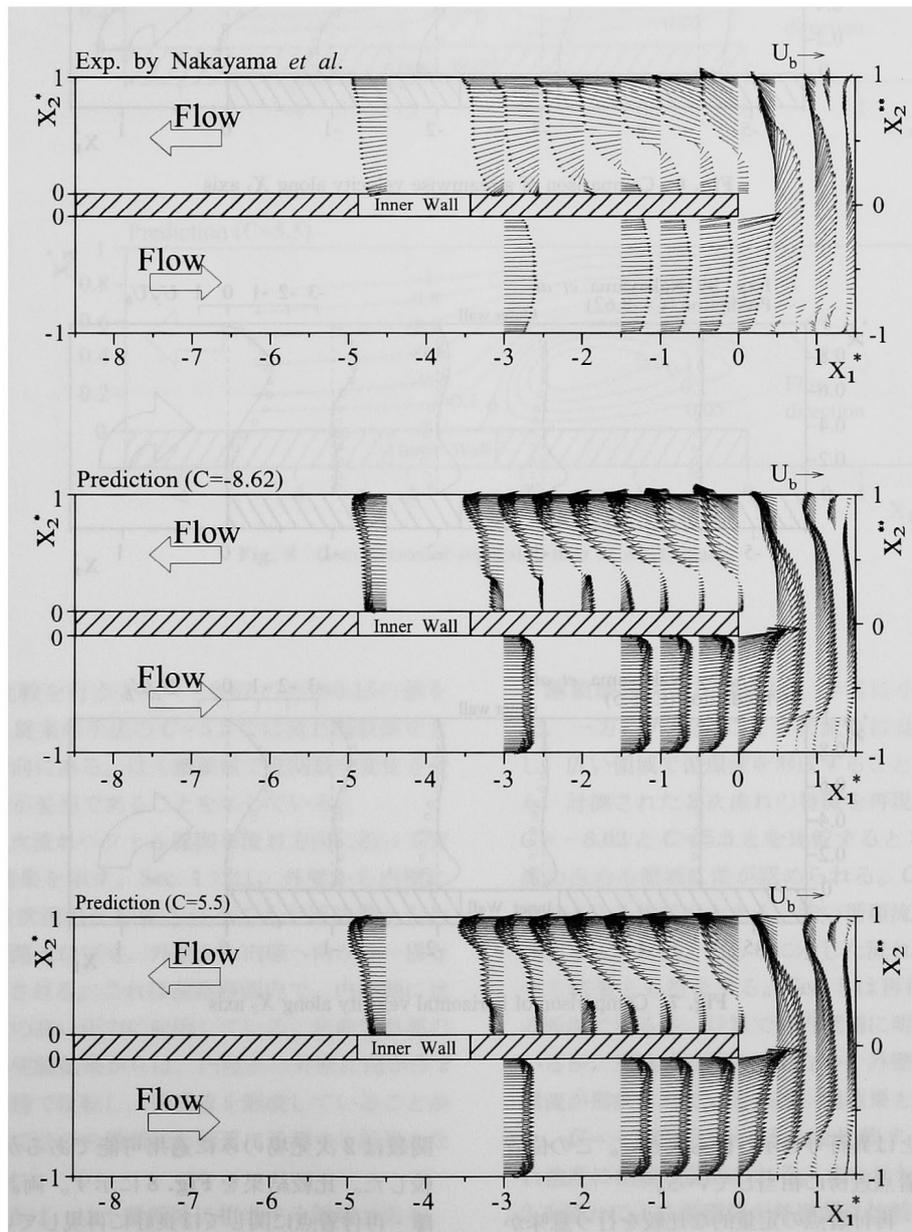
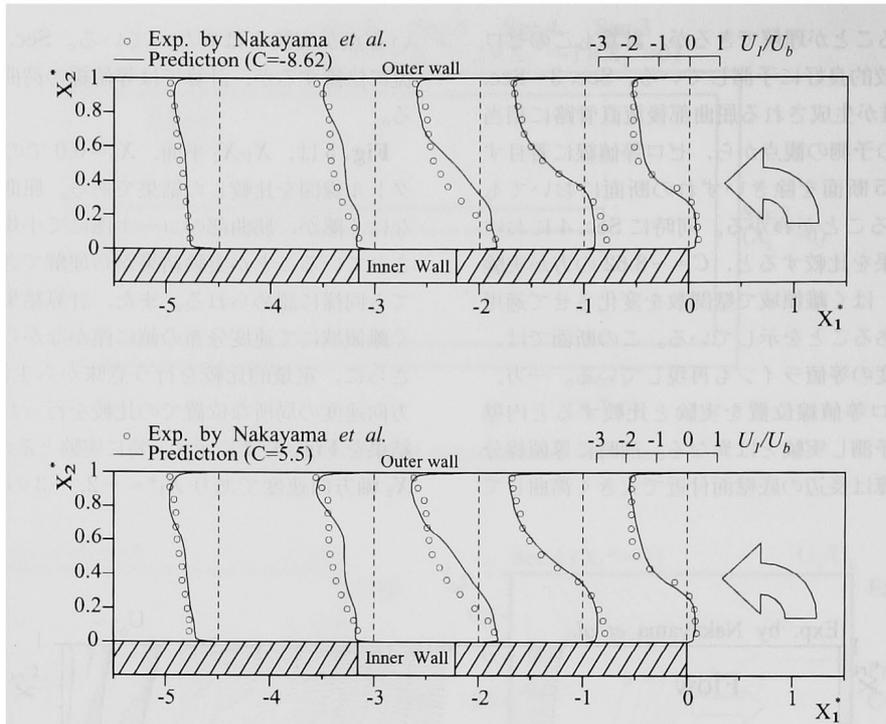
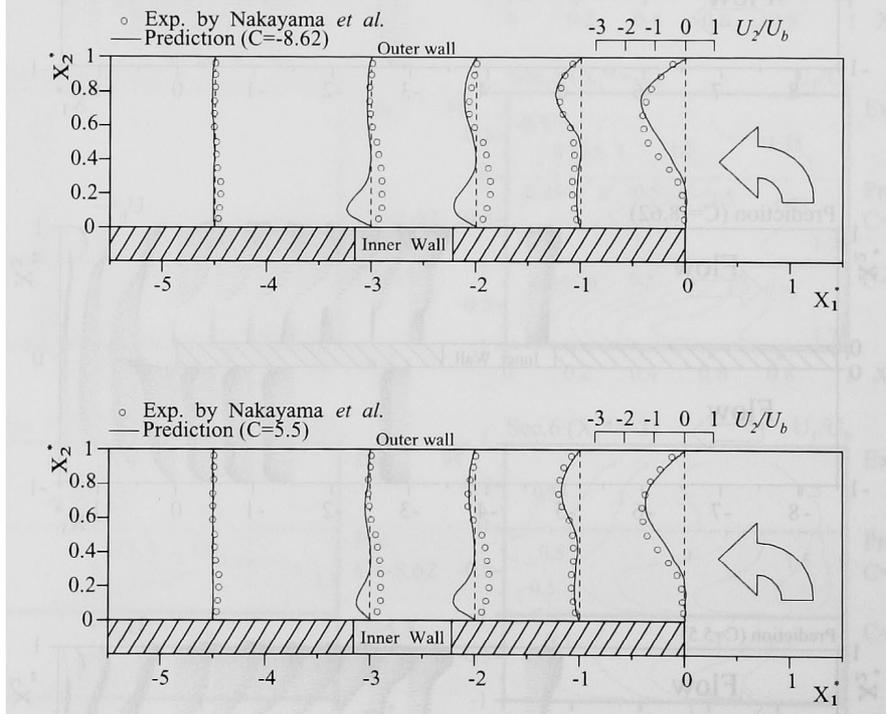


Fig. 5 Comparison of streamwise velocity in X_1 - X_2 plane

Fig. 6 Comparison of streamwise velocity along X_2 axisFig. 7 Comparison of horizontal velocity along X_2 axis

側付近で実験結果とは異符号を示し値も大きい。この位置は、はく離・再付着点近傍に相当している。

そこで、はく離・再付着点の定量的な比較を行う意味から実験で示された流れ関数値を求め比較した。一般に流れ

関数は2次元場のみ適用可能であるが実験を踏襲し比較した。比較結果を Fig. 8 に示す。両計算結果ともはく離・再付着点に関しては良好に再現している。しかし、ゼロライン等値線分布を比較すると再付着点近傍で実験とは

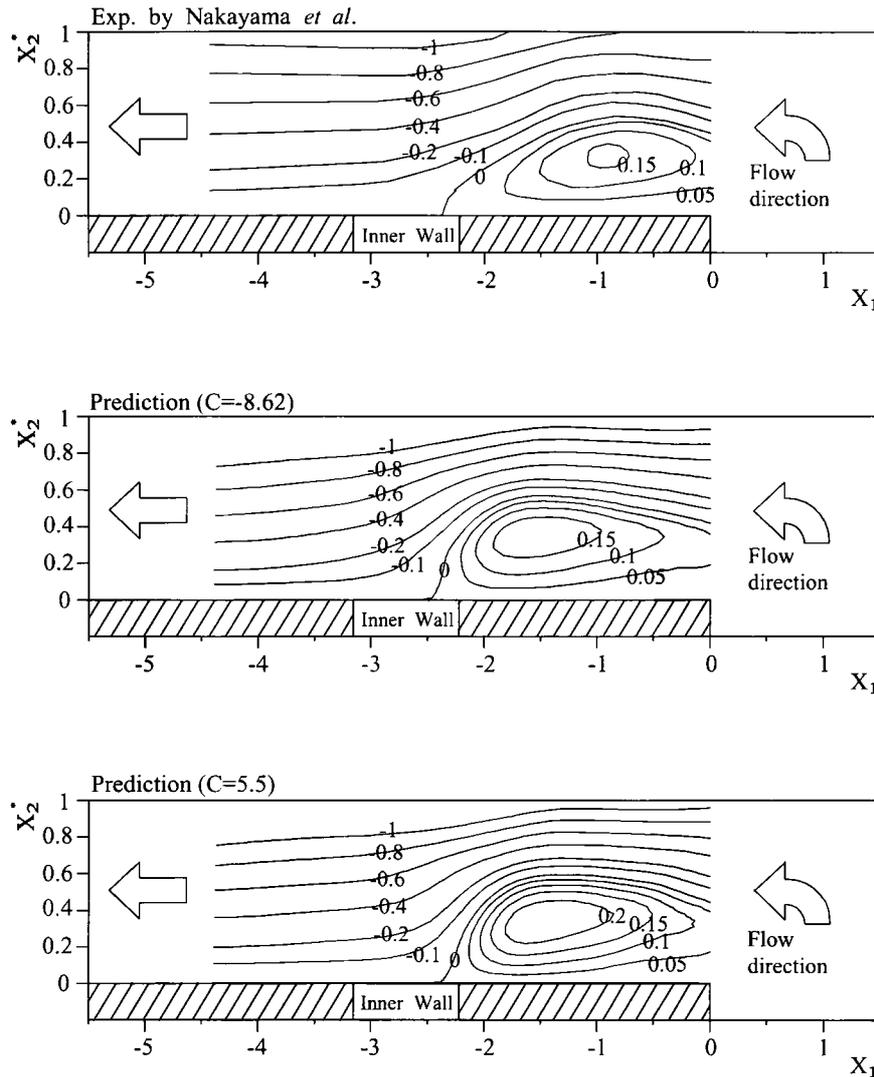


Fig. 8 Comparison of separated flow in X_1 - X_2 plane

異なる。定量比較を行うと $C = -8.62$ の方が 0.15 の値を妥当に再現し、従来の手法の $C = 5.5$ では流れ関数値を大きく予測する傾向にある。はく離領域で壁関数を変化させて適用する手法が妥当であることを示している。

Fig. 9 は、2次流れベクトル線図を流れ方向に沿って実験と比較した結果を示す。Sec. 1 では、外壁から内壁に向かうような2次流れが形成されることが両結果からわかる。曲がり管路入口でも、外壁から内壁へ向かうような2次流れが観測される。これは流路断面内で、内壁側に比較して外壁側での高い圧力に起因している。屈曲管路部の Sec. 2 における実験結果からは、内壁から外壁に向かう2次流れが上壁近傍で反転し、循環流を形成していることがわかるが、計算ではこの循環流を顕著に予測する結果となっている。

Sec. 3~Sec. 5 は、はく離領域に相当する領域である。Sec. 3, 4 の実験結果から、内壁側にはく離が発生し、は

く離領域内で2次流れは、非常に小さな値を有すること、一方、外壁側にて2次流れは比較的大きな値を有し、広い領域で循環流を形成することが理解できる。計算も、計測された2次流れの特徴を再現している。同時に、 $C = -8.62$ と $C = 5.5$ とを比較すると Sec. 4 断面にて循環流の占める領域に差が認められる。 $C = 5.5$ の方が、循環流の占める領域が大きく、強い循環流が形成されることがわかる。これは、Fig. 8 に示した流れ関数値を大きく予測する結果とも符合する。Sec. 5 は再付着点近傍に位置する断面であるが、計算では内壁側に明瞭に渦対を予測しているが、実験では認められない。外壁側に比較的大きな循環流が形成されている点は、両結果とも共通している。また、 $C = -8.62$ と $C = 5.5$ とを比較すると外壁側の2次流れ強度に相違が認められる。すなわち、 $C = -8.62$ では、2次流れによる循環流が外壁側に比較的明瞭に認められるが、 $C = 5.5$ では2次流れ強度が小さく明瞭には認められ

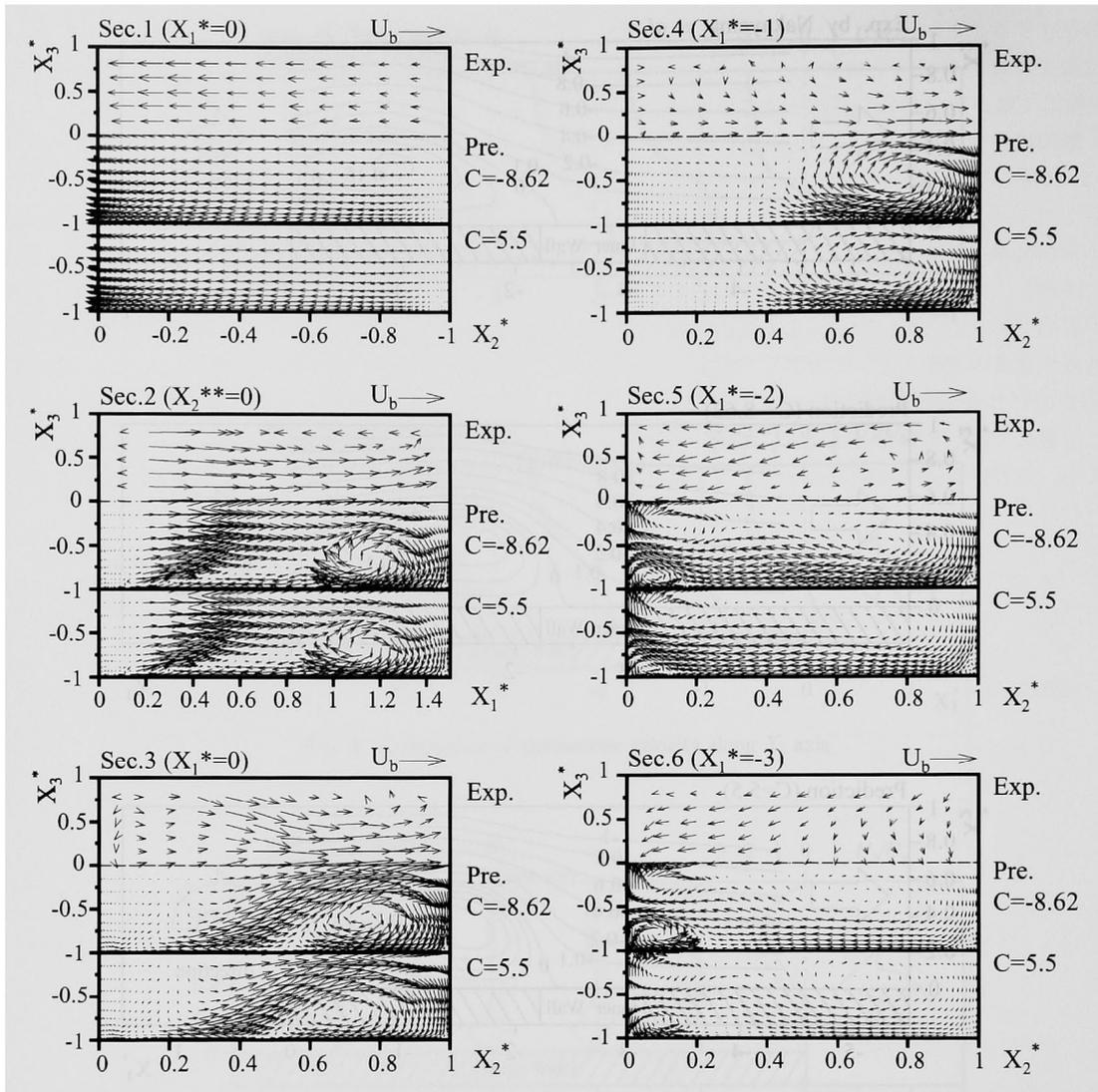


Fig. 9 Comparison of secondary flow vectors

ない点を指摘できる。実験では循環流が認められることから、はく離領域で壁関数を変化させて適用する手法が妥当であることを示している。

Sec. 6は、再付着点後流に位置している。実験ではSec. 5の外壁側に認められた循環流は減衰しているが計算も同様に減衰傾向を示している。ただし、計算ではSec. 5にて認められた渦対を内壁側に予測している。

最近、中山ら¹⁷⁾は、同一矩形断面アスペクト比の屈曲管路内流れをPIVにて計測した結果を報告している。レイノルズ数は 2.0×10^4 、測定位置も多少異なるが、その2次流れベクトルを比較すると、計算で予測したSec. 5, 6の内壁側近傍に生成される渦が明瞭に計測されている。本計算結果は、中山ら¹⁷⁾の最新の計測結果と一致しており解析結果の妥当性を示している。中山らはレーザー・ドップラ流速計⁸⁾、PIV計測¹⁷⁾の不確かさも報告しており、レーザー・ドップラ流速計の場合、平均速度については6

%、変動強度については12%程度と、PIV計測の場合はそれぞれ4%、9%程度と報告しPIV計測の方が誤差の少ない計測結果であることを報告している。

2. 変動速度場の比較

Fig. 10は、乱流エネルギーの発達を実験と計算とで比較した結果である。管路断面内の平均速度 U_b にて無次元化し比較した。図から明らかなように、Sec. 4から6までの断面では、比較的实验値の特徴的分布を再現しているが、上流部に相当するSec. 1から3までは実験結果とは異なる。計算はSec. 2において長辺壁の外壁近傍に比較的高い値を予測している。また、Sec. 3において、実験値は管路中央部まで高い値が計測されるのに対して、計算は小さな値を予測している。

乱流エネルギーを構成する各方向の変動速度成分についても比較した。Fig. 11は主流方向変動速度を実験と計算

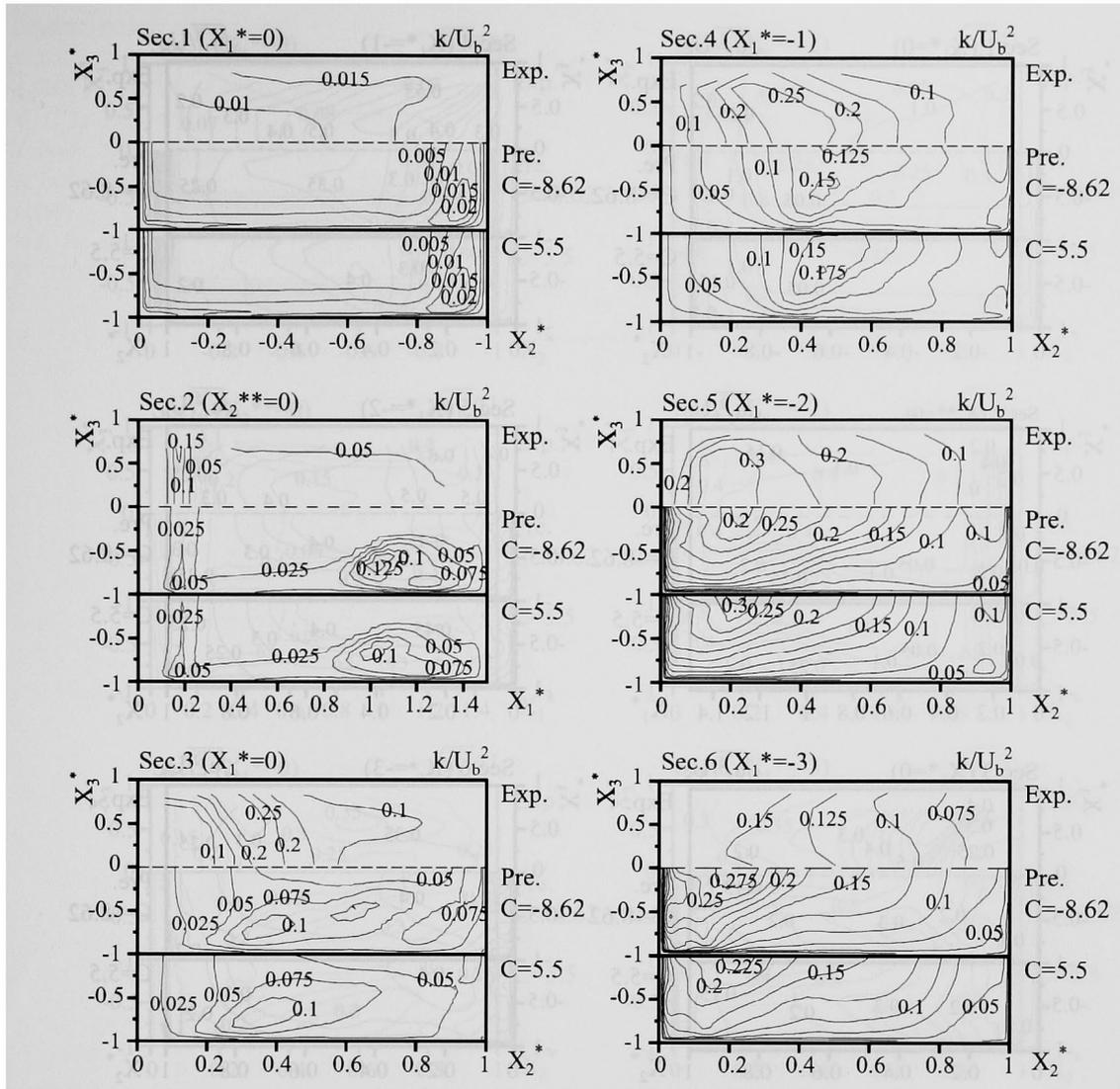


Fig. 10 Comparison of turbulent energy

で比較した結果である。屈曲管路入口に相当する Sec. 1 では、外壁側に比較的高い値が生成される。計算は両結果とも傾向は再現するものの実験値より小さな値を予測している。Sec. 2 の実験結果から、最大値は内壁付近に0.4の値が生成される。計算も内壁付近に高い値を予測している。この内壁側での高い値は、はく離せん断層位置と符合する。また、計算での最大値は長辺壁近傍の $X_1^*=1$ 近傍に認められ、計算は全領域で値を小さく予測する傾向にある。

はく離領域に相当する Sec. 3~5 の実験結果は、いずれの断面においても最大値が長辺壁の $X_2^*=0.2$ 付近に生成されている。一方、計算では Sec. 3 においては、値は小さいものの同様の傾向を示している。しかし、それ以降の断面では断面中央部に最大値を予測して、実験結果とは異なる。Sec. 6 では、実験では等値線数が少なく不確かさもあるが内壁側に大きな値を形成することがわかる。計算

も同様の結果を示す。

Fig. 12 は、 X_2 軸方向、すなわち矩形断面の長辺に沿う水平方向変動速度を実験と計算とで比較した結果である。Sec. 2 において実験では、長辺壁に沿い最大値が形成されている。計算も長辺壁近傍に最大値を再現するが、島状の等値線分布を描いている点が異なる。はく離領域での実験結果の特徴的な現象として、比較的高い値が長辺壁から離れた領域に形成されることを指摘できる。計算結果も、定量的には多少差はあるものの実験の特徴的な分布を再現している。水平方向変動速度値は、その生成項から明らかに速度勾配 $\partial U_2/\partial X_1$, $\partial U_2/\partial X_2$, $\partial U_2/\partial X_3$ により支配される。したがって、直線管路などでは壁面近傍での速度勾配が支配的となり壁面近傍にて高い値を示すことになるが、本解析のような屈曲管路では、壁面から離れた位置に高い値を示すことから、主流方向への水平方向速度成分の変化が大きいことが推察される。

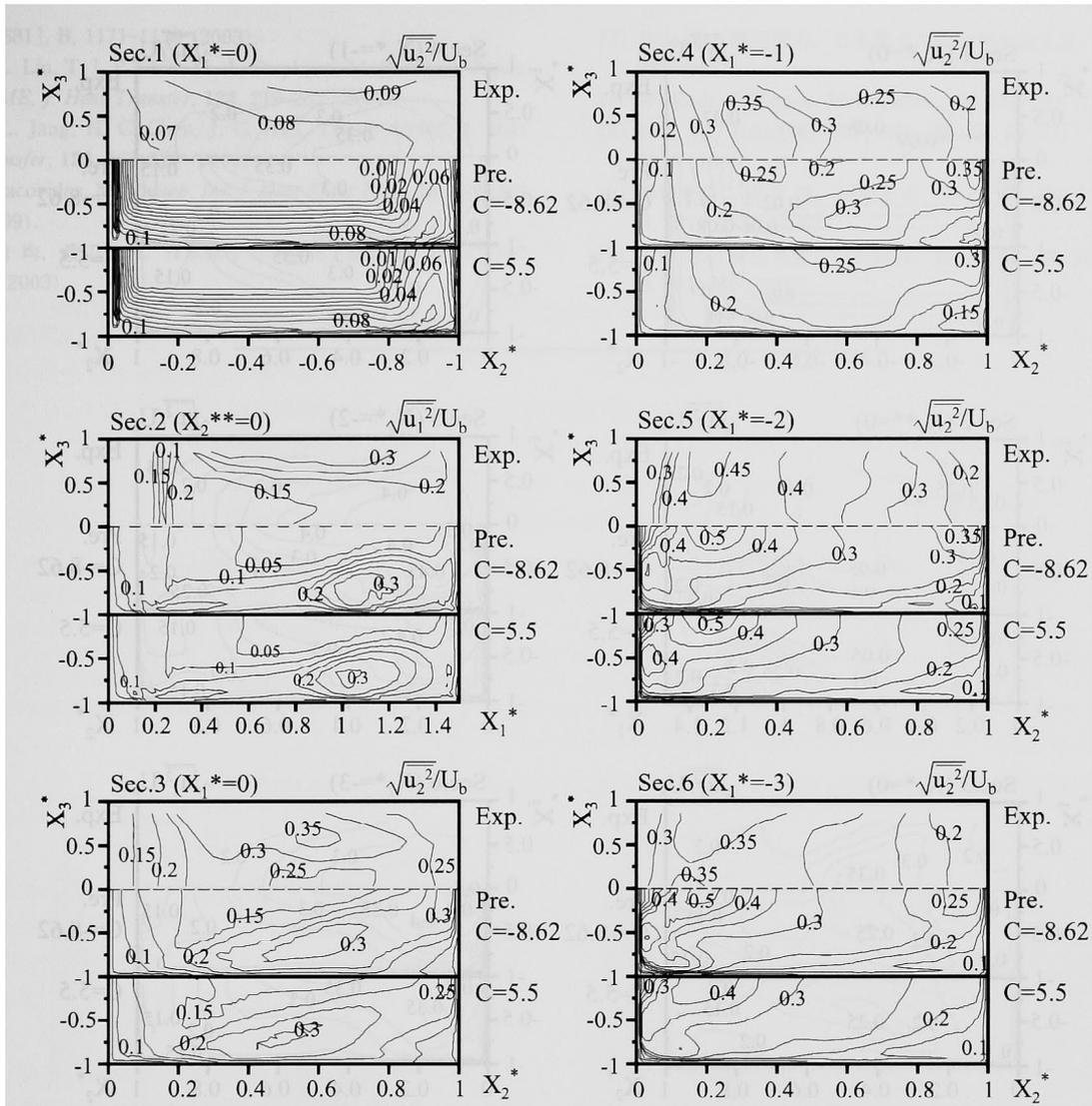


Fig. 12 Comparison of horizontal fluctuating velocity

用される壁関数に新たな提案をし、解析結果を実験結果と比較することにより以下の結論を得た。

- (1) 計算は、主流方向速度分布を比較的良好に予測する。断面内での等値線分布を比較すると、はく離領域に粗面壁対数速度分布を適用した手法の方が、実験値を再現している。
- (2) はく離・再付着点位置予測に関して、2種類の解析手法には差が認められないが、流れ関数値に関しては、はく離領域に粗面壁対数速度分布を適用した手法の方が、実験値に近い値を再現した。しかし、いずれの方法もはく離内部領域を定量的に予測するには至らない。
- (3) 2次流れ分布に関し、計算と実験とでは差が認められた。特にはく離・再付着点近傍、その下流位置において計算では短辺壁近傍に一对の渦を予測しているが、実験では認められない。また、計算の2次流れ

は平均速度分布、変動速度分布に直接的に影響する結果、実験と差異を生じている。2次流れ分布について2種類の解析結果には、僅かではあるが差が認められる。

- (4) 計算は、3軸方向の変動速度分布の特徴的な分布は再現するが、定量的には実験値を小さく予測している。はく離領域に粗面壁対数速度分布を適用した手法の方が、値は多少大きくなり実験値に近づく。
- (5) 代数応力モデル、ならびにはく離領域での壁関数に粗面壁の対数速度分布を適用することにより、はく離流れをより正確に予測することが可能であることを示した。

〔記号〕

- D : 矩形断面の長辺
- D_h : 水力直径
- H : 矩形断面の短辺

- 69[681], B, 1171-1179 (2003).
- 9) Y. L. Lin, T. I. P. Shih, M. A. Stephens, M. K. Chyu, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **123**, 219-232 (2001).
- 10) Y. L. Jang, H. C. Chen, J. C. Han, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **123**, 563-575 (2001).
- 11) H. Iacovides, M. Raisee, *Int. J. Heat Fluid Flow*, **20**, 320-328 (1999).
- 12) 杉山 均, 渡辺智力, 日本原子力学会和文論文誌, **2**[1], 24-31 (2003).
- 13) 杉山 均, 渡辺智力, 日本原子力学会和文論文誌, **2**[2], 88-98 (2003).
- 14) W. Rodi, *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**, 219-221 (1976).
- 15) 杉山 均, 秋山光庸, 芹沢寿行, 機論, **56**[531], B, 3328-3335 (1999).
- 16) 藤田秀臣, 横澤 肇, 廣田真史, 西垣 聡, 機論, **53**[492], B, 2370-2376 (1987).
- 17) 中山 浩, 廣田真史, 小野靖洋, 藤田秀臣, 機論, **71**[703], B, 781-788 (2005).
-