

## 平板の弾性振動による能動的境界層制御\*

筒井 壽博<sup>\*1</sup>, 秋山 光庸<sup>\*2</sup>, 杉山 均<sup>\*2</sup>

## Active Boundary Layer Control by Elastically Vibrating Flat Plate

Toshihiro TSUTSUI, Mitsunobu AKIYAMA and Hitoshi SUGIYAMA

The experimental study of the heat and mass transfer around an elastically vibrating plate has been conducted in forced convective channel flow. Measurement of the unsteady velocity and temperature fields were made by using a laser-Doppler anemometer and Mach-Zehnder interferometer, respectively. The experiment was performed under Reynolds numbers ( $Re = Ud/\nu$ ) ranging from 130 to 350 and Strouhal numbers ( $St = \omega L/U$ ) ranging from 6.9 to 12.2. In this study, it is observed that the fluid near the wall was accelerated by the centrifugal and the Coriolis forces generated by the elastic vibration of the plate when the amplitude is kept small relative to the length of the plate. Moreover, it is found that the time-averaged heat transfer around the vibrating flat plate increased significantly, particularly near the trailing edge. Therefore, it was clarified that the application of an elastic vibration is effective in active boundary layer control for heat transfer enhancement.

**Key Words:** Forced Convection, Heat Transfer Enhancement, LDV, Boundary Layer, Elastic Vibration, Piezofilm, Mach-Zehnder Interferometer

## 1. 緒 言

強制対流場に熱交換を目的に設置された平板状の伝熱面を振動させる方法はその振動様式によってはいわゆる能動的な伝熱促進機構の一つとなり得る可能性をもっている。このような振動様式として平板の一端を軸とし回転振動するもの(以下、回転振動とよぶ)と一端を固定し屈曲弾性振動するもの(以下、弾性振動とよぶ)が挙げられる。著者ら<sup>(1)</sup>はこれまでバイモルフファンを応用した自動的に弾性振動するフィルム状の電気ヒータを対象に、比較的低レイノルズ数領域の一樣流中にてその伝熱特性をマッハ・ツェンダ干渉計により実験解析した。その結果静止状態と比較し後縁近傍の熱伝達率が著しく増大し、後縁の振幅が主流方向の平板長さに対し 1/20 程度にもかかわらず平板後流では噴流状となり見掛け上圧力損失は発生しなくなることを確認した。従来、回転を伴い非定常運動する平板については多くの報告があり平板は周囲流体を駆動しその反作用として推進力を得ることはよく知られて

いる。このような平板のうち回転振動するものについて種子田ら<sup>(2)</sup>、仲谷ら<sup>(3)</sup>は一樣流中での流れ場をそれぞれ実験的、数値的に解析を行い  $St = L_f/U > 0.1$  のとき推力を生じ振幅の増大に伴い発生する推力は増大し、後流にはカルマン渦と逆回転の渦が放出されることを指摘している。加藤ら<sup>(4)</sup>は静止流体中を対象に数値解析により同様の回転振動する平板に生じる平均推力は最大振れ角によらずほぼ一定であることを予測している。一方、屈曲弾性振動する平板を対象にした例として、Yorinaga ら<sup>(5)</sup>や Toda<sup>(6)</sup>は圧電バイモルフファンの送風特性を報告し、渡部ら<sup>(7)</sup>は静止流体中において弾性振動平板により励起される流れ場をレーザドップラー流速計(以下、LDV)を用いて計測している。

また、従来から空気を作動流体とする強制対流場において外部動力による能動的な伝熱促進機構の研究は電場<sup>(8)</sup>、音場<sup>(9)</sup>、振動<sup>(10)</sup>などを用い盛んに行われており、最近では伝熱制御の概念<sup>(11)</sup>が提案されより統合的に扱われている。著者ら<sup>(1)</sup>の行った実験解析では熱伝達率の増大が確認されたことから交流電圧などの形で外部入力を印加することによってその振幅が制御できるような弾性振動平板の応用は、能動的な境界層制御法の一つとして位置づけられる。

しかしながら、バイモルフファンなどのように弾性

\* 原稿受付 平成 6 年 7 月 28 日。

<sup>\*1</sup> 正員, (株)本田技術研究所栃木研究所 (〒321-33 栃木県芳賀郡芳賀町下高根沢 4630)。<sup>\*2</sup> 正員, 宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。

振動する平板が一樣流中に置かれた場合の平板まわりの速度場やこのような平板自身を伝熱面とした場合の伝熱特性についてはまだよく知られていない。そこで、本研究では後方散乱形 LDV を用いて弾性振動する平板の壁近傍まで速度計測を行い、伝熱特性を支配する流れ場の構造を実験的に解明するとともに、マッハ・ツェンダ干渉計による温度場の実験解析と比較し弾性振動平板まわりの対流熱伝達機構について新たな知見を得ることを目的とする。

## 2. おもな記号

$St$ : 無次元振動数  $= \omega L/U$

$Ro$ : ロスビー数  $= U/2\Omega_{rms}L$

$Nu_x$ : 局所ヌセルト数  $= \alpha_x L/\lambda$

$Re$ : レイノルズ数  $= UL/\nu$

$f$ : 振動数  $= \omega/2\pi$

$\alpha$ : 熱伝達率

$U$ : 入口主流速度

$T$ : 周期  $= 1/f$

$t$ : 時間

$\theta$ : 温度

$\rho$ : 密度

$L$ : 平板の長さ ( $x$  方向)

$d$ : 平板の幅 ( $z$  方向)

$w$ : 干渉じま間隔

$h$ : 移動係数  $= \Delta x/w$

$q$ : 平均熱流束  $= Q/Ld$

$u$ :  $x$  方向速度成分

$v$ :  $y$  方向速度成分

$y_0$ : 後縁振幅

$\phi$ : 振動位相角

添字

$x$ : 局所値

$w$ : 壁面上の値

$\infty$ : 主流の値

## 3. 実験装置および方法

**3.1 速度場の計測** 図1に試験平板の取付姿勢に対するLDV(日本科学工業社製2カラーFLV SYSTEM 8832)の光学系概略図を示す。レーザビームの入射は、検査空間の天井壁に設けた有効径80 mmの光学ガラス検査窓から行い信号の減衰を抑えてS/N比を確保し、後方散乱形LDVの長所である壁近傍の計測が行えるようにした。また、光軸はY-Z面内にてZ軸に対し8°傾斜させることにより、試験平板の壁近傍までX, Y両方向速度成分を同時に計

測した。

図2に試験平板の構造を示す。試験平板は、既報<sup>(1)</sup>にて使用したものと同様2枚のポリマビエゾフィルム(PVDF)をはり合せたバイモルフ構造であるが平板前縁部を十分補強することにより本実験の入力範囲で一次の片持ばり状の振動モードを確保し、共振振動数(71 Hz)にて駆動した。印加電力は100 V<sub>p-p</sub>(後縁振幅0.41 mm)のとき0.057 mWであり、後縁振幅の測定は後述するマッハ・ツェンダ干渉じま画像をスケールを用いて測定し、振動位相から最大振幅を推定した。また、主流に対する試験平板の迎え角を極力なくするため、あらかじめ流路中心に対し平行となるように設けた支持具のワイヤを基準とし、試験平板を取付けた後、静止状態にてZ軸から見てワイヤと平板が一致するように留意した。

計測系は、LDVを含め基本的に杉山<sup>(12)</sup>が非等方性乱流の実験解析に用いたものを流用した。データレートは平板近傍では150程度、その他の位置では750程度以上であり、サンプリング間隔1 msおよび3 msのデータを $u$ 成分に、500  $\mu$ sのデータを $v$ 成分に用い、それぞれ1024個のデータを処理した。LDV計測

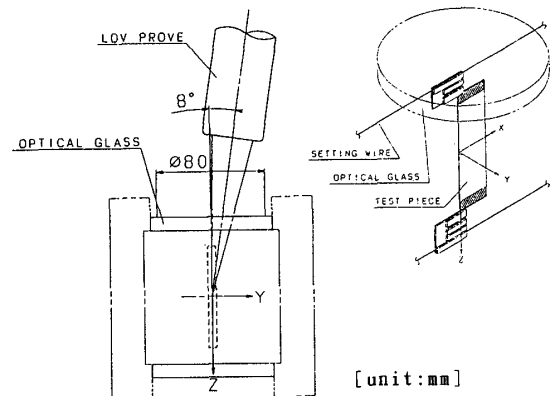


図1 LDV光学系概略図

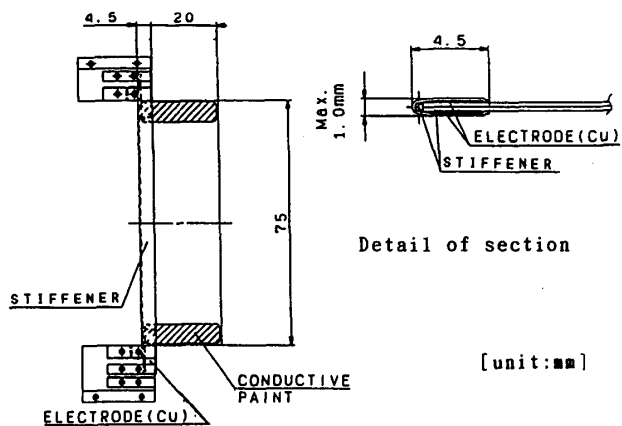
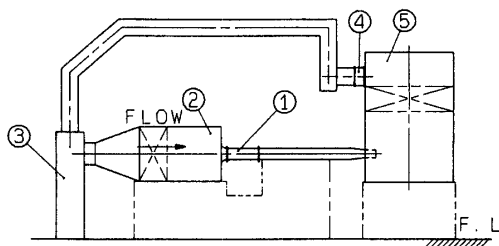
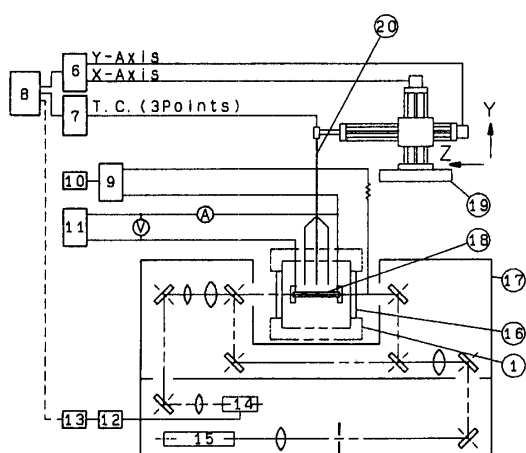


図2 試験平板



- ① test section
- ② inlet chamber
- ③ smoke generator
- ④ fan
- ⑤ outlet chamber

図3 実験装置の概略



- ① test section
- ⑦ A/D converter
- ⑧ personal computer
- ⑨ high voltage amplifier
- ⑩ function generator
- ⑪ DC power supply
- ⑬ VTR
- ⑭ CCD camera
- ⑮ He-Ne laser
- ⑯ optical glass
- ⑰ test piece
- ⑱ 3D traverse
- ⑳ thermo couple

図4 温度計測システム

システムによる計測の不確かさは時間平均速度は $\pm 1.3\%$ 、主流方向変動速度は $\pm 15.5\%$ 、試験平板の法線方向変動速度は $\pm 18.8\%$ (いずれも95%包括度)である。

実験風洞は、図3のように循環形に構成した。トレーサ粒子には線香の煙を用い、入口チャンバの上流部にて発煙させ、その直下に配置した供試空間にて一様かつ定常な粒子濃度を得られるようにした。また、試験平板前縁位置での速度分布は流路中心から $y$ 軸方向に約30 mmまで一様であり、常用範囲(0.05~0.35 m/s)での主流速度変動は0.2%以下であった。

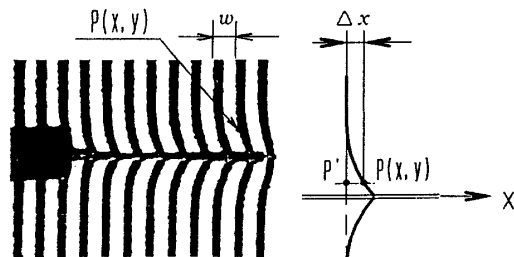
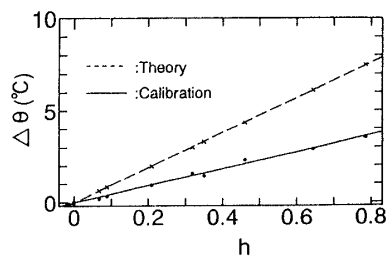


図5 移動干渉じまの解析

図6  $\Delta\theta$ - $h$  校正曲線

**3.2 温度場の計測** 高速で振動する温度場の時間的空間的な振動位相をとらえるには熱電対を用いるような多点計測法では二次元性やサンプリングの同期制御などを考慮すると計測自体が困難である。そこで著者らは可視化により瞬時に供試空間全体の温度場を簡易的に計測する手法としてマッハ・ツェンダ干渉計(溝尻光学社製 MZC-80 T)による干渉じまをビデオテープに録画し得られた画像を手解析し算出する手法をとった。図4に温度場計測系の概要を示す。図4のように光学系は水平方向に配置しているため供試空間のダクトは光学ガラス検査窓が側壁となるように速度場計測の場合に対し $90^\circ$ 回転させている。

マッハ・ツェンダ干渉計は図5のように移動干渉じま法で用い、移動量 $\Delta x$ に対応する移動係数 $h$ と換算温度との関係は熱電対により校正を行った。校正には外径0.3 mmの極細シース熱電対を用い、入口代表位置に1点、干渉じま測定位置で $Z$ 方向に3点配し定常状態で行った。図6に本実験で用いた校正曲線を示す。図6の破線は乾燥空気密度を用いて Gladstone-Dale の式(13)により求めた理論換算値を示す。校正曲線との相違は温度場の二次元幅が有限であることから試験平板 $Z$ 方向両端部に生じる温度こう配による光学系のひずみや空気の湿度の影響などによるものと思われる。また既報にて除去できなかった平板前縁における温度外乱はヒータ電極部での発熱によることが判明したので、本実験ではヒータ電極部の電気抵抗を十分小さくしこの外乱を防止した。本計測手法では干渉じま移動量の読取り誤差が最も大きくその計測の不確

かさは7.89%, またシステム全体では計測の不確かさは約13.3%(いずれも95%包括度)であった。

#### 4. 実験結果と考察

**4.1 速度境界層** 図7にサンプリング周期を3 msで計測した主流方向の時間平均的速度分布を示す。弾性振動時の速度分布は、実線で示した静止時の速度分布に対し極大点をもつように壁側に張り出している。この極大点は後縁に近づくに従い壁側に移動し後縁では壁上にある。ここで、弾性振動時の速度分布の極大点より壁側で再び主流速度と同じくなる位置をもって弾性振動時の相当速度境界層とすると、この相当境界層は後縁に近づくに従って薄くなり後縁では境界層はほとんど消滅している。

$x=15\text{ mm}$ における速度  $u$  の分布について振動平板後縁での振幅による変化を図8に、またレイノルズ数による変化を図9にそれぞれ示す。図8では振幅が増すにつれて速度分布は壁側に張り出し振幅の増大とともに境界層が急激に薄くなっていることを示している。図9ではレイノルズ数が増加すると境界層厚さは薄くなっている。境界層厚さがレイノルズ数の $-1/2$ 乗に比例して薄くなることはよく知られているが、

$Re=330$ においても弾性振動を与えると境界層はさらに薄くなる。すなわち、本実験範囲では弾性振動による加速効果は主流の増速に対し重畳していることがわかる。

図10(a), (b)に  $x=15\text{ mm}$ の位置における速度  $u, v$  の変動成分のスペクトル密度分布をそれぞれ示す。スペクトル解析はサンプリング間隔  $500\text{ }\mu\text{s}$  で1024個のデータを処理し振動周期換算で30周期以上に相当する。図10(a)では基本波成分は壁から十分離

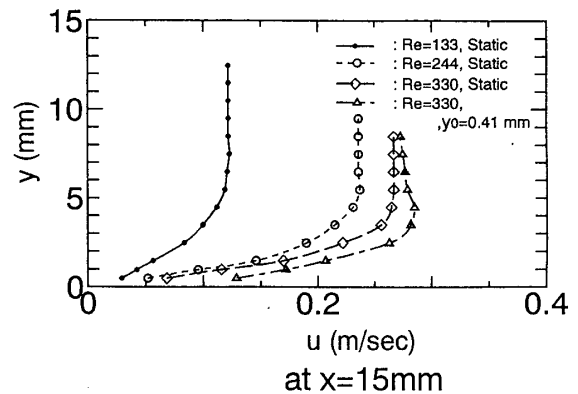


図9 速度( $u$ )分布に及ぼす  $Re$  の影響

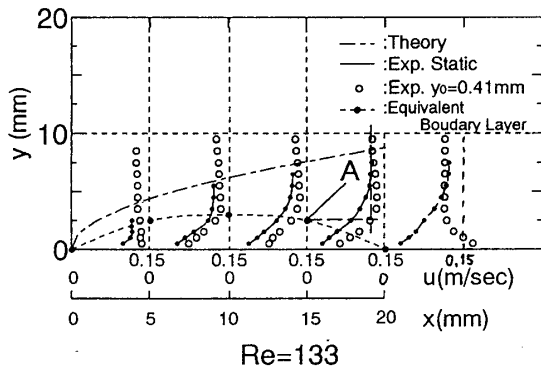


図7 振動による速度境界層の変化

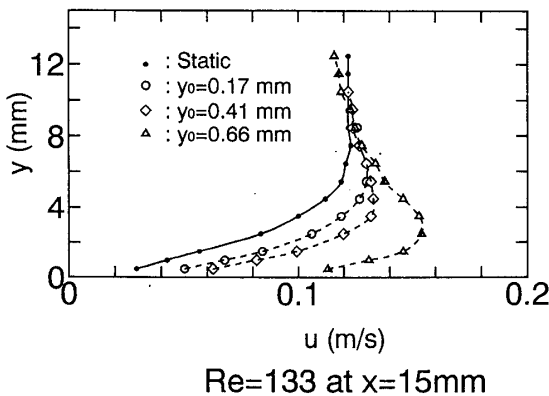
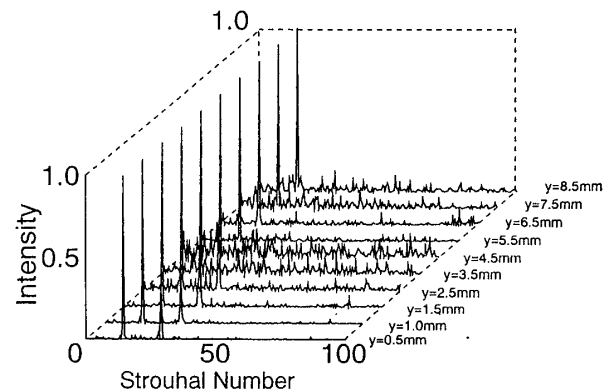
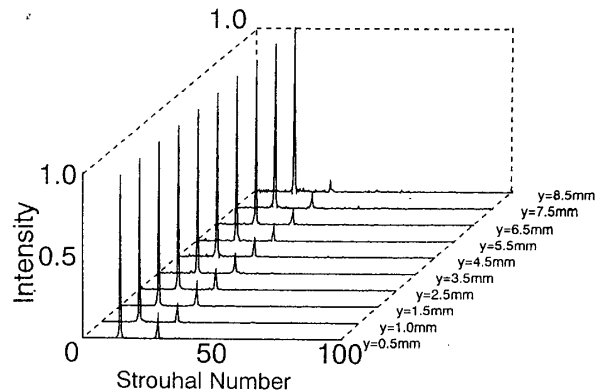


図8 速度( $u$ )分布に及ぼす振幅の影響



(a) 主流方向速度  $u$  の変動



(b) 法線方向速度  $v$  の変動

図10 スペクトル密度分布

れた位置でも明りょうであるのに対し二次の高次成分は  $y=3.5\text{ mm}$  以上で他の成分に埋没し壁から離れるに従って急激に減衰している。一方図 10(b)より  $v$  成分においては二次の振動成分も壁から十分離れた位置まで卓越した波形も整っている。

次に、特徴的な点として図 7 において振動時の相当境界層厚さの位置にある点 A に注目する。弾性振動による角速度を図 11 のように点 C を回転中心とする単振動で近似<sup>(6)</sup> しその rms 値を取ると、

$$\Omega_{\text{rms}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{y_0}{L} \omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\Omega = \frac{3}{2} \frac{y_0}{L} \omega \cos(\omega t)$$

となり、遠心力による加速度  $a_{ce}$ 、コリオリの力による加速度  $a_{co}$  は、それぞれ次式となる。

$$a_{ce} = r \left( \frac{3}{2} \frac{y_0}{L} \omega \right)^2 \{1 + \cos(2\omega t)\} / 2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_{co} = u \frac{3}{2} \frac{y_0}{L} \omega \cos(\omega t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、角速度  $\Omega$  の弾性振動を  $\Omega_{\text{rms}}$  の等速回転運動と等価と見なし  $(\partial \Omega_{\text{rms}} / \partial t) = 0$ 、さらに  $y_0$  が  $L$  に対し 5% 以下の微振幅であることから時間平均的には振動平板自身の絶対速度を零と見なし得ると仮定して簡単化すると運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\Omega_{\text{rms}}^2 r^2}{2} \right) \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\Omega_{\text{rms}}^2 r^2}{2} \right) + 2\Omega_{\text{rms}} u \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ + g\beta(\theta - \theta_\infty) \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

となり<sup>(14)</sup>、コリオリの力は式(5)の左辺第 3 項にのみ現れる。ここで、式(5)を無次元式で表せば

$$\frac{D\tilde{v}}{D\tilde{t}} + \frac{1}{Ro} \tilde{\Omega}_{\text{rms}} \tilde{u}$$

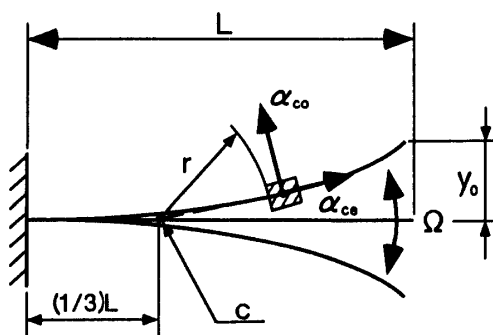


図 11 遠心力とコリオリの力

$$= -\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{ただし、} \tilde{p}^* = -\frac{1}{2} \tilde{\Omega}^2 \tilde{r}^2 + \tilde{p}$$

となる。本実験のロスビー数は  $0.71 \sim 0.183$  であり、 $\tilde{\Omega} \approx 1$  の後縁近傍では  $\tilde{u} \approx 0.21$  程度で式(6)左辺のコリオリの力項は 0.3 程度に達する。一方、例えば曲がり管内流でも遠心力に相当する式(6)右辺第 1 項が約 0.3 程度で第 1 種の二次流れが顕著になると考えられる<sup>(15)</sup> ことから  $Ro < 1$  の範囲ではコリオリの力項の影響は無視できないと推察される。弾性振動によって平板に生じる角速度は周期変動するため壁近傍の流体は壁法線方向にはコリオリの力項と圧力項とが重なった交番的な加速度を与えられ、壁に沿う方向には周期変動する遠心力により加速されていると考えられる。図 12 は、点 A における  $Re=133$  のときの  $u, v$  各速度成分について各位相での積算平均化速度<sup>(7)</sup> を振動周期で無次元化した時間軸を用いて示したものである。 $v$  成分の周期は平板の振動周期とほぼ一致しているのに対し  $u$  成分の変動周期は  $v$  成分の約 2 倍となっている。これは式(2)、(3)から遠心力の周期は基本振動の  $1/2$  となり、コリオリの力の周期は基本振動と一致することからも理解される。また  $u$  成分は 1 周期平均で正方向に増速するのに対し  $v$  成分は正負が交番しておりその 1 周期平均値は負の値を取っている。

図 13(a)、(b)に  $v$  成分の時間平均値の分布を示す。図 13(a)では平板の振幅の増加に伴い負の方向、つまり壁面に向かう方向に増速している。これは振動により壁近傍に生じる主流方向の加速に流量バランスしているものと考えられる。図 13(b)においては  $Re=133$  の静止時でも  $v$  成分の時間平均値は負の値を示している。このことから本実験において平板にはわずかに迎え角がついていたと考えられ、レイノルズ数が増加すると速度分布が乱れる傾向にあるのはこの迎え角によりフィルム状の平板が微小に揺れるためと思われる。

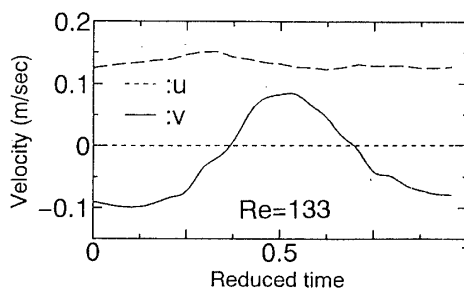
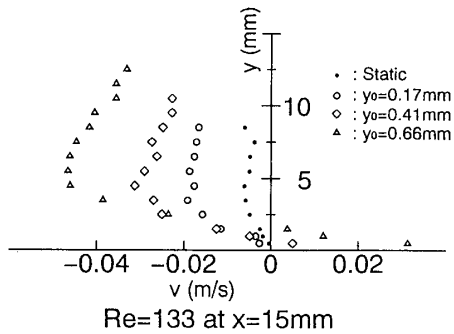
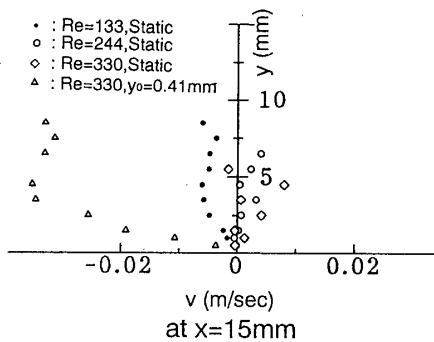


図 12 積算平均化速度の変化



(a) 平板の振幅を変化させた場合

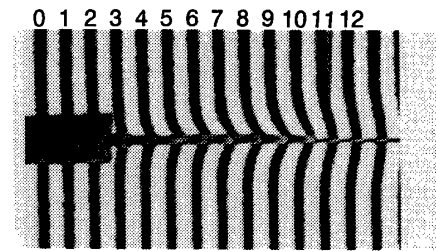


(b) レイノルズ数を変化させた場合

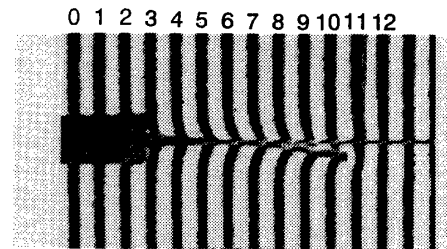
図 13 法線方向速度の分布

**4.2 伝熱特性** 図 14 に干渉じま写真により弾性振動に伴う温度場の変化を示す。図 14(a) は静止平板での例である。前縁から 4 mm までは支持具の都合により直接観察できないがそれ以外は比較的良好な干渉じま写真が得られている。また 11 番のしま位置にはモニタ用の熱電対を挿入している。静止時を基準位相とすると図 14(b), (c), (d) はそれぞれ  $-66.5^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $66.5^\circ$  の位相にある。後流に位置する 12 番のしまに注目すると静止時には湾曲しているのに対し振動時にはほぼ直線状になっており温度の拡散が著しいことがわかる。また 11 番のしまでは図 14(b), (d) において干渉じま湾曲部の極大点はほぼ後縁の延長線上にあるが、図 14(c) では 11 番のしまの極大点は平板の移動にやや遅れ中立位置より下側にある。これに対し図 14(c) で平板上にある 10 番までのしまはほぼ上下対称を示していることから、後縁では渦放出等により流体は複雑に運動していることが観察される。図 14(b), (d) の 9, 10 番のしまからは平板の変位に伴い主流を迎える面は反対側の面に比べ壁近傍でのしまの曲がりがつく壁上の温度こう配は非対称であり時間的に交番していることがわかる。

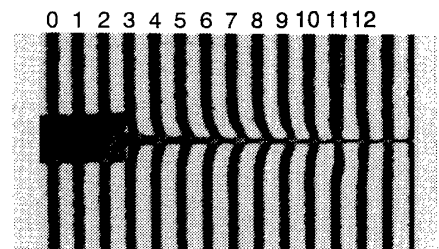
本実験で用いた試験平板は前縁から 4 mm までを除くとほぼ等熱流束条件を満たしていると考え、局所ヌッセルト数は次式により求めた。



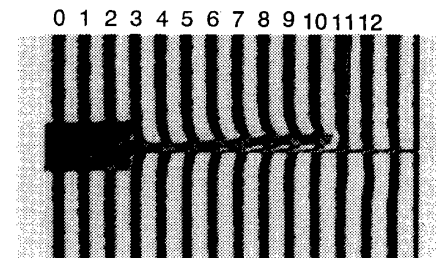
(a) 静止平板



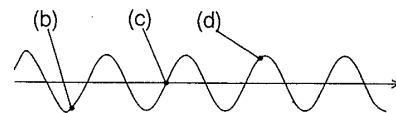
(b)  $c = -66.5^\circ$



(c)  $\phi = 0^\circ$



(d)  $\phi = 66.5^\circ$



(e) 振動位相

図 14 干渉じま写真 ( $Re=133$ ,  $y_0=0.66$  mm)

$$Nu_x = \frac{qL}{2(\theta_{wx} - \theta_\infty)\lambda} \times \xi \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\xi$  は全入力電力に対するフィルムヒータでの発熱量の比である。 $\xi$  は静止平板後縁における局所熱伝達率を理論値と比較することにより推定した。本実験の場合試験平板の支持具から伝導による漏えいする熱量は無視できず  $\xi$  は約 0.8 程度であった。

局所ヌッセルト数の振動依存性を後縁の振幅をパラ

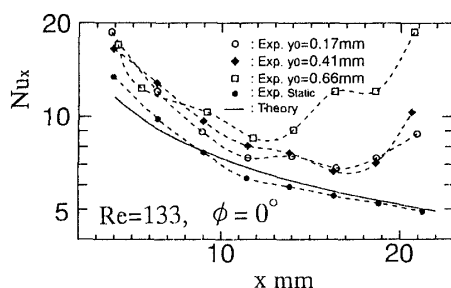


図 15 局所熱伝達率の振幅による変化

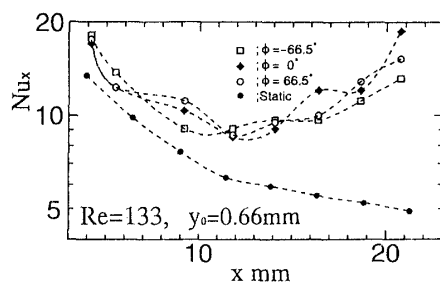


図 16 局所熱伝達率の振動位相による変化

メータに置き図 15 に示す。平板前縁を除くと静止状態では比較的理论値とよく一致している。振動状態では振幅の増大とともに熱伝達率が増加している様子がわかる。静止平板と比較し弾性振動による局所ヌッセルト数の増大は後縁に近づくにつれて顕著であり、静止平板に対し局所ヌッセルト数の回復しはじめる位置は振幅が大きいくほど前縁側へ移動する。また、振動時の熱伝達率は前縁においても増大し、本実験のように比較的低レイノルズ数領域の対流場では弾性振動の加速効果は前縁にまで及んでいると考えられる。このことは、例えば図 14 における 3 番のしま位置より判断して振動時には干渉じまが全体的に干渉じま間隔の 1/20 程度移動していること、また図 7 において振動時には前縁でも若干増速していることなどからも推察される。

図 16 は、各位相における局所ヌッセルト数の分布を示したものである。振動位相によって局所ヌッセルト数のあまり変動しない節に相当する部分が  $x$  方向に沿ってほぼ一定間隔で存在するように見受けられ、特に前縁は節、後縁は腹に相当すると考えられる。

## 5. 結 論

本研究においては弾性振動する平板まわりの速度場には LDV を、また温度場にはマッハ・ツェンダ干渉計を用いてそれぞれ計測した。その結果、少なくとも本

実験で行ったような比較的低レイノルズ数領域の強制対流場においては、平板の弾性振動により壁近傍で流体を加速する外力は従来指摘されている遠心力のほかコリオリの力も無視できない大きさで作用し、能動的な境界層制御の可能であることが実験的に明らかとなった。

しかしながら、本実験を通して試験平板の振動数は一定であったため、各レイノルズ数における伝熱特性の振動数に対する依存性などは明らかではなく今後の検討を要するところである。また、平板の弾性振動により生じる二次流的な  $z$  軸方向の対流なども考慮すると流体の加速方向などの三次元的な構造解析や、このような境界層制御機能を有する伝熱面を用いた能動的な伝熱制御法の利得の検討は今後の課題である。本実験解析の結果を要約すると以下のとおりである。

(1) 弾性振動により壁近傍の流体が加速され相当速度境界層は後縁に近づくほど薄くなり、後縁では境界層はほぼ消滅する。また、振幅が大きくなるほど相当速度境界層は薄くなる。

(2) このため振動状態では静止状態に比べ後縁に近づく熱伝達率が増加し、振幅が大きくなるほど熱伝達率の増加が顕著である。また、静止平板に対し熱伝達率の回復しはじめる位置は振幅が大きいくほど前縁側へ移動する。

(3) 本実験のように比較的低レイノルズ数領域の強制対流場では、弾性振動により前縁における熱伝達率の増加が認められる。

## 文 献

- (1) 筒井・ほか 2 名, JSME 東北支部第 29 期総会講演論文集, (1994), 97-99.
- (2) 種子田・石井, 九州大学応用力学研究所所報, 第 42 号, (1970), 37-54.
- (3) 仲谷・ほか 2 名, 機論, 54-497, B(1988), 113-118.
- (4) 加藤・ほか 2 名, 機論, 55-510, B(1989), 398-403.
- (5) Yarinaga, M., ほか 3 名, *Jpn. J. Appl. Phys., Suppl.*, 24-3(1985), 203-205.
- (6) Toda, M., *Ferroelectrics*, 22(1979), 911-918.
- (7) 渡部・ほか 3 名, 機論, 56-532, B(1990), 122-129.
- (8) 滝本・ほか 2 名, 機論, 54-499, B(1988), 695-703.
- (9) 安達・ほか 2 名, 機論, 45-390, (1979), 241-250.
- (10) Evans, N. A., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 16(1973), 567-580.
- (11) 相原, 機械の研究, 43-9(1991), 984.
- (12) 杉山・秋山・ほか 3 名, 機論, 58-550, B(1992), 1753-1760.
- (13) 浅沼, 流れの可視化ハンドブック, (昭 52-3), 346, 朝倉書店.
- (14) 藤井, 熱流体力学, (1990), 48-50, 森北出版.
- (15) 例えば, 青山・ほか 2 名, 第 30 回日本伝熱シンポジウム論集, (1993-5), 520.