

## だ円断面管路内助走区間発達乱流構造の実験解析\*

杉山 均<sup>\*1</sup>, 秋山 光庸<sup>\*1</sup>  
若山 英樹<sup>\*2</sup>, 渡辺 岳男<sup>\*3</sup>Experimental Analysis of Developing Turbulent Flow  
in an Elliptical Duct by Laser-Doppler AnemometerHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA,  
Hideki WAKAYAMA and Takeo WATANABE

An experimental study of the developing turbulent flow in an elliptical duct with an aspect ratio of 2:1 was carried out using a laser-Doppler anemometer. It is pointed out from numerical analysis that the intensity of the secondary flow of the second kind shows a maximum value before the flow becomes a fully developed turbulent flow. Therefore, special attention was paid to the measurement of Reynolds stress and the secondary flow of the second kind in developing turbulent flow in order to confirm the numerical prediction. Since it is very difficult to measure the secondary flow of the second kind because of its low intensity, we utilized a laser-Doppler anemometer which can measure flow without disturbing the flow field. As a result of this study on developing turbulent flow, the experimental distribution of the secondary flow is found to coincide with the numerical prediction; therefore, the features of developing turbulent flow include the highest intensity of the secondary flow. At the same time, a clear distinction of the distribution of five of the six Reynolds stresses was made, showing their characteristic aspects. The experimental results, except for the normal stress in the vertical direction, agree with numerical predictions without much discrepancy.

**Key Words:** Turbulent Flow, Secondary Flow, Reynolds stress, Laser Doppler Anemometer, Elliptical Duct

## 1. 緒 言

非円形断面を有する管路は、各種熱交換器用配管、あるいは輸送用配管等において広範に利用され、その流れは多くの場合乱流である。この乱流場における非円形断面を有する直線状管路内流れは、その形状から比較的単純な流れと思われるがちであるが、乱れの非等方性により発生する第2種二次流れにより流れはらせん状の三次元流動挙動を示すその流れは複雑である。また、この第2種二次流れは管路のような閉管路ばかりでなく自由水面を有する開水路においても、特徴的な流れを誘起する要因となっていることより、土木工学の分野から多くの研究が報告されている<sup>(1)</sup>。

一方、機械工学の分野においても、この第2種二次流れは混合平均速度の数%と非常に小さな値をもつものの主流方向等速度線、等温度線をひずませ、流動特性、伝熱特性に少なからぬ影響を与えるため非円形断面管路内乱流に関する解析は数多く報告されている。特に正方形断面管路を対象に、第2種二次流れを含め、各種レイノルズ応力について多くの報告がなされてい

る<sup>(2)(3)</sup>。また、第2種二次流れは、コーナ部に顕著に現れることからコーナ流れとも呼ばれ正方形断面、三角形断面管路などにおいてはコーナ部に向かって二次流れが誘起される。この点を考慮するとだ円面管路はコーナ部を明りょうに定義できない特異な管路であり、その第2種二次流れの発生機構は興味あるところである。しかし、第2種二次流れも含め、だ円管路内の乱流構造に関するこの種の報告例は少ないようである。

だ円管路は、特に熱交換器を構成する管路として利用され、その結果伝熱特性に関する実験報告例が見受けられる。Cain-Roberts-Barrow<sup>(4)</sup>、Barrow-Roberts<sup>(5)</sup>は、だ円長短軸比の異なるだ円管路を対象とし、完全発達領域において壁面に沿う局所ヌッセルト数を実験的に示している。また、Cain-Roberts-Barrow<sup>(4)</sup>は長短軸比が大きくなり、レイノルズ数が小さくなると層流と乱流が共存する領域が存在し、熱伝達を低下させることも同時に報告している。また、流動現象に関して Cain-Duffy<sup>(6)</sup>、Duffy-Cain<sup>(7)</sup>は長短軸比 1.5, 2 のだ円断面管路に対し、レイノルズ数  $2 \times 10^4 \sim 1.3 \times 10^5$  の範囲で摩擦係数値、長短軸主流方向速度分布を報告している。彼らは第2種二次流れについて言及しているものの、その流速については測定していない。だ円管路にも、この第2種二次流れは存

\* 原稿受付 1995年4月24日。

<sup>\*1</sup> 正員、宇都宮大学工学部(☎ 321 宇都宮市石井町2753)。<sup>\*2</sup> 朝日工業社(株) (☎ 105 東京都港区浜松町1-25-7)。<sup>\*3</sup> 宇都宮大学大学院。

在するものと思われるが、実験により測定提示された報告例はない。

以上の実験解析に対し理論解析においては、Cain-Roberts-Barrow<sup>(8)</sup> の解析がある。彼らは、乱流渦動粘性係数の概念に Van-Driest の混合長さモデル<sup>(9)</sup>を導入し、完全発達領域にて数値解を得ている。しかし、この種のモデルでは乱れの非等方性を表現できず、その流動特性を正確に予測しているとはい難い。この点 Gosman-Rapley<sup>(10)</sup> は、Launder-Ying<sup>(11)</sup> の非等方性乱流モデルを用いて完全発達領域での第2種二次流れを予測しているが、レイノルズ応力分布等についての解析結果は提示されていない。Garg-Velusamy<sup>(12)</sup> は助走区間距離を考慮した解析を提示しているが、層流場である。

このような研究経緯にあって著者らは、レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いた円断面管路を対象に三次元計算を行い、各種乱流特性量、第2種二次流れの発生機構について言及した<sup>(13)</sup>。さらに、だ円断面管路の三次元乱流構造を実験的に明らかにするためレーザドップラーフlow速計を用いて第2種二次流れ、レイノルズ応力分布を完全発達領域にて計測した<sup>(14)</sup>。計測結果は、先の数値解析結果と完全発達領域にて比較し、計算結果は比較的良好に測定値を予測することを確認した。また、この三次元計算結果により第2種二次流れの助走区間ににおける発達挙動も定量的に示し、二次流れはその発達途中にて最大強度を示す興味ある結果を予測した。これまで Melling-Whitelaw<sup>(3)</sup> の計測例が挙げられるものの、助走区間ににおける乱流構造の発達挙動について報告した例は、断面形状のいかんにかかわらず少なく、まして、こうした二次流れの発達挙動については報告されていない。

そこで、本研究においては助走区間ににおけるだ円断面管路の乱流構造をレーザドップラーフlow速計により計測し、得られた結果を、すでに報告されている数値解析結果と比較し数値計算より予測された第2種二次流れの特徴的な挙動を明らかにしていくことを目的とする。

## 2. 記号

$D_h$ ：水力直径

$I_s$ ：断面平均二次流れ強度

$k$ ：乱流エネルギー

$Re$ ：レイノルズ数  $= U_b D_h / \nu$

$u_i$ ： $i$  方向時間変動速度成分

$\overline{u_i u_j}$ ：レイノルズ応力

$U_i$ ： $i$  方向時間平均速度分布

$U_b$ ：混合平均速度

$X_i$ ：物理平面上の  $i$  方向座標軸

$\nu$ ：粘性係数

## 3. 解析手法

### 3・1 実験装置

図1に実験装置の構成図を示す。装置は既報<sup>(14)</sup>で用いたものと同じである。作動流体には水を用い、循環流路を形成している。ポンプより吐出された水は、ポンプ吐出し側の弁により流量調節され、装置下部の直管パイプに設けられたオリフィスにより流量管理がなされる。その後、整流格子板、縮流部を経てだ円断面管路に流入する。流路はだ円断面形状をしておりその長軸は 64 mm、短軸は 32 mm、長軸比は 2 であり、完全発達流を得るために約 4 m の助走区間距離が設けられている。測定は Test Section 部を用いて行い、助走区間の代表的な位置に設置できるよう設計した。

図2に Test Section 部の概略図、ならびに座標系を示す。測定領域は、系の対称性を考慮して、図2中の斜線部にあたる 1/4 断面とした。Test Section 部は厚さ 2 mm のアクリルにて製作されており全長は 64 mm である。さらにレーザが入射する Test Section 部の中央部には、切欠部を設け、内側より 0.1 mm 厚さ

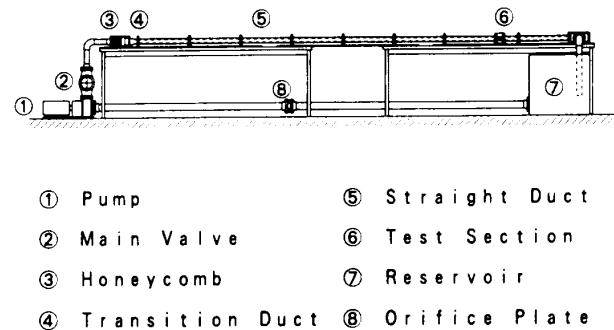


Fig. 1 Experimental apparatus

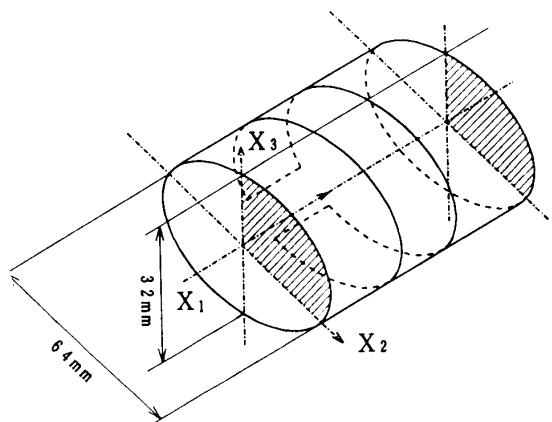


Fig. 2 Schematic diagram of test section

の透明シートを全面にてん付した。このとき、てん付した状態で規定寸法となるよう設計し上流、下流管部との段差発生を防いだ。さらに、Test Section 部はその全体が直方体形状の水槽に没する構造となっている。このような構造とすることより、だ円壁面近傍における入射レーザ光の屈折を抑えた。位置決めの際の不確かさは、水力直径に対する値として 0.69% (約 95% 包括度) である。

**3・2 入口流入部形状** 図 3 は、入口流入部形状の概略図を示したものである。ポンプより吐出された流体は正方形断面 ( $96 \times 96$  mm) を有する全長 180 mm の直方体状管路①に流入し、4 枚の整流格子 (穴径 6 mm, 穴間隔 8 mm の千鳥状配列) より整流される。その後一様流をだ円断面管路⑤に導入するため縮流部④が設けてある。この管路は円形断面 (直径 80 mm) 管路③より、だ円断面に徐々にその断面形状を変化させ、だ円断面管路⑤へ接続される。また、このだ円断面管路は、だ円長軸を対称軸とする半だ円断面溝加工を施した一对のアクリル板を接着することにより製作した。そのだ円形状輪郭度は 0.05 mm の精度にて NC 加工した。一对のアクリル板を接着、あるいはだ円断面管路をフランジにて接続する際にはノックピンを用い ±0.02 mm の位置精度にて接続面での段差発生を防止した。

**3・3 計測システム** 計測装置は、2 W のアルゴンイオンレーザ光源、カウンタタイプ信号処理器、測定時間ステップを決めるタイマユニット、プローブ、パーソナルコンピュータより構成されている。レーザ光源により発振されたレーザビームは分光光学系で 515.5 nm (Green) と 488 nm (Blue) の 2 本のビームに分光、ブラックセル (80 MHz) で周波数シフトされ、さらに伝送用光ファイバによりプローブに送られる。プローブは 500 mm × 200 mm × 200 mm の可動範囲をもつ三次元トラバース装置に装着されており、トラバース装置の最小可動範囲は 0.1 mm である。レーザ流速計

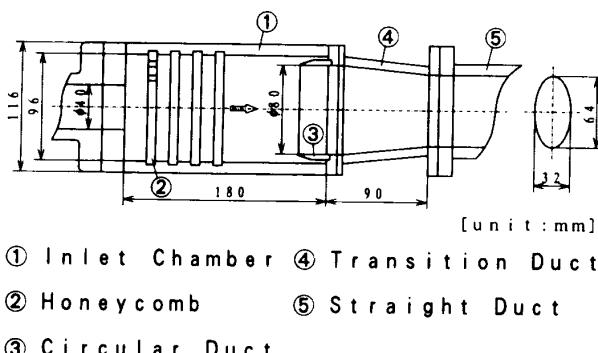


Fig. 3 Schematic diagram of inlet section

に関する諸特性量に関しては別報<sup>(14)</sup>にて詳述した。

測定に際してのシフト周波数は 0.2 MHz であり、測定時間ステップは 5 ms、測定データ数は 4 096、壁面近傍では、その 2 倍として計測した。また、測定の際に使用した散乱粒子径は、6 μm 程度のものを用いた。また、良質のドップラー信号が得にくい壁面近傍においてはハイパス、ローパスフィルタ調整によるペデスタル、ノイズ除去、散乱粒子増量等の処置を行った。その際、オシロスコープによりドップラー信号波形、ならびに信号の連続性を同時に確認した。

**3・4 実験条件** 実験に際しては流体温度一定 (水温 40°C) となってから測定を開始した。測定条件は、混合平均速度 ( $U_b = 1.59$  m/s)、水力直径 ( $D_h = 41.5$  mm)、動粘性係数  $\nu$  により定義されるレイノルズ数で  $0.988 \times 10^5$  である。また、測定ポイント数は 1/4 断面当たり 78 点で、乱流特性量の変化が顕著な壁面近傍で密になるよう設定した。

また、第 2 種二次流れ測定時には Green と Blue のレーザ光を、流れ方向に対して ±45° の角度をもつようセットし、おのおののレーザビームより測定される流速  $U_G, U_B$  より主流方向速度  $U_1$ 、断面方向速度  $U_i$  ( $i=2, 3$ ) を次式より算出した。ただし、2 色に分光されたレーザ光は直交している。

$$\begin{aligned} U_1 &= U_G \cos \theta + U_B \sin \theta \\ U_i &= U_G \cos \theta - U_B \sin \theta \quad (\theta = 45^\circ, i=2, 3) \end{aligned} \quad | \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

流れ方向に対するレーザビームの 45° の設定は、測定体積を管路中心にセットした状態で  $U_G, U_B$  の流速が同一値を示す位置とした。

計測の不確かさ (二乗和平方根モデル)<sup>(15)</sup> は、時間平均速度については ±1.3% (約 95% 包括度)、主流方向変動速度  $u_1^2/U_b^2$  については ±5.45%、断面方向変動速度  $u_2^2/U_b^2, u_3^2/U_b^2$  については ±3.76% (約 95% 包括度) である。このとき、誤差要因としてドップラー信号の速度変換誤差、混合平均速度の算出誤差、トラバース装置の位置決め誤差を考慮した。

#### 4. 結果と考察

助走区間における測定は  $X_1/D_h = 13.2, 25.3, 37.3, 61.4$  の 4 断面にて行った。既報<sup>(13)</sup>の計算結果より第 2 種二次流れが最大強度を示すのは  $X_1/D_h = 22$  近傍であり、この点を考慮して、二次流れが最大強度に到達する以前の断面に相当する  $X_1/D_h = 13.2$ 、最大強度を示す断面近傍に位置する  $X_1/D_h = 25.3$  断面、さらに下流の 37.3, 61.4 断面を選定した。

**4・1 平均速度場の比較** 図 4 に各測定断面での

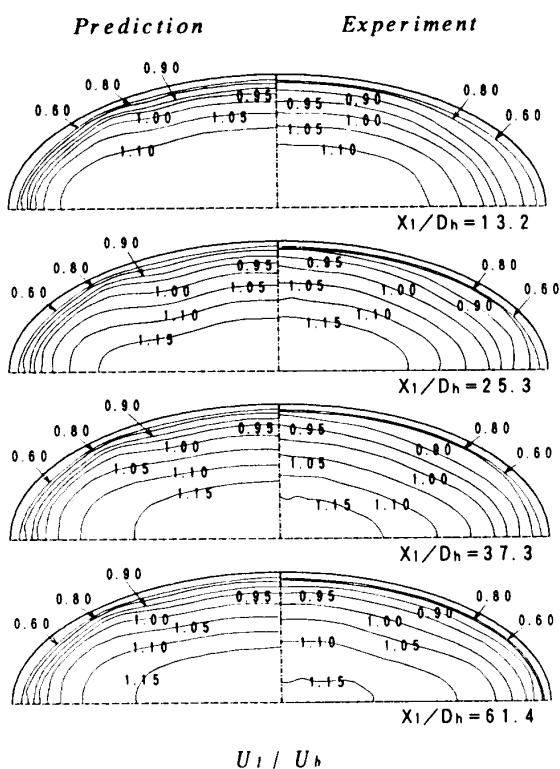


Fig. 4 Comparison of streamwise mean-velocity

主流方向速度等値線の実験、計算結果を比較した。図4の左側には計算結果を、右側には実験結果を示す。数値解析は実験とほぼ同じレイノルズ数  $Re = 1.0 \times 10^5$  における結果で杉山・秋山ら<sup>(13)</sup>の論文に報告された数値解析結果のデータベースより導出した。以後、この種のデータベースより算出した計算結果はPredictionと表示する。各値は混合平均速度にて無次元化した。実験、計算結果とも等値線は、流れが発達するにつれ壁面から中心部に向かって延びていく様子が認められる。 $X_1 / D_h = 25.3$  断面から 1.15 の等値ラインが両結果にて認められるが、実験のほうが発達するにつれ計算結果より中心部に位置することが差異として指摘できる。しかし、両結果とも互いに符合する結果を示している。

図5に第2種二次流れの実験結果、および数値解析結果を示す。 $X_1 / D_h = 13.2$ において、計算では明りよう二次流れが形成されているが、実験においては計算ほど明りよう二次流れは認められない。実験において明りよう二次流れが観察されるのは  $X_1 / D_h = 25.3$  以降である。このことは、実験における二次流れの発達は計算結果と比較し遅いことを示唆している。 $X_1 / D_h = 25.3$  以降は実験、計算結果とも安定的な二次流れが形成されている。また、最大二次流れ強度に着目し測定した4断面のいずれの断面に最大値が存在するかを検討すると  $X_1 / D_h = 37.3$  断面において認められる。このときの最大値は混合平均速度の 1.4% に相

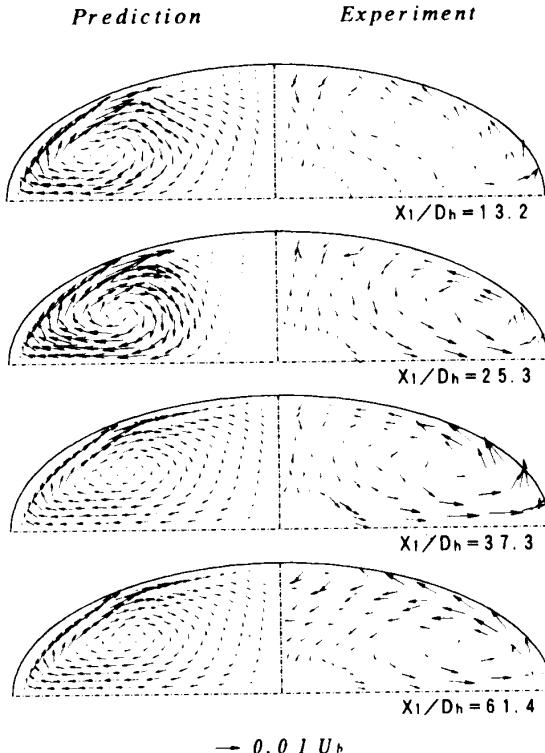


Fig. 5 Comparison of secondary flow

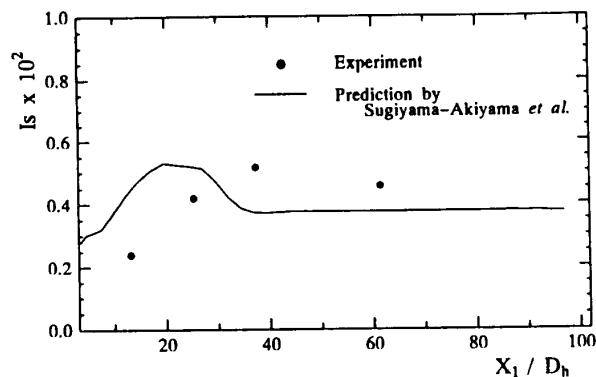


Fig. 6 Comparison of intensity of secondary flow

当する。しかし、この値は局所の値であり断面全体に対し考察するため、以下に示す二次流れの平均強度を定義し、各断面における二次流れの平均強度を算出

$$I_s = \frac{\int \sqrt{U_2^2 + U_3^2} dA}{\int dA} \quad (2)$$

した。結果を図6に示す。上式中  $dA$  は微少分割面積を示している。図6の結果より二次流れの平均強度は、 $X_1 / D_h = 37.3$  断面にて最大値を示し、二次流れは助走区間途中にて最大値を示した後、減衰し一定値に漸近することを示している。この現象は杉山・秋山ら<sup>(13)</sup>が数値解析で予測した結果と符合する結果となった。

しかし、その最大二次流れが発生する位置に関して

は実験、計算とでは相違が認められる。前述のように計算では、 $X_1/D_h=22$  近傍に二次流れの最大位置が認められたが、実験ではさらに下流の  $X_1/D_h=37.3$  断面にて認められた。これらの差異要因として、入口流入条件の違い、計算手法、乱流モデル等の要因を指摘できる。計算においては、一様流で乱れ強度が  $k = U_b \times 10^{-5}$  と小さな値を設定しているが、実験ではこれらの条件と必ずしも一致していないものと思われる。実験においては、一様流を得るために直径 80 mm の円断面よりだ円断面に徐々に変化する 80 mm の縮流部を設けている。また、計算手法の面からも乱流モデルに大きく起因するであろうことも指摘できる。

**4・2 変動速度場の比較** 図 7 は、乱流エネルギー等值線を両結果にて比較したものである。各値は混合平均速度にて無次元化している。流れが発達するにつれ等值線が管中心部まで延びていく様子が両結果よりわかる。実験結果の  $X_1/D_h=37.3$  以降において中心部近傍の等值線は、長軸に平行に壁面に向かって延び、その結果長軸が壁面と交差する領域近傍にて密な等值線分布が存在する。この現象は計算結果でも認められ第 2 種二次流れに起因している。一方、短軸上の等值線は、計算結果においては中心部に突き出した分布を示し二次流れによる影響を反映しているが、実験においてはその等值線のひずみは顕著には認められない。

図 8~10 は、それぞれ主流方向変動速度  $\bar{u}_1^2$ 、水平方

向変動速度  $\bar{u}_2^2$ 、垂直方向変動速度  $\bar{u}_3^2$  の等值線を両結果にて比較したものである。主流方向速度変動等值線は両結果とも、ほぼ乱流エネルギー分布と相似な分布を示しており、したがって、前述した乱流エネルギー

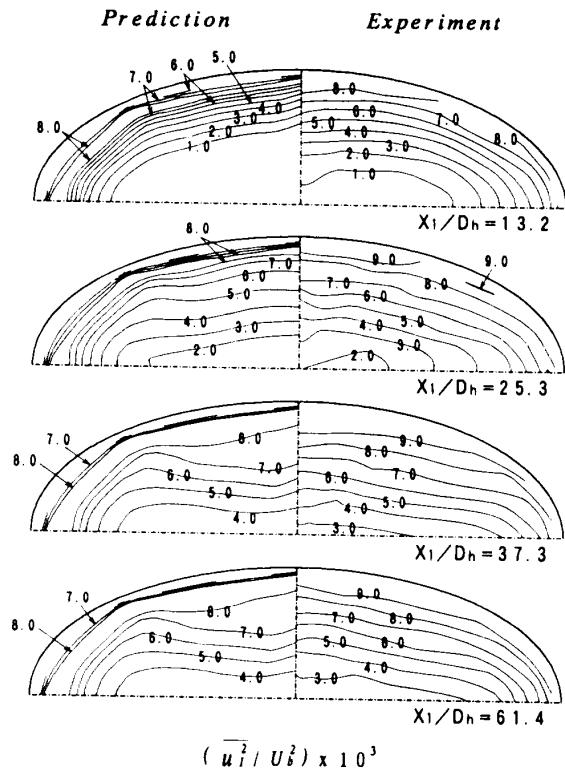


Fig. 8 Comparison of streamwise normal stress

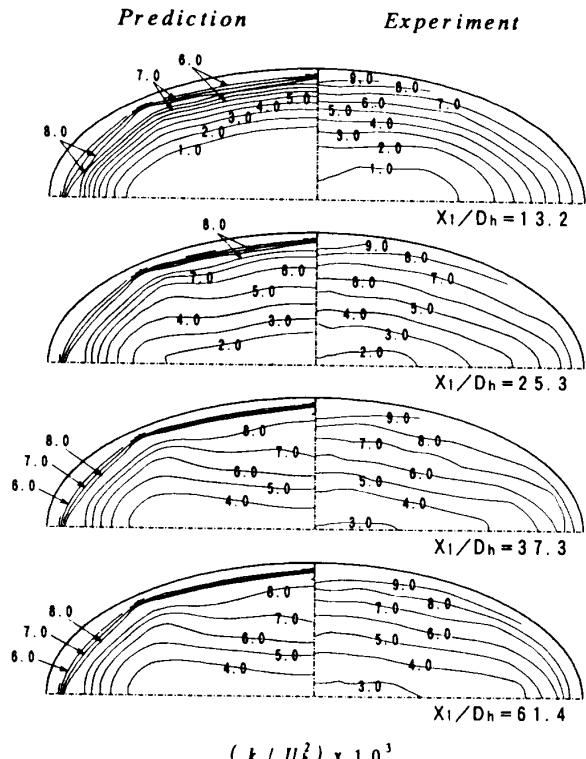


Fig. 7 Comparison of turbulent energy

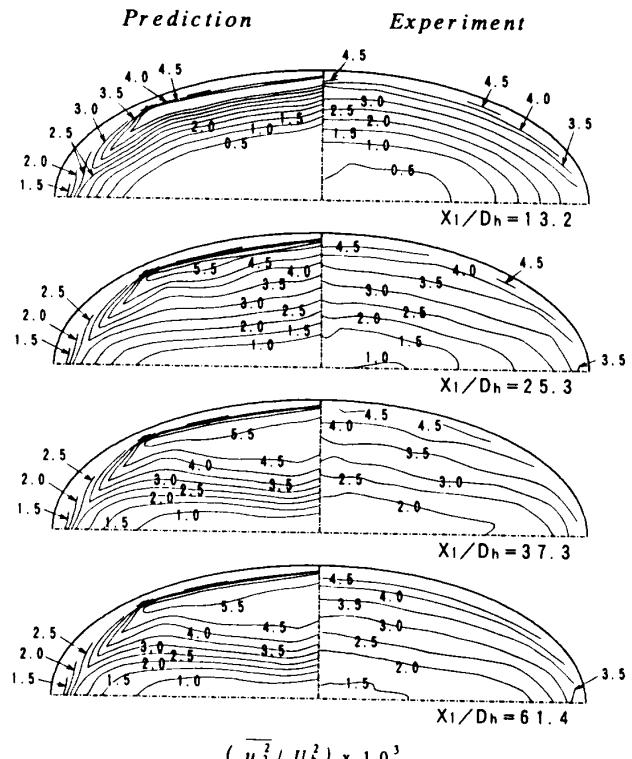


Fig. 9 Comparison of lateral normal stress

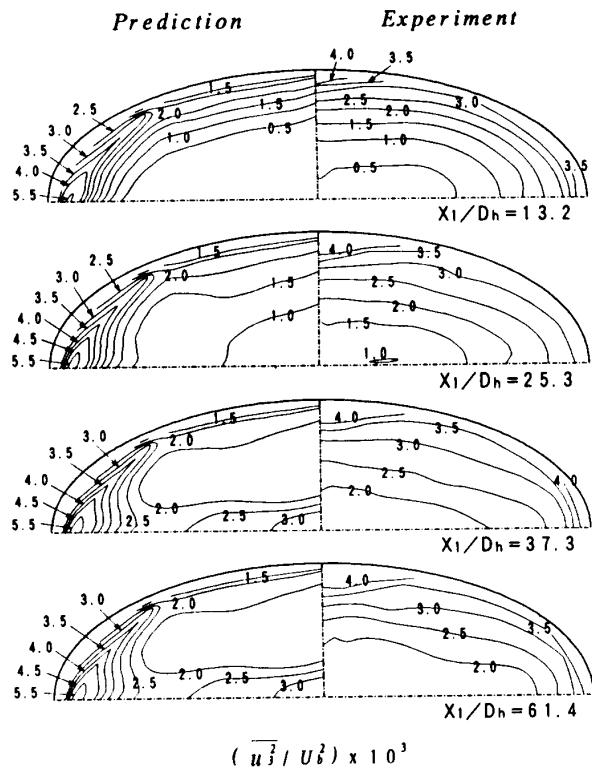
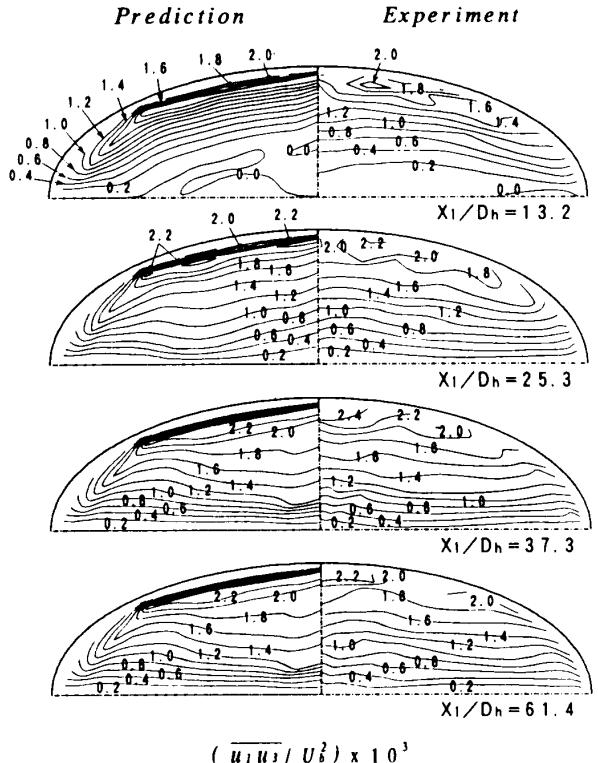


Fig. 10 Comparison of vertical normal stress

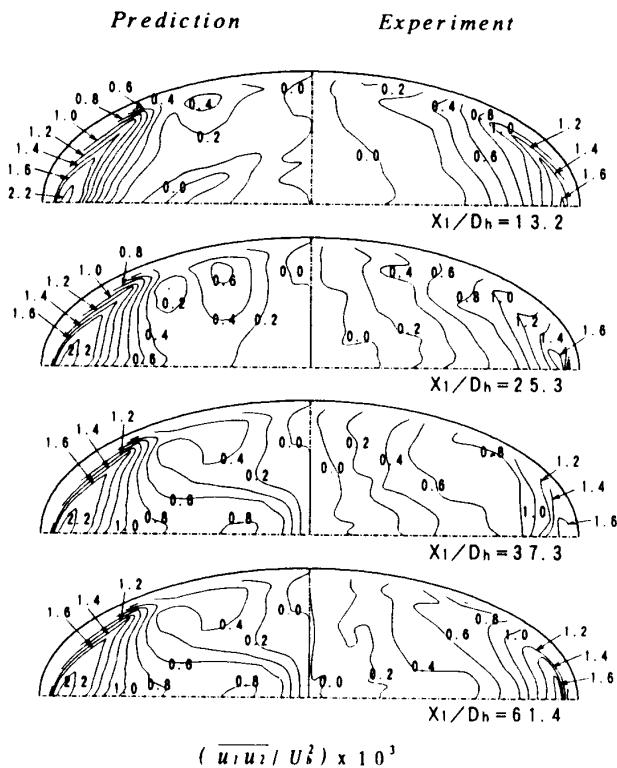
等値線分布における両結果の差異の特徴がそのまま指摘できる。図9に示す長軸に沿う水平方向速度変動値は、長軸とほぼ平行な分布を示し、長軸に対向する壁面近傍にて最大値を取り、中心部に向かって減少することが実験、計算結果より認められる。各断面における実験等値線分布は、計算結果の等値線分布と符合する分布を取っている。他方、短軸方向に沿う垂直応力速度変動値の両結果を比較すると、計算結果においてその最大値は長軸が壁面と交差する壁面近傍において生成されるが、実験においては長軸が交差する壁面近傍と、短軸が壁面と交差する壁面近傍において高い値が認められる結果となった。後者の位置において比較的高い値を示すのは、既報<sup>(14)</sup>にて考察したように、レーザ光の屈折を極力抑え、正確な位置決めを確保するためてん付した厚さ0.1mmの透明シートに起因したものと考えられる。すなわち、厚さ0.1mmシートの剛性不足により、短軸方向速度変動が抑制しきれていないものと解釈される。したがって、この領域にダイヤルゲージを当てるとき微小振動が認められ他の領域には認められなかった。また、 $X_1/D_h=37.3$ より計算では管中心部において3.0の等値ラインが認められるが、実験では認められなかった。

図11は、せん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  等値線図の実験、計算結果を比較したものである。 $X_1/D_h=13.2$ において実験

Fig. 11 Comparison of shear stress  $\overline{u_1 u_3}$ 

結果は零ラインを挟んで異符号領域が認められる。一方、計算結果も零ラインは認められるものの零ラインで囲まれた負の領域は実験に比較し大きな領域を占める結果となっている。この零ラインは  $X_1/D_h=13.2$ においては、いずれの結果においても認められなくなる。また、両結果にて特徴的な現象としては、長軸にほぼ平行な等値線が管中心部に向かうに従い減少する分布を取り最大値は長軸に対向する壁面近傍にて観察される点が指摘できる。以上のようにせん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  は、実験、計算結果とで符合する結果となっている。

図12は、せん断応力  $\overline{u_1 u_2}$  等値線図の実験、計算結果を比較したものである。せん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  とは対照的に長軸が壁面と交差する壁面近傍にて最大値を取り、管中心の短軸に向かって等値線が発達していく様子が両結果よりうかがえる。また、特徴的な現象として、短軸近傍に零ラインが形成され異符号領域が、すべての断面にて認められることが指摘できる。この特徴は両結果にて認められる。この零ラインを挟んだ異符号領域は正方形断面管路<sup>(3)</sup>、あるいは正三角形断面管路<sup>(16)</sup>においても報告されており、第2種二次流れにより主流方向速度等値線がひずまされる結果発生するものと解釈される。だ円断面管路においても、前述のようにせん断応力の異符号領域が認められ、この種の非円形断面管路に特徴的な現象の一つと考えられる。計算

Fig. 12 Comparison of shear stress  $u_1 u_2$ 

結果は  $X_1/D_h = 37.3$  以後、0.4の等値線に見られるよう等値線が大きくひずんだ分布を示し、実験とは異なる分布を示しているが、この点を除けば、実験は計算結果と比較的良好に一致しているものと解釈される。

## 5. 結 論

だ円断面管路は、コーナ部が明確に特定できない管路であり非円形断面管路に特徴的な第2種二次流れの生成という面からも興味ある問題を提示している。さらに、この種の管路は工業的に多用され、その多くの場合、流れは助走区間を有する乱流場である。したがって、助走区間ににおける第2種二次流れも含めた乱流構造を明らかにしておくことは工業的にも重要である。本解析では、このだ円断面管路を解析対象としレーザドップラーフロードリフターにより、助走区間の発達領域にてその乱流特性量を測定し、計算結果と比較検討し以下の結論を得た。

(1) 主流方向速度は、実験、計算とも相互に符合する等値線分布を示した。

(2) だ円断面管路の1/4断面において、第2種二次流れは1個の渦を形成する。実験結果は、計算結果と比較するとその発達が遅い結果となった。

(3) 三次元計算結果より第2種二次流れは、その

助走区間の途中にて最大強度を示し、その後減衰して一定値に漸近することが予測されているが、実験結果はその最大強度を示す位置は異なるものの、数値解析解と同様な現象を示した。したがって、この二次流れ挙動は助走区間を有する流れに特有な現象と解釈される。

(4) 垂直応力3成分のうち、短軸方向の垂直応力等値線が、計算結果と相違する結果となったが、残り2成分に関し、実験結果は計算結果と類似の等値線分布を示した。長軸方向速度変動は、長軸に対向する壁面近傍にて最大値を取り、短軸方向速度変動は長軸が壁面と交差する近傍にて最大値を取る。

(5) せん断応力分布は、実験、計算とも相互に符合する結果を示した。せん断応力  $u_1 u_2$  分布は短軸近傍に零ラインを挟んで異符号領域が両結果において認められたが、この現象は正方形断面、三角形断面管路において従来指摘されている現象と符合し、この種の管路に特徴的な現象と解釈される。

最後に本実験を進めるに際し、実験装置についてはアイソタイプ社 茂木辰雄氏、測定に関しては日本カノマックス(株) 小西和登、坂本亨両氏のご助言をいただいた。ここに記して感謝の意を表する。

## 文 献

- (1) 神津家久・中川博次、京都大学防災研究所年報、第28号、(1985), 499-522.
- (2) Brundrett, E. and Baines, W. D., *J. Fluid Mech.*, **19** (1964), 375-394.
- (3) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78** (1976), 289-315.
- (4) Cain, D., Roberts, A. and Barrow, H., *Wärme Stoffübertrag.*, **2** (1973), 101-107.
- (5) Barrow, H. and Roberts, A., *Proc. 4th Int. Heat Transf. Conf.*, (1970), Paper No. FC 4.1.
- (6) Cain, D. and Duffy, J., *Int. J. Mech. Sci.*, **13** (1971), 451-459.
- (7) Duffy, J. and Cain, D., *Aeronaut. J.*, (1972), 371-373.
- (8) Cain, D., Roberts, A. and Barrow, H., *Proc. I. Mech. E. Conf. Compact High Duty Heat Exchang.*, (1972), 39-46.
- (9) Van Drist, E. R., *J. Aeronaut. Sci.*, **23** (1956), 1007-1011.
- (10) Gosman, A. D. and Rapley, C. W., *Recent Advances in Numerical Methods in Fluids*, (1980), 335-399. Pineridge Press.
- (11) Launder, B. E. and Ying, W. H., *Heat Fluid Flow*, **3** (1973), 115-121.
- (12) Garg, V. K. and Velusamy, K., *Int. J. Eng. Fluid Mech.*, **2** (1989), 177-196.
- (13) 杉山均・秋山光庸・三宮尚・斎藤・平田賢、機論、**58**: 554, B(1992), 2995-3002.
- (14) 杉山均・秋山光庸・八鍬喜規・若山英樹、機論、**60**: 571, B(1994), 842-848.
- (15) 日本機械学会誌、計測の不確かさ、(1987), 3-16, 丸善。
- (16) Aly, A. M. M., Trupp, A. C. and Gerrard, A. D., *J. Fluid Mech.*, **85** (1978), 57-83.