

低レイノルズ型二方程式乱流モデルによる 180° 曲がり円管内乱流の数値解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 菊地 裕^{*2}

Numerical Analysis of Three-Dimensional Turbulent Flow in 180°-Bent Tube by Low-Reynolds-Number Turbulent Models

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Yutaka KIKUCHI

A numerical analysis has been performed for a three-dimensional turbulent flow developing in a 180° bent tube with straight inlet and outlet sections by three low-Reynolds-number turbulent models. The calculated results for three types of turbulent model are compared with available experimental data. The calculated results show comparatively good agreement with the experimental data of time-averaged velocity and fluctuating velocity, irrespective of the turbulent model adopted in this study. As a striking feature of the flow, it has been pointed out in the experiment of the 180°-bent tube that the cross-stream flow undergoes a second reversal in its direction of motion and is redirected toward the pipe inner radius. The three turbulent models predict well the occurrence of the cross-stream flow reversal in the bend. Moreover, these turbulent models predict well the velocity distribution near the wall in the bend. Judging from these comparisons with experimental data, turbulent flow of the bent tube is predicted well by low-Reynolds-number turbulent models and the difference among these turbulent models is negligible in the bent tube flow.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Pipe Flow, Low-Reynolds-Number Turbulent Model

1. 緒 言

曲がり円管は、熱交換器、化学反応装置、あるいは、各種配管等、広範囲にわたり活用されており、その流動特性について検討を加えることは、工業的にも研究的にも意義あるものである。曲がり円管流動に関する研究は古くより行われているものの、その報告例の多くは層流場に限られ、乱流場における実験解析、ならびに数値解析例は比較的少ない。

曲がり円管乱流に関する実験としては、古くは、Rowe⁽¹⁾による実験が挙げられる。彼は、レイノルズ数 2.36×10^5 にて 180° 曲がり円管を対象に解析を行い、二次流れは、曲がり角度 30° 近傍にて最大値を取った後一定値へ減少していくこと、曲がり角度 90° 近傍にて局部的に二次流れの逆流現象が生じていることを報告している。近年においては、Azzola-Humphrey-Iacovides-Lauder⁽²⁾, Azzola-Humphrey⁽³⁾ の実験解析がある。彼らは、レーザドップラー流速計にて 180° 曲がり円管内乱流を対象として、レイノルズ数

57 400, 110 000 の場合について速度分布、各方向速度変動分布を測定している。彼らは、その実験の中で特徴的な現象として、Rowe により指摘された二次流れの逆流現象を同様に報告している。ただし、Azzola らの場合はこの現象を曲がり角度 135° 近傍にて報告している。また、青山・森崎・二神⁽⁴⁾ は、曲がり管路の壁面近傍における時間平均速度の実測データ蓄積が少ないことに着目し、熱線流速計にて 180° 曲がり円管内乱流を対象に、レイノルズ数 2.00×10^4 について実験を行い、壁面近傍も含めた主流方向平均速度分布を測定している。

一方、曲がり円管内乱流場の数値解析は、Patankar-Pratap-Spalding⁽⁵⁾ により初めて解析されている。彼らは高レイノルズ数型 $k-\epsilon$ 二方程式乱流モデルを用い、支配方程式を放物型として計算を行い、Rowe の実験結果との比較を試みている。Azzola ら⁽²⁾ も標準的な二方程式モデルを用いて、彼らの行った実験⁽²⁾⁽³⁾ を対象に数値解析を行っている。その際、圧力に関しては円型方程式を用い、他の支配方程式に関しては主流方向の拡散項を無視した放物型方程式として離散化を行っている。著者ら⁽⁶⁾ は、壁面近傍に拡張した低レイノルズ型 $k-\epsilon$ 二方程式モデルを用いて曲がり円管内乱流場の解析を行い、層流化現象の発生と、乱

* 原稿受付 平成 6 年 8 月 15 日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。

^{*2} 石川島播磨重工業(株) (〒100 東京都千代田区大手町 2-2-1)。

流エネルギーが上下対称軸上の管中央近傍にて極大値をもつことを示した。これに対して、須藤・高見⁽⁷⁾は、レイノルズ応力方程式を用いて、青山・土方・二神⁽⁸⁾は、計算の簡便性を考慮してレイノルズ応力方程式を代数応力モデルとし、完全発達乱流場を対象に、実測値との差異分析を報告している。

そこで、本研究では乱流モデルとして解析例の少ない低レイノルズ型二方程式乱流モデルを数種選定し、Azzola-Humphrey⁽²⁾、および壁面近傍までの速度分布を比較する意味より青山・森崎・二神⁽⁴⁾の実験を対象に数値計算を行い、彼らの実験との差異分析を通して各モデルの妥当性を明らかにすると同時に、その流動挙動を解明することを目的とする。その際、低レイノルズ型二方程式乱流モデルとしては、Nagano-Hishida⁽⁹⁾モデル(以後NHと略す)、Nagano-Tagawa⁽¹⁰⁾モデル(NT)、そして著者ら⁽⁶⁾がJones-Launder⁽¹¹⁾のモデルに改良を加えたモデル(改良JL)の3種類のモデルを取り上げ解析を行うこととした。

2. おもな記号

$C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\epsilon$: 定数

d : 管直径

D, E : 乱流エネルギー, 散逸方程式付加項

De : ディーン数 $= Re(d/R_c)^{1/2}$

k : 乱流エネルギー

P : 圧力

Re : レイノルズ数 $= W_b d / \nu$

R : 円筒トロイダル座標上での R 方向

Re_y : 乱流レイノルズ数 $= k^{1/2} y / \nu$

Re_t : 乱流レイノルズ数 $= k^2 / \epsilon \nu$

R_c : 曲率半径

U, V, W : 半径, 円周, 主流方向時間平均速度

u', v', w' : 半径, 円周, 主流方向変動速度

W_b : 混合平均速度 $= \frac{4}{\pi d^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{d/2} WRdRd\Phi$

W^* : 摩擦速度

y : 壁からの垂直距離 $= (d/2) - R$

y^+ : 無次元距離 $W^* y / \nu$

Z : 主流方向距離

ϵ : 乱流散逸

ν : 動粘性係数

ν_t : 渦動粘性係数

Ω : 曲がり角度

Φ : 円周方向角度

3. 解析手法

3.1 計算対象実験 Azzola-Humphrey⁽²⁾は、作動流体に水を用い、レーザドップラー流速計にて180°曲がり管内乱流の計測を行った。曲がり部の入口、および出口部には、54.7 d の直円管を設けて、曲がり管入口では完全発達乱流を流入させる。曲率半径は $R_c = 3.375d$ 、曲がり管直径は $d = 4.45$ cm である。レイノルズ数は $Re = 57400$ と 110000 に設定し実験を行い、両者で大きな差のないことを報告している。

一方、青山・森崎・二神⁽⁴⁾は、曲率半径 $R_c = 3.0d$ の180°曲がり円管において、レイノルズ数 2.00×10^4 について、おもに壁面近傍での主流方向平均速度の測定を行っている。作動流体には空気を用い、熱線流速計を用いて測定している。入口および出口直管路長さは不明であるが、曲がり管路入口部において十分発達した流れを流入させ測定を行っていることを報告している。

Azzola-Humphrey⁽²⁾の実験を対象とする場合には、レイノルズ数 $Re = 57400$ (ディーン数 $De = 31244$) とし曲がり管出口には、55.37 d の、入口部には12.32 d の直管部を設けた。入口直管部長さは、実験のそれとは異なるが、計算時間の短縮化を考慮して実験より短く設定し助走直管部入口では、直円管の完全発達乱流を境界条件として与えた。図1に円筒トロイダル座標系で示した計算座標系を示す。 W は主流方向速度、 V は周方向速度、 U は半径方向速度を示す。計算領域は断面全域を対象とし計算格子は $R \times \Phi \times Z = 20 \times 40 \times 150$ とした。図2にその格子配列を示す。

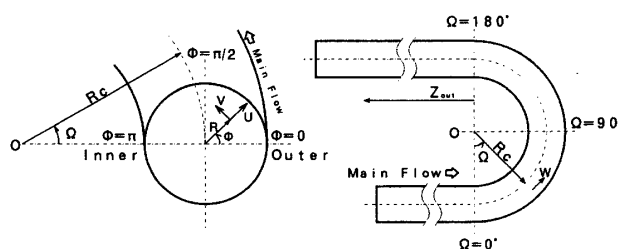


図1 計算座標系

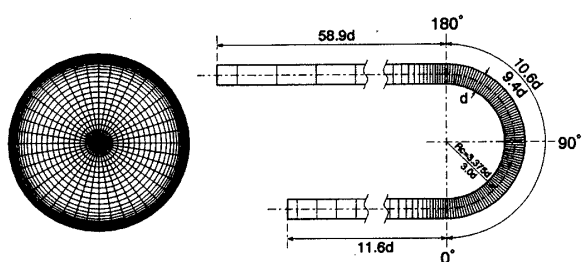


図2 計算格子配列

表 1 定数系, 経験関数

model	C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	α_1	α_2	f_μ	f_1	f_ϵ
Modified JL	0.09	1.55	2.0	1.0	1.3	$1 - \exp\left(-\frac{R_t}{62.5}\right)$	$1 + 0.3 \exp(-R_t^2)$	$1 - 0.3 \exp(-R_t^2)$
NH	0.09	1.45	1.9	1.0	1.3	$\left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{26.5}\right)\right]^2$	1.0	$1 - 0.3 \exp(-R_t^2)$
NT	0.09	1.45	1.9	1.4	1.3	$\left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{26}\right)\right]^2$ $\times \left[1 + \frac{4.1}{R_t^{1.75}}\right]$	1.0	$\left[1.0 - 0.3 \exp\left(-\left[\frac{R_t^2}{6.5}\right]\right)\right]$ $\times \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{6}\right)\right]$

青山・森崎・二神⁽⁴⁾の実験を計算対象とする場合には、曲率半径 $R_c = 3.0d$, レイノルズ数 2.00×10^4 として、曲がり入口, 出口には図 2 と同じ助走区間距離を設け計算を行った。

3・2 乱流モデル 乱流モデルとしては、壁面近傍への適用が可能な k - ϵ 二方程式モデルを用いる。低レイノルズ型二方程式モデルの乱流エネルギー, 乱流散逸方程式は以下のように示される。

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \epsilon - D \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} - C_{\epsilon 1} f_1 \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} f_2 \overline{u_i u_j} \frac{\epsilon}{k} + E \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、レイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$, 渦動粘性係数は以下のよう定義される。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots (4)$$

本解析に用いた乱流モデルの定数系, 経験関数を, 表 1 に, 付加項, 乱流散逸項の境界条件を表 2 に示す。改良 JL モデルは, Jones-launders⁽¹¹⁾ を基本としたモデルであり, 特徴的な点としては, 乱流散逸方程式中に現れる関数 f_1 を, Lam-Bremhorst⁽¹²⁾, 河村⁽¹³⁾ にならない乱流レイノルズ R_t の関数系として表現した。こうすることにより, 層流の生じる流れ, あるいは層流化の傾向を内蔵する流れに対してはよりよい結果を得られることが多い。また, 壁面の影響を直接的に考慮する意味より, f_μ を壁からの距離 y を代表長さとする乱流レイノルズ数 R_y の関数としている。これは Reynolds⁽¹⁴⁾ により提唱されている。

NH モデルは, 壁面近傍の低レイノルズ効果, 壁面の存在による減衰効果を f_μ に直接的に反映させること, ならびに乱流レイノルズ数 R_t が減少するにつれ f_μ も減少するという現象を考慮して f_μ を y^+ の関数

表 2 付加項, 乱流散逸境界条件

model	D	E	$\epsilon_{\text{near-B.C.}}$
Modified JL	$2\nu \left[\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right]^2$	$2\nu \left[\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} \right]^2$	0
NH	$2\nu \left[\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right]^2$	$2\nu (1-f_\mu) \left[\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} \right]^2$	0
NT	0	0	$\nu \left[\frac{\partial^2 k}{\partial x_i \partial x_j} \right]$

表 3 境界条件

	Wall	Inlet	Outlet
U	$U=0$	$U=0$	$\frac{\partial U}{\partial Z}=0$
V	$V=0$	$V=0$	$\frac{\partial V}{\partial Z}=0$
W	$W=0$	Developed pipe flow	$\frac{\partial W}{\partial Z}=0$
k	$k=0$	Developed pipe flow	$\frac{\partial k}{\partial Z}=0$
ϵ	$\epsilon=0$ (Modified JL, NH) $\epsilon = \nu \left[\frac{\partial^2 k}{\partial R^2} \right]$ (NT)	Developed pipe flow	$\frac{\partial \epsilon}{\partial Z}=0$
P	$\frac{\partial P}{\partial R}=0$	$P=0$	$\frac{\partial P}{\partial Z}=\text{const}$

として表現している。さらに, E 項には $(1-f_\mu)$ を導入することにより, 壁から離れた領域の乱流域にて E 項が消去される工夫が施されている。

一方, このタイプの低レイノルズ型モデルで注意しなければならないのは, ν_t の壁面への漸近挙動である。改良 JL モデル, NH モデルは, $f_\mu \propto y^2$ で, 乱流散逸の境界条件を $\epsilon=0$ としていることより $\epsilon \propto y$ であり, したがって渦動粘性係数の壁面漸近挙動は $\nu_t \propto y^5$ となる。これは正しい漸近挙動 $\nu_t \propto y^3$ を満足していない。この点, NT モデルは f_μ に乱流レイノルズ数 R_t を導入, $f_\mu \propto y^{-1}$ とし, 乱流散逸の境界条件に有限値を課すことより $\epsilon \propto y^0$ とし正しい漸近挙動 $\nu_t \propto y^3$ を確保している。

3・3 数値解析 数値計算に際しては, ベクトル量は, コントロールボリュームの面心に, 圧力などのスカラー量はコントロールボリュームの体心に配置するスタガード格子として計算を行った。また支配方程式は, 差分近似法を用いて離散化し, 非線形項に関して

は、流れの状況に応じて中心差分、風上差分を選択するスキームを用いて解析している。境界条件は表 3 に示すとおりである。

4. 結果と考察

4.1 平均速度場の比較 図 3 は、曲がり部、出口直管部での、管中心から管上壁にかけて ($\phi = \pi/2$) の主流方向平均速度を Azzola-Humphrey ら⁽²⁾ の実験値と、各モデルによる計算結果とで比較したものである。いずれの結果も混合平均速度 W_b にて無次元化し示している。主流方向速度分布において、実験値、各計算値ともに特徴的なこととして曲がり角 $\Omega = 90, 135^\circ$ にて壁面近傍における値が、管中心部を上回ることを挙げることができるが、これは二次流れにより管中心付近の高速の流体が、壁付近に運ばれたためと解釈される。図 3 より各モデルによる計算結果に大きな相違は認められず、若干実験値より大きな値を示すものの、いずれのモデルも実験値の分布を比較的良好に予測している。

全体の分布を比較し、各モデルの差異を明らかにするため図 4 に、曲がり角度 $90, 135^\circ$ における主流方向平均速度 W/W_b の三次元分布を示す。図 4 より明らかなようにいずれのモデルも内壁側で値が小さく、外壁

で大きい特徴的な分布を示し各モデルの顕著な差は認められない。

また、比較的曲率半径の小さな、曲がりのきつい管路入口近傍において最大主流方向速度が管路内壁側に寄ることが報告されている⁽⁶⁾。これは、流れが曲がり部に流入すると、きつい曲がりを有する外壁の存在により、流れ方向に逆圧力こう配が外壁に沿って生成され、その結果、断面内での圧力は外壁側で高くなり、この高い圧力により誘起される現象と解釈される。図 5 は曲がり角度 $3, 135^\circ$ における主流方向速度の等値線図を各モデルにおいて比較したものである。各値は混合平均速度にて無次元化した。入口近傍の 3° における断面での最大主流方向速度は内壁側に位置し、その後、 135° 断面においては外壁側に移行し前述の傾向をいずれのモデルにおいても確認できる。

図 6 は、曲がり部、出口直管部での管中心から管上壁にかけて ($\phi = \pi/2$) の円周方向平均速度を、Azzola-Humphrey⁽²⁾ の実験値と、各モデルによる計算結果とで比較したものである。値の正負については、曲がりの内側に向かう流れを正とする。曲がり角度 45° における管壁付近で実験値は、混合平均速度 W_b の約 30% の円周方向速度を示し、図 6 中に示した中では最大である。各計算結果はこの傾向を良好に予測している。

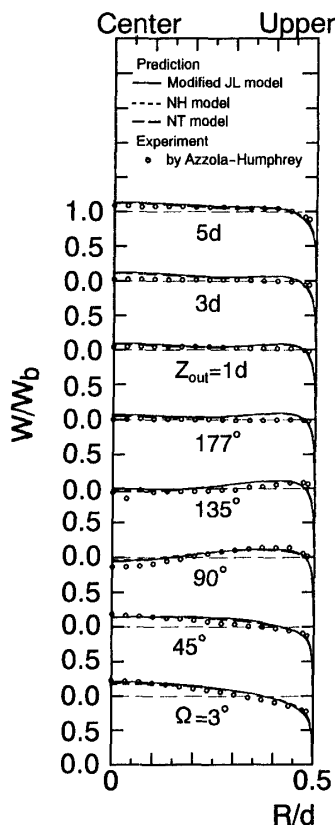


図 3 主流方向時間平均速度比較

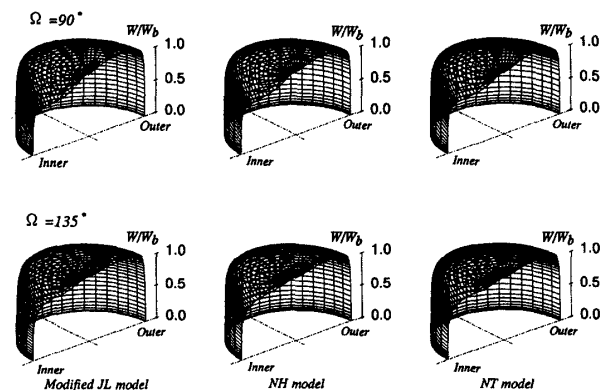


図 4 主流方向時間平均速度鳥かん図

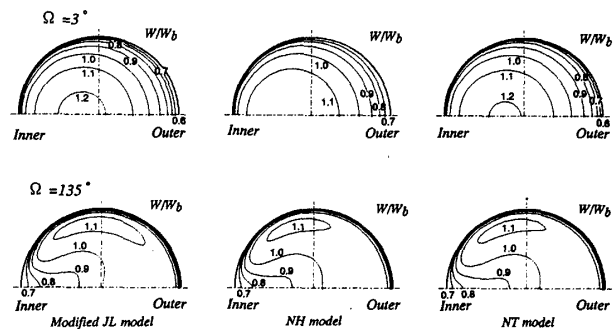


図 5 主流方向時間平均速度等値線

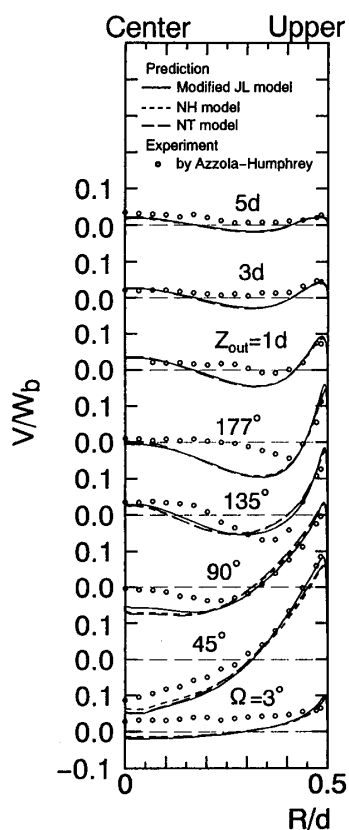


図 6 円周方向時間平均速度比較

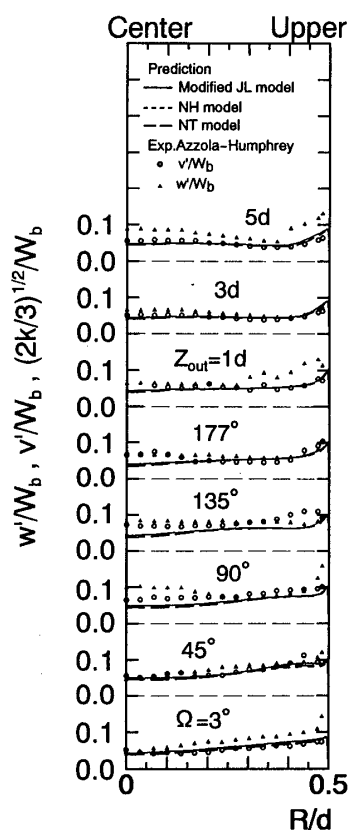


図 8 変動速度強度比較

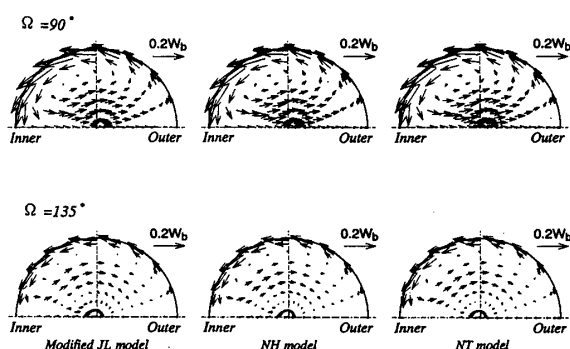


図 7 二次流れベクトル図

さらに曲がりが進み、曲がり角度 $\Omega=135^\circ$ における管中心付近にて、実験値は $\Omega=45^\circ, 90^\circ$ で見られるような負の値から正の値となり、二次流れの方向が逆転することを示している。これは特徴的な現象の一つといえるが、各計算結果は、その絶対値は多少異なるものの、同様の傾向を予測しており、乱流モデルの妥当性を示すものと思われる。

図 7 にこの曲がり角度 $\Omega=90^\circ, 135^\circ$ における各モデル二次流れベクトル線図を示すが、上下対称軸の管路中心部から内側壁に向かう線上にて、 $\Omega=90^\circ$ と比較すると $\Omega=135^\circ$ においては、流れ方向を異にする二次流れが存在することが理解できる。さらに、図 6 に示

されるように各計算結果は $\Omega=177^\circ$ において、中心部近傍の逆転した二次流れの減衰を示し、出口直管部 $Z=1d$ において、再び逆転した二次流れが増大する傾向を示しており、実験結果と符合する結果を示している。

4.2 変動速度場の比較 図 8 は、主流方向変動速度強度 $w'=\sqrt{w'^2}$ 、円周方向変動速度強度 $v'=\sqrt{v'^2}$ の Azzola-Humphrey ら⁽²⁾ の実験値、および計算結果を比較したものである。ただし $k-\varepsilon$ 乱流モデルは、乱れの等方性を仮定した乱流モデルであり、計算結果においては $\sqrt{2k/3}/W_b$ とし、主流方向変動速度強度、円周方向変動速度強度の実験値と比較している。曲がり角度 $\Omega=135^\circ$ の管中心、壁近傍、および $\Omega=177^\circ$ の管中心部近傍で各計算結果は実験値と傾向を異にするが、 $\Omega=3^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ および出口直管部において、各計算結果は、主流方向変動速度、円周方向変動速度とも比較的良好に予測している。また特徴的なこととして、 $\Omega=45^\circ$ 、壁面側において、速度変動値が実験、計算とも平坦な分布を示していることが挙げられる。この位置は、図 6 の円周方向平均速度 (V/W_b) 分布よりわかるように、二次流れが大きな値を示す位置に相当し、二次流れの大きさと相関のあることをうかがわせる。

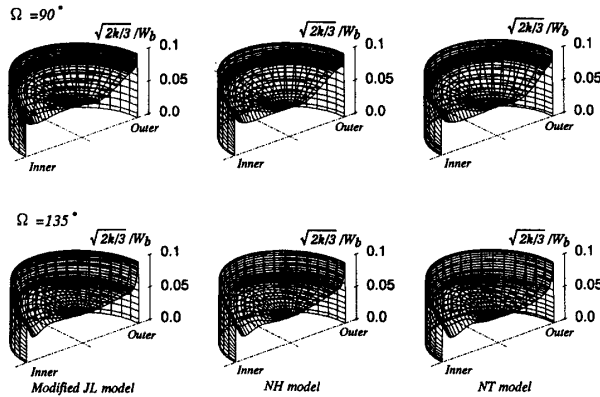


図 9 変動速度強度鳥かん図

図 9 は $\Omega = 90^\circ$, および 135° での変動速度強度 $\sqrt{2k/3}/W_b$ の三次元分布を示している。各モデルは、その絶対値に多少の相違が見られるものの、顕著な差は、主流方向平均速度分布同様認められず、モデルの優位性は確認できない。

4.3 壁面近傍を含む主流方向平均速度の比較

本解析にて用いた低レイノルズ型乱流モデルは、壁面近傍の粘性底層領域までも解析できることにその特徴を有している。そこで、この壁面近傍領域での主流方向速度分布について各モデル比較を行うため、青山・森崎・二神⁽⁴⁾の実験を対象に計算を行った。彼らは、曲率半径 $R_c = 3.0d$ の 180° 曲がり円管で、レイノルズ数 $Re = 2.00 \times 10^4$ について壁面近傍までの主流方向平均速度の測定を行っている。

図 10 は曲がり角度 $\Omega = 67.5, 90, 112.5, 135^\circ$ における、上下対称軸上の、曲がり内壁から管中心を結ぶ線上 ($\Phi = \pi/2$)、そして外壁から管中心を結ぶ線上 ($\Phi = 0$) での無次元主流方向平均速度分布 ($W^+ = W/W^*$) を、実験と、計算とで比較したものである。また、参考のため図 10 中には、一点鎖線で示した直円管内流での対数速度分布も同時に示してある。実験値の分布より、本研究で対象としたような、比較的強い二次流れを有する流れ場における無次元主流方向平均速度 W^+ は、二次流れを生じない直円管完全発達流と、その分布を異にすることがわかる。外壁から管中心を結ぶ線上 ($\Phi = 0$) では、直円管対数速度分布より大きく離れた分布を取ることで、内壁から管中心を結ぶ線上 ($\Phi = \pi/2$) では、比較的对数速度分布には乗るが無次元距離 y^+ の大きいところでは大きく変動し、この傾向は特に曲がり角 $67.5, 90^\circ$ にて顕著であることが理解できる。

各計算結果は、曲がりの内側 ($\Phi = \pi$) の分布におけ

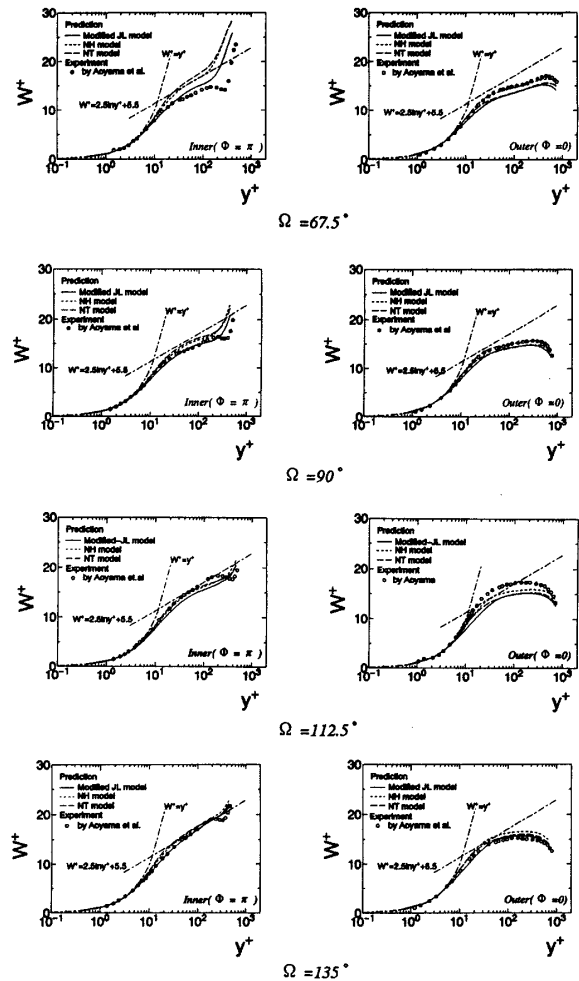


図 10 壁面近傍主流方向平均速度比較

る管中心付近にて、実験値と定量的に相違が認められるものの、曲がりの外側 ($\Phi = 0$) の分布については、実験値と良好な一致を示す。また各計算結果の差異については、その絶対値に多少相違が認められるが、その分布が示す傾向は類似したものであるといえる。

NT モデルは、改 JL モデル、NH モデルと異なり壁面近傍での渦動粘性係数の漸近挙動を正確に表現したモデルであるが、以上の壁面近傍の主流方向速度との比較より明らかなように、その優位性は、顕著には認められなかった。このことは、曲がり流路内挙動のように圧力こう配が支配的な流れ場においては、運動量輸送方程式中の渦粘性を含む拡散項と、圧力項とを比較すると、後者のほうが大きいことを示唆していると思われる。

5. 結 論

Jones-Launder の低レイノルズ型二方程式モデルに改良を加えた改良 JL モデル⁽⁶⁾、Nagano-Hishida⁽⁹⁾、および Nagano-Tagawa⁽¹⁰⁾ の低レイノル

ズ型 $k-\varepsilon$ 二方程式乱流モデルにより, 180° 曲がり円管内乱流場を対象に数値解析を行った。解析結果は, Azzola-Humphrey⁽²⁾ の実験結果, および青山・森崎・二神⁽⁴⁾ の実験結果と比較を行い, その流動挙動の検討, 乱流モデルの差異分析を行い次の結論を得た。

(1) 主流方向速度分布の実験値を, いずれのモデルにおいても比較的良好に予測することができる。また, モデル間の差異は明らかには認められない。

(2) $\Omega=135^\circ$ の位置での円周方向速度分布において, 管中心部近傍での逆転現象を, その特徴的な流れとして実験では指摘しているが, 改良 JL モデル, NH モデル, そして NT モデルともこの現象を比較的良好に予測している。

(3) 本解析で使用した各乱流モデルは, 乱れの等方性を仮定したモデルであるが, $\sqrt{2k/3}/W_b$ とすることで, 主流方向変動速度, 円周方向変動速度強度分布を比較的良好に予測することが可能である。

(4) 摩擦速度 W^* で無次元化された, 壁面近傍の無次元主流方向平均速度 W^+ について, 各乱流モデルは実験値を比較的良好に予測した。壁面近傍において

も各モデルによる顕著な差は認められない。

文 献

- (1) Rowe, M., *J. Fluid Mech.*, **43**(1970), 771-783.
- (2) Azzola, J., Humphrey, J. A. C., Iacovides, H. and Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **108**(1986), 214-221.
- (3) Azzola, J. and Humphrey, J. A. C. *Univ. of California, Rep.*, LBL-17681(1984).
- (4) 青山・森崎・二神, 第 30 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, II (1993-5), 520-522.
- (5) Patanker, S. V., Prata, S. V. and Spalding, D. B., *J. Fluid Mech.*, **67**(1975), 583-595.
- (6) Akiyama, M., Murakoshi, T., Sugiyama, H., Cheng, K. C. and Nishiwaki, I., *JSME Int. J.*, **31**(1988), 289-298.
- (7) 須藤・高見, 機論, **54**-506, B(1988), 2755-2761.
- (8) 青山・土方・二神, 機論, **56**-528, B(1990), 2300-2308.
- (9) Nagano, Y. and Hishida, M., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **109**(1987), 156-160.
- (10) Nagano, Y. and Tagawa, M., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **112**(1990), 33-39.
- (11) Jones, W. P. and Launder, B. E., *Int. J. Heat Mass Trans.*, **15**(1972), 301-313.
- (12) Lam, C. K. G. and Bremhorst, K., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **103**(1981), 456-460.
- (13) 河村, 機論, **45**-395(1979), 1038-1046.
- (14) Reynolds, W. C., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **8**(1976), 183.