

## 台形断面開水路の乱流構造と二次流れ生成機構の解明\*

杉山 均<sup>\*1</sup>, 秋山光庸<sup>\*1</sup>, 亀澤正之<sup>\*2</sup>

## Numerical Analysis of Three-Dimensional Turbulent Structure and Secondary Flow in Trapezoidal Open-Channel Flows Using Algebraic Reynolds Stress Model

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Masayuki KAMEZAWA

An investigation of turbulence structure with the secondary flow of the second kind in a trapezoidal open channel is very important in basic hydraulics and river engineering. In this study, a numerical analysis has been carried out to develope turbulent flow in a trapezoidal open channel with three kinds of bank angle. An algebraic Reynolds stress model coupled with a boundary-fitted coordinate system was adopted in order to predict Reynolds stresses precisely. Calculated results were compared with the experimental data available. It has been pointed out from the experiment that velocity-dip, which means that the maximum velocity appears not at the free surface but rather just below it, is not observed in a trapezoidal open channel. The calculated results of streamwise velocity show that the maximum velocity exists at the free surface. For this reason, the present method predics this feature. Furthermore, the secondary vectors of the calculated result are in good agreement with those from the experiment, which proves the validity of the present method. Near the free surface, the secondary flow direction in a trapezoidal open channel is opposite to that in a rectangular open channel. The origin of this difference between the cross sections is examined by evalutatidng the production term of the streamwise vorticity equation.

**Key Words:** Numerical Analysis, Free Surface Flow, Secondary Flow, Turbulent Flow, Reynolds Stress Model, Boundary Fitted Coordinate System

## 1. 緒 言

直線開水路流れは、自由水面を有することにより開水路には認められない、いくつかの特有な現象が報告されている。例えば開水路の二次流れパターンは閉水路のそれと大きく異なる。また、この直線開水路における二次流れは、非等方性乱流により誘起される第二種二次流れであることが櫛津・中川<sup>(1)</sup>より実験的に報告されている。彼らは第二種二次流れがその断面アスペクト比(流路幅/開水路深さ)により大きく変化し、アスペクト比が5以上になると二次流れにより誘起される最大主流方向速度位置の自由水面下への降下現象(velocity-dip)が消滅することも同時に報告している。

彼らの実験が長方形断面を対象としたのに対し、台形断面開水路は、実際の河川に即した流路断面をしており、この意味よりいくつかの報告が成されている。富永ら<sup>(2)</sup>は、台形断面開水路を対象にその傾斜側壁が60°, 44°, 32°の場合の三次元乱流構造を計測している。同時に第二種二次流れ分布も示している。

Ghosh Rey<sup>(3)</sup>は実験より壁面せん断応力分布を報告している。また、Ippen Drinker<sup>(4)</sup>は曲がりを有する台形断面管路内の壁面せん断応力の実験結果を報告している。今本ら<sup>(5)</sup>は、カメロン効果を利用して自由水面における瞬間速度平面分布、ならびに台形断面内の第二種二次流れの可視化結果を提示している。

こうした台形断面開水路流れの実験結果と長方形断面開水路流れのそれを比較すると、大きく異なり、興味ある現象として第二種二次流れの流動パターンの相違を指摘できる。すなわち、自由水面が側壁と接する自由水面近傍において長方形断面での二次流れは、側壁から自由水面の中央部に向かって生成されるのに對し、台形断面開水路においては長方形開水路とは全く逆の、側壁に向かって生成される。このように開水路流れにおいてはその側壁角度の相違により、二次流れ挙動が大きく影響されることは興味深い。

一方、数値解析の面から開水路乱流を予測した例の多くは長方形断面開水路に限られる。Naot-Rodi<sup>(6)</sup>は、Nakagawa ら<sup>(7)</sup>が示した自由水面近傍にて、その垂直方向速度変動が減衰するとの指摘に注目して、乱れエネルギーの再配分をモデル化し、代数応力モデルを用い長方形断面開水路内の第二種二次流れ分布を初めて予測した。櫛津・中川<sup>(8)</sup>は、 $k-\varepsilon$ 二方程式乱流モデル

\* 原稿受付 1995年11月22日。

<sup>\*1</sup> 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町2753)。<sup>\*2</sup> 宇都宮大学大学院。

を開水路乱流場に拡張し二次元乱流場の乱流特性量を予測している。二次元乱流場の予測に関しては、Celik-Roid<sup>(9)</sup>も解析を試みている。しかし、彼らの解析結果も流路断面を含まない二次元乱流場であるため第二種二次流れを予測するには至っていない。著者らは代数応力モデル、および自由水面の境界条件に新たな条件を提案し、これまで長方形断面開水路<sup>(10)</sup>、複断面開水路<sup>(11)</sup>、ならびに富永ら<sup>(2)</sup>の側壁傾斜角60°の台形断面開水路<sup>(12)</sup>の解析を報告した。しかし、前述のように台形断面開水路の側壁自由水面近傍の二次流れは、長方形断面開水路のそれとは全く逆方向の流れを形成し、このメカニズムについてはなんらの報告もされていない。この点を明らかにしておくことは自由水面の乱流構造を理解する上でも重要である。

そこで、台形断面開水路内乱流構造を詳細に計測した富永ら<sup>(2)</sup>の傾斜角44°、32°における実験を対象に、代数応力モデルを用いた数値解析を行いその乱流構造を比較検討するとともに、その第二種二次流れの生成機構について新たな知見を示すことを目的とする。同時に傾斜角60°の場合の結果とも比較し傾斜角の影響についても検討する。

## 2. 記号

B: 短辺長

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta$ : 経験定数

$D_h$ : 水力直徑

$f(L/X_w)$ : 壁の影響を示す関数

k: 乱流エネルギー

L: 特性距離

$P_k$ : 乱流エネルギー生成

R: 径深(水路断面積/潤辺)

$Re$ : レイノルズ数 =  $4RD_h/\nu$

$u_i u_j$ : レイノルズ応力

$U_i$ : i 方向時間平均速度成分

$U_b$ : 断面内の主流方向平均速度

$U_{1\max}$ : 流路断面内最大主流方向速度

$U^*$ : 摩擦速度

Z: 河床、傾斜壁に沿った座標

$\epsilon$ : 乱流散逸

$\nu$ : 動粘性係数

$\chi$ : カルマン定数

$\pi_{ij}$ : 圧力・ひずみ相関項

$\rho$ : 密度

$\tau$ : 壁面せん断応力

## 3. 解析手法

**3・1 計算対象実験** 数値解析の対象とした富永ら<sup>(2)</sup>の実験装置の概略図、および座標軸を図1に示す。図中の逆三角記号は自由水面を示している。彼らは側壁傾斜角が60°、44°、32°の3種類の台形断面開水路を対象に実験を行っている。実験水路は全長12.5mの水路であり、短辺長、水深は傾斜角により異なっている。例えば60°の場合、短辺24.8cm、水深11.0cmの台形断面を有する。このときの実験レイノルズ数は代表速度に混合平均速度 $U_b$ 、代表寸法に径深R(断面積/潤辺)の4倍を用いて $Re=6.84\times 10^4$ である。側壁傾斜角44°、32°のRe数は、それぞれ $8.76\times 10^4$ 、 $5.34\times 10^4$ である。また、測定断面位置は水路上流端から7.5m下流に設置されている。測定に関しては、熱線流速計を用いた第二種二次流れ、レイノルズ応力分布等を測定している。

座標系は、主流方向を $X_1$ 軸、これと直交する向きを断面方向とし、水平方向を $X_2$ 、垂直方向を $X_3$ 軸と定義している。

**3・2 レイノルズ応力輸送方程式** 本解析においては、乱れの非等方性を正確に扱う意味より、レイノルズ応力方程式を解くことを考える。レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{D u_i u_j}{Dt} = & - \left( u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ u_i u_j u_k \right. \\ & \left. - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \quad \dots \dots \dots \quad (1) \end{aligned}$$

数値計算の上で特に障害となるのが、左辺第一項の対流項、ならびに右辺第三項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項に対して各項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より Rodi<sup>(13)</sup>近似を用いてモデル化を行った。このRodi近似を用いることにより計算の簡

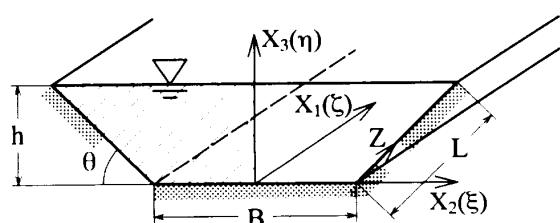


Fig. 1 The test section and definition of coordinate system

便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

レイノルズ応力輸送方程式をモデル化する際に問題となる圧力・ひずみ相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行っている。こうすることにより新たな定数が導出され、実験値をより多く考慮することができる。モデル化された圧力・ひずみ相関項を表1に示す。Naot-Rodi<sup>(6)</sup>も、長方形断面開水路に対しレイノルズ応力モデルを用いて解析を行っているが、彼らは、断面方向速度こう配は小さいとみなし、これらの項を無視してモデル構築を行っている。しかし、本提示モデルはこれらの項も加味しており、彼らの提示モデルとは異なる。本解析に用いたモデルの導出については、別報<sup>(14)</sup>にて詳述した。表中  $\pi_{ij,1}$  は純粋な乱れによる影響を、 $\pi_{ij,2}$  は平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$  は壁面による影響を示している。また、 $f(L/X_w)$  は、壁の影響を示す関数で壁面近傍で1、壁から離れるにつれて零に近づく。 $X_w$  は壁面からの距離を示している。

また、モデル定数系については、モデル化された方程式を、単純せん断流れ、壁面近傍流れに適用し、おののの流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出し、加えて各流れの実験結果を基に定数を決定していく。得られたモデル定数系を表2に示す。

散逸項は、高レイノルズ数流れ場で、局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Table 1 Pressure-strain correlations

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\bar{u}_i \bar{u}_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) - \frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w}) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$
$P_{ij} = -\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad D_{ij} = -\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$ $P_k = -\bar{u}_k \bar{u}_l \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \quad f\left(\frac{L}{X_w}\right) = \frac{C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\kappa \varepsilon} \frac{1}{X_w}$	

Table 2 Constants in pressure strain correlations

$C_1^*$	$C_2^*$	$\zeta^*$	$C_1'$	$C_2'$	$\zeta'$
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

3・3 自由水面の境界条件　自由水面での乱流散逸に関しては、一般に壁関数として使用される次式を用いて計算を行うこととした。ただし、次式に示す乱流散逸値は、壁関数を使用する場合と同様、自由水面から計算第一点めに与えた。式中、 $y$  は計算第一点めまでの垂直距離を示している。

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{xy} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

こうすることにより、水深がステップ状に変化した場合においても自由水面上の乱流散逸値は、不連続値を示すことはない。また、自由水面近傍においては、その垂直方向速度変動値が自由水面に到達する以前に減衰傾向を示し、自由水面下にて非常に小さな値を取ることが指摘できる<sup>(7)</sup>。この減衰現象を計算に加味する意味より、垂直方向速度変動値を自由水面から、計算第一点めまで零とし、この減衰現象を近似することとした。こうした境界条件の導出の詳細は別報<sup>(10)(11)</sup>にて報告した。

3・4 数値計算　計算に際しては境界適合座標系を導入した、この解析手法は物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理により変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

上式中  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$  は、変換された計算平面での座標軸である。上式を用いた各方程式の変換法、変換により導出される輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した<sup>(15)</sup>。

計算領域は、系の対称性を考慮し図1に示す斜線部領域とし計算を行った。計算レイノルズ数は台形断面形状、流量より算出した混合平均速度、径深を用い、側壁傾斜角  $44^\circ$ 、 $32^\circ$  の場合それぞれ  $8.79 \times 10^4$ 、 $4.98 \times$

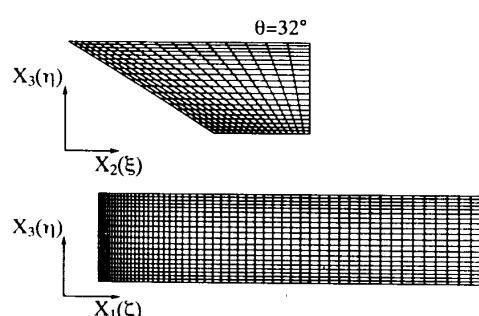


Fig. 2 Grids layout

$10^4$  である。計算格子は  $1/2$  断面内で  $\theta = 44^\circ, 32^\circ$  に対しそれぞれ  $22 \times 21, 18 \times 21$  とし流れ方向に 54 の計算点を設置した。このとき主流方向流れに対し、径深  $4R$  の 100 倍に当たる助走区間を設けている。 $\theta = 32^\circ$  の場合の計算格子を図 2 に示す。 $\xi, \eta, \zeta$  は格子に沿う座標軸として定義される。乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件には、壁関数を用いた。入り口条件は、実験においても不明なため  $k = U_b \times 10^{-5}$ ,  $\epsilon = k^{3/2}/4R$  と小さな値を設定し解析を行った。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項差分近似は QUICK(三次精度の風上差分)を使用した。また、各支配方程式はだ円型方程式として扱い解析を行っている。

#### 4. 結果と考察

計算においては、前述のように助走区間距離として  $4R$  の 100 倍の長さを設けている。したがって、実験結果と比較する際には、完全発達乱流領域の計算結果と比較した。また、以下に示す  $\theta = 60^\circ$  の結果は前述のように著者らの既報<sup>(12)</sup>の解析結果を用いた。

**4・1 平均速度場の比較** 図 3 は、主流方向速度等値線の富永ら<sup>(2)</sup>の 3 種類の開水路実験結果、および本計算結果を比較したものである。各等値線は、主流方向の水路断面最大速度  $U_{1\max}$  で無次元化している。流路アスペクト比 5 以下の長方形断面開水路にて認められた最大主流方向速度位置の降下現象(velocity-dip)は、台形断面開水路においては認められないことが両結果より解る。また、両結果とも等値線が開水路コーナ部に向かって張り出した分布を、一方、左右対

称軸( $X_3$  軸)に沿う等値線は自由水面に向かって凸状に湾曲した分布を示している。こうした現象は断面内に生成される二次流れと強い相関を有する。また、その等値線の値に着目すると 0.99, 0.6 に関しては差異が認められるものの、計算結果は比較的良好にその分布を予測している。

図 4 は第二種二次流れを両結果にて比較したものである。図中の実験結果に示されている A, B, C の記号は富永らにより記入された二次流れを示している。実験結果より、河床壁に形成される二次流れ(A 渦)、自由水面近傍に認められる河川中央部に向かう反時計回りの二次流れ(C 渦)、さらに自由水面傾斜壁近傍に生成される時計回りの二次流れ(B 渦)の三種類の縦渦が認められる。長方形断面開水路の二次流れ<sup>(11)</sup>と比較すると、台形断面開水路では B 渦が生成され、しかもその流れ方向は傾斜壁に向かい長方形断面開水路とは大きく異なり台形断面開水路を特徴づけている。計算結果は、こうした特徴的な渦を比較的良好に予測しており解析手法の妥当性を示している。主流方向速度の降下現象が認められないのは、左右対称軸に沿う上昇流に起因することも容易に理解できる。傾斜角の違いにより二次流れ分布も異なり実験結果より傾斜角が小さくなるにつれ、C 渦が小さくなる傾向を示している。この傾向は計算でも同じであるが  $\theta = 32^\circ$  における C 渦は実験ほど顕著には認められない。台形断面開水路は実際の河川によく見受けられるが B 渦の存在は、傾斜側壁の浸食を加速する意味から側壁傾斜角の選定は河川設計に重要な要因となる。

図 5 は、河床に沿う壁面せん断応力、および傾斜壁に沿う壁面せん断応力分布を両結果にて比較したものである。各壁面せん断応力値は平均せん断応力  $\bar{\tau}$  にて

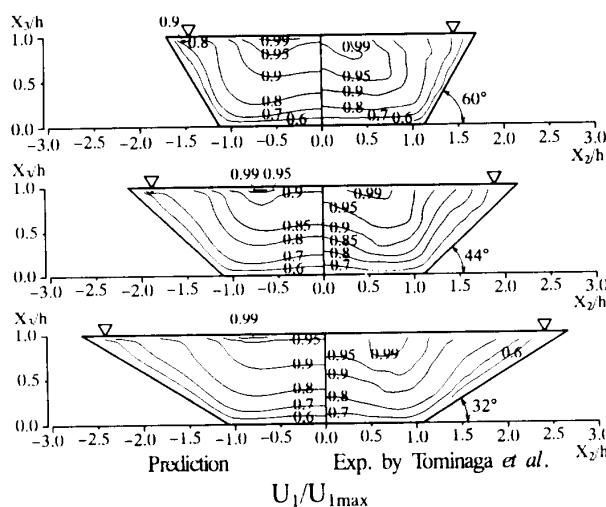


Fig. 3 Comparison of streamwise mean velocity

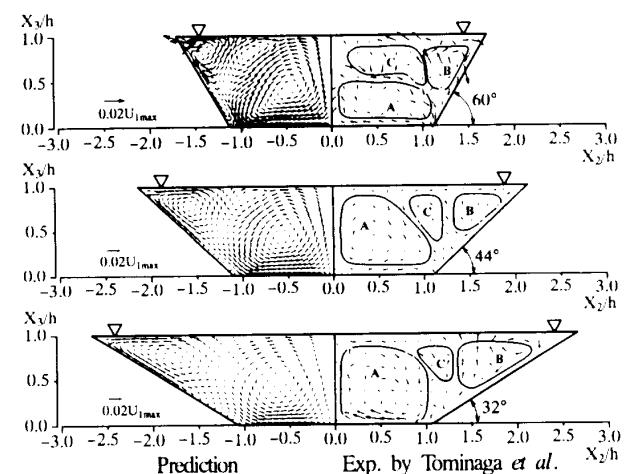


Fig. 4 Comparison of secondary flow of the second kind

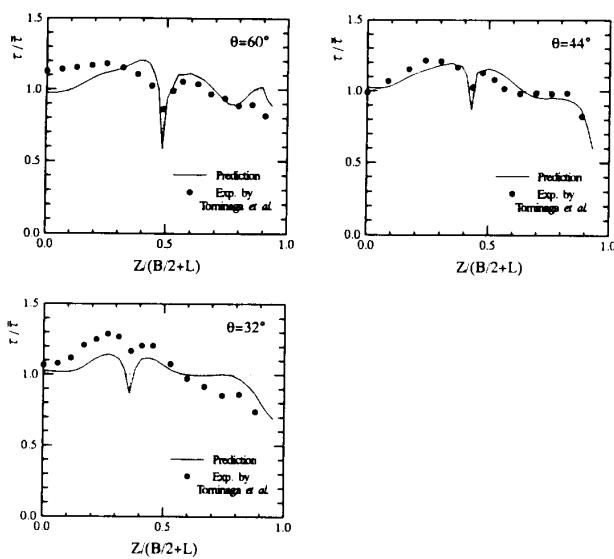
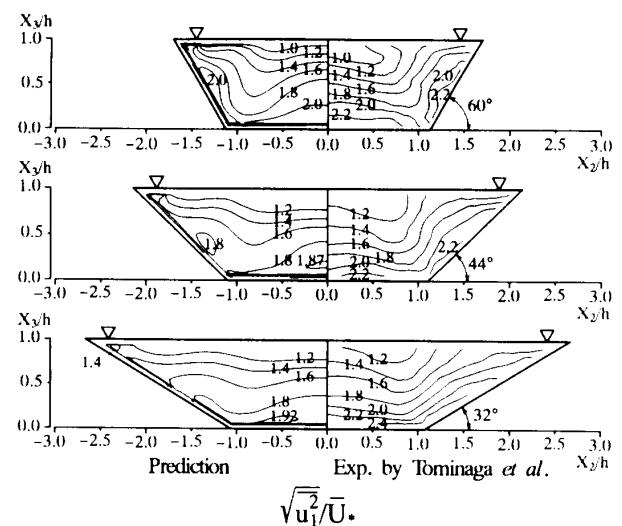
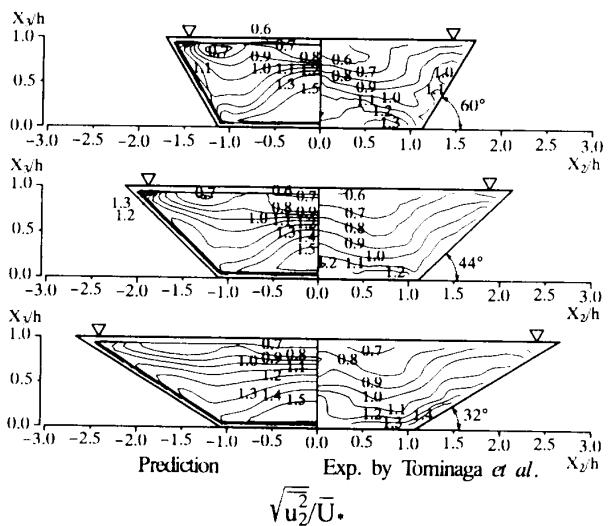
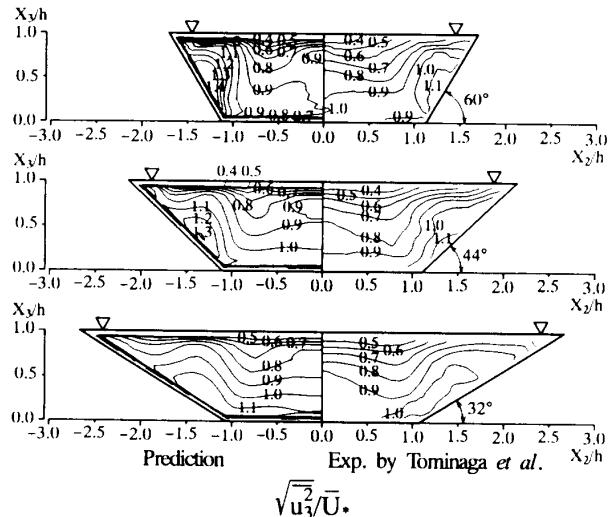


Fig. 5 Comparison of wall shear stress

無次元化した。 $Z$ は左右対称軸位置を原点に河床、傾斜壁に沿う座標を示す。実験結果は、 $Z=0$ から単調増加しピーク値を取った後減少、コーナ部を挟んで再度増加し極大値を示した後減少するが、計算結果もその値に多少の差は認められるものの同様な傾向を示している。傾斜角の違いに着目すると $\theta=60^\circ$ の傾斜側壁の $Z/(B/2+L)=0.9$ 付近にて計算値は、明りょうな極大値を示すが、これは比較的高速な流体が $B$ 渦により移流される結果発生したものと解釈される。この現象は他の傾斜角においては認められず、側壁の自由水面近傍における浸食がこの角度においては促進されることを示唆している。

**4・2 変動速度場の比較** 図6～8にそれぞれ主流方向速度変動 $\sqrt{u_1^2}$ 、水平方向速度変動 $\sqrt{u_2^2}$ 、垂直方向速度変動 $\sqrt{u_3^2}$ 等値線を実験、計算とで比較した結果を示す。各値は平均摩擦速度 $U_*$ にて無次元化した。両結果より、側壁の自由水面近傍にて等値線が水面と平行となること、左右対称軸( $X_3$ 軸)に沿って等値線は凸状分布を形成することは共通している。これらの現象は図4に示した第二種二次流れに起因している。また、実験の主流方向速度変動値は河床、ならびに傾斜壁の中央部近傍にて最大値を示しているが計算結果は傾斜角が小さくなるにつれその値、領域とも減少傾向を示しており実験と異なる。

水平方向速度変動を比較するとその最大値は河床に存在し、傾斜角が小さくなるにつれ比較的大きな値の等値線が傾斜壁に沿ってコーナ部から伸びていることが両結果より認められる。これは、水平速度変動を抑制する側壁の影響が傾斜角の減少とともに薄れるため

Fig. 6 Comparison of normal stress  $\sqrt{u_1^2}$ Fig. 7 Comparison of normal stress  $\sqrt{u_2^2}$ Fig. 8 Comparison of normal stress  $\sqrt{u_3^2}$

である。計算はその最大値を大きく見積もるもの比較的良好にその分布を予測している。また、計算結果の  $\theta=60^\circ, 44^\circ$  の  $X_2/h = -1.0$  近傍に縞状等値線が認められ  $\theta=32^\circ$  においては認められないことが計算に特有な現象として指摘できる。この現象の消長は、傾斜角の違いによる C 湍の生成と符号し、また縞状等値線は B 湍、C 湍が干渉し合う位置において生成されることを考慮すると、この縞状等値線は B 湍、C 湍の移流効果と強い相関があるものと思われる。

垂直方向速度変動について比較すると、計算結果は傾斜側壁近傍にて最大値を示し、傾斜角が減少するにつれその値を減少させ、傾斜壁から河床に沿って等値線を延ばしていく現象が観察される。実験においてもこの傾向は認められるが計算ほど顕著ではない。また、この垂直方向速度変動は自由水面近傍にて大きく減衰することが両結果より解る。

図 9 は水平、垂直方向速度変動の差を比較した結果である。両結果の零ラインに注目すると  $\theta=60^\circ$  においては類似の分布を示すが傾斜角度が小さくなるにつれ実験との差異が大きくなっている。実験の  $\theta=32^\circ$  においては零ラインは消滅し水平方向速度変動が垂直方向速度変動より卓越するが、計算ではその領域は小さいものの垂直方向速度変動が大きい領域が存在している。

図 10 は、せん断応力  $u_1 u_2$  等値線図を両結果にて比較したものである。実験結果より零ラインを挟んで異符号領域が存在すること、せん断応力値の絶対値が傾斜壁面に存在することが指摘できるが、計算もこの傾向を比較的良好に予測している。この異符号領域の発生は開水路に限らず閉管路においても指摘されており<sup>(16)</sup>、主流方向速度等値線が第二種二次流れにより変形を受けることにより生成される。したがって二次流れを正確に予測することがこうした現象を捕捉する上で重要となる。

図 11 はせん断応力  $u_1 u_3$  等値線図を両結果にて比較したものである。せん断応力  $u_1 u_3$  は、河床壁面にて最大値を取り自由水面に向かって減少していく様子が両結果より伺える。また、実験結果より傾斜壁面の自由水面近傍にて比較的高い値の等値線が認められ、側壁傾斜角が小さくなるにつれ自由水面から離れていく様子が認められるが、計算では自由水面近傍にて比較的高い値が認められるものの側壁傾斜角の増加より位置は移動することなく等値線の値が減少していく。

**4・3 二次流れ生成機構** 断面形状相違による二次流れ生成メカニズムの相違を明らかにするため主流方向渦度輸送方程式中の生成項の評価を行った。完全

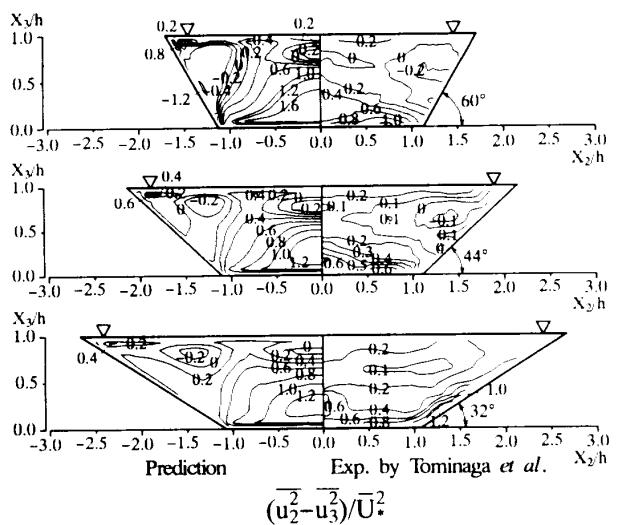


Fig. 9 Comparison of difference between  $\sqrt{u_2^2}$  and  $\sqrt{u_3^2}$

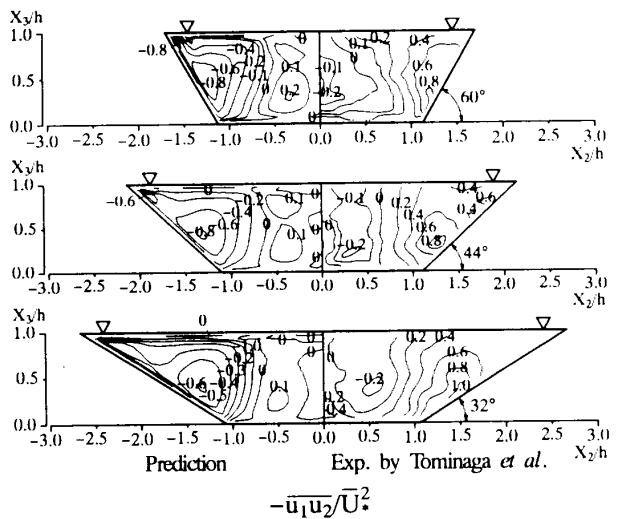


Fig. 10 Comparison of shear stress  $u_1 u_2$

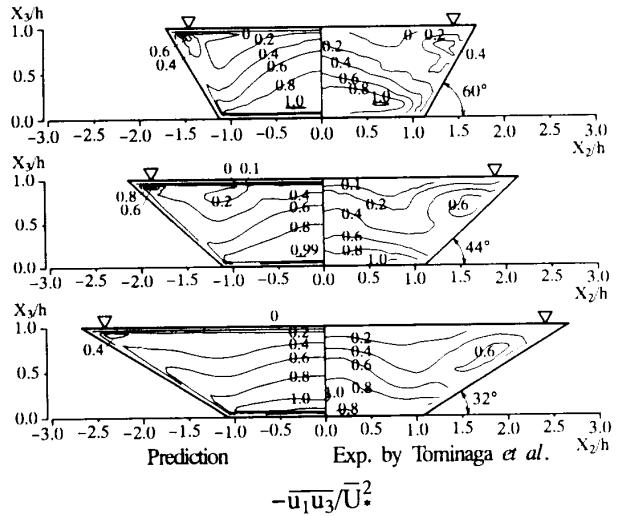


Fig. 11 Comparison of shear stress  $u_1 u_3$

発達領域における渦度輸送方程式は以下のように示される。座標系は図1に準じた。

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{\partial \omega_1}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial \omega_1}{\partial X_3} = \frac{\partial^2}{\partial X_2 \partial X_3} (u_2^2 - u_3^2) \\ &+ \left( \frac{\partial^2}{\partial X_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) u_2 u_3 + \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial X_2^2} + \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial X_3^2} \right) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$\omega_1 = \frac{\partial U_3}{\partial X_2} - \frac{\partial U_2}{\partial X_3} \quad \dots \dots \dots (6)$$

図12に著者ら<sup>(10)</sup>の計算結果を基に、長方形断面開水路の1/2断面における二次流れ分布、および上式右辺第一項、第二項の生成項総和分布を示す。生成項は $(4R)^2/U_b^2$ にて無次元化した。生成項は側壁の自由水面近傍、および自由水面下の側壁近傍にて負符号の絶対値の大きな値を有し、この領域にて時計回りの第二種

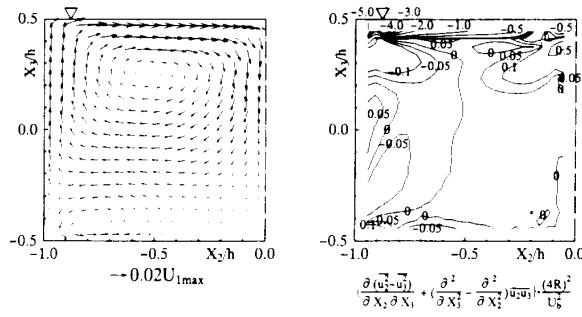


Fig. 12 Secondary flow and production term in rectangular open channel

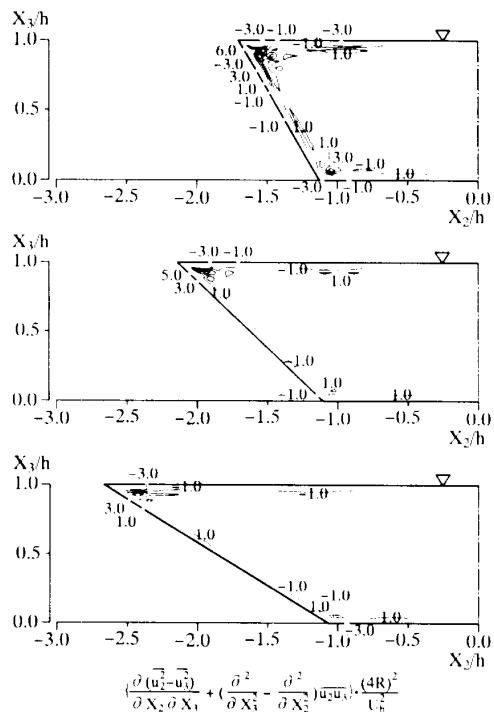


Fig. 13 Production term in trapezoidal open channel

二次流れが誘起されている。

図13は各傾斜角における生成項の総和分布を示した結果である。側壁自由水面近傍に着目すると自由水面においては-3.0, -1.0の負の値が認められ、同時にその下方に6.0, 5.0, 3.0の正の値が水面と平行に存在している。この傾向は特に $\theta=32^\circ$ にて顕著に認められる。また自由水面側の側壁近傍においては正の領

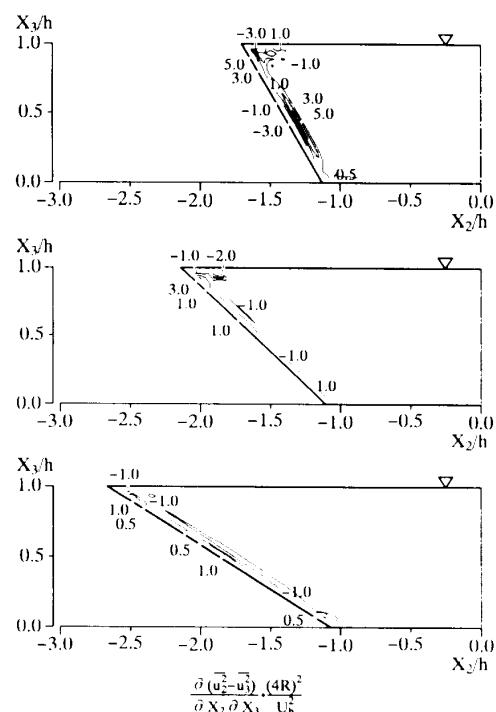


Fig. 14 Contour maps of the first and second terms for production

域が存在している。こうした生成項分布は長方形開水路とは大きく異なる。また、自由水面に沿う絶対値とその下に存在する値とは同程度の値を示している。この傾向は傾斜角度に左右されることなく認められる。こうしたことにより、台形断面開水路においては自由水面に沿う負の値は、その下方に存在する正の値と二次流れ生成の際に互いに弱め合い、自由水面近傍の傾斜壁に沿う正値の生成項が加算される結果、反時計回りの二次流れが生成されるものと解釈される。

生成項を構成する二種類の生成項のうち、いずれがより重要な要因となるかを知るため、上式右辺第一項、第二項の等値線分布を算出した。結果を図14に示す。いずれも同程度の値を示しともに重要であることが理解できるが、その分布に関しては相違が認められる。すなわち、右辺第一項の垂直応力の差を含む生成項は、自由水面側の傾斜壁近傍にて正値を示すことが特徴的である。かつその範囲は傾斜角が小さくなるにつれ拡大される傾向にある。一方、第二項の生成項は自由水面の僅か下方にて、自由水面と平行に正値を示す領域を形成しており、この傾向は傾斜角が小さくなるにつれ顕著となる。したがって、垂直応力の差の生成項は、斜側壁に沿って二次流れ生成に寄与するのに対し、断面方向同士のせん断応力は自由水面の僅か下方にて正の値を示し、この領域にて支配的である。また、この値は自由水面近傍の負の値と互いに弱め合う効果を通して反時計回りの二次流れ生成に寄与するものと解釈される。

## 5. 結 論

自由水面を有する台形断面開水路内の完全発達領域における乱流場を対象に三次元乱流解析を行い、富永ら<sup>(2)</sup>の実験結果と比較検討することにより以下の結論を得た。

(1) 主流方向速度等値線、せん断応力分布を本解析手法は比較的良好に予測するものの、最大主流方向速度等値線に関しては差が認められた。

(2) 本解析手法より、傾斜壁と自由水面が交差する領域での台形断面開水路内に特徴的な第二種二次流れを予測することができた。

(3) 実験は傾斜角が小さくなるにつれC渦の生成領域が減少する傾向を示しているが、計算でも同様の傾向を示した。ただし、 $\theta=32^\circ$ の計算結果においてC渦の占める領域は実験と比較しかなり小さい。

(4) 完全発達領域における主流方向渦度輸送方程式中の生成項を長方形断面開水路のそれと比較すると、自由水面サイドの側壁近傍にて長方形断面開水路では負の、台形断面では正の領域が存在し、これにより第二種二次流れはその循環方向を異にする。

(5) 主流方向渦度輸送方程式中の渦度生成を構成する二つの生成項は同程度の値を有しいずれの項も重要である。しかしその分布は異なり、垂直応力の差の生成項は傾斜側壁に沿って支配的であり、断面方向同士のせん断応力は自由水面の僅か下方にて重要である。

## 文 献

- (1) 櫻津家久・中川博次、京都大学防災研究所年報、28(1985), 499-522.
- (2) 富永晃宏・江崎一博・櫻津家久、土木学会論文集、381/I 7(1987), 55-63.
- (3) Ghosh, S. H. and Roy, N., *J. Hydraulic Div., ASCE*, **96** (1970), 967-994.
- (4) Ippen, A. T. and Drinker, P. A., *J. Hydraulic Div., ASCE*, **88**(1962), 1412-1430.
- (5) 今本博健・石垣泰輔・西田雅、京都大学防災研究所年報、17(1989), 935-949.
- (6) Naot, D. and Rodi, W., *J. Hydraulics Div., ASCE*, **108** (1982), 948-968.
- (7) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H., *Proc. of Japan Soci. Civil Engrs.*, **241**(1975), 155-168.
- (8) 櫻津家久・中川博次、土木学会論文集、387/I 8(1987), 125-134.
- (9) Celik, I. and Rodi, W., *Physicochemical Hydrodynamics*, **5**(1987), 217-227.
- (10) 杉山均・秋山光庸・松原珠・松本将師・平田賢、機論、**60** 577, B(1994), 3000-3007.
- (11) 杉山均・秋山光庸・松原珠・平田賢、機論、**61** 584, B(1995 4), 1293-1300.
- (12) 杉山均・秋山光庸・亀澤正之、土木学会論文集、527/I 33 (1995), 27-36.
- (13) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**(1976), 219-221.
- (14) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行、機論、**56** 531, B(1990), 3328-3335.
- (15) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志、機論、**57** 539, B(1991), 2269-2276.
- (16) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78** (1976), 289-315.