

## 正方形断面から円形断面に変化する遷移ダクト内の乱流構造解析\*

杉 山 均<sup>\*1</sup>, 秋 山 光 庸<sup>\*1</sup>  
柳 沢 健<sup>\*2</sup>, 藤 井 幸 司<sup>\*2</sup>

## Numerical Prediction of Developing Turbulent Structure Through a Square-to-Circular Transition Duct

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA,  
Ken YANAGISAWA and Kouji FUJII

In this paper we describe numerical analysis to investigate the three-dimensional turbulent structure and fluid flow behavior in a square-to-circular transition duct. The hydraulic diameter, 40 mm, was the same in the square inlet and round exit sections, resulting in a cross-sectional area reduction of 21.5 percent. The transition takes place over two hydraulic diameters. In the calculation, an algebraic Reynolds stress model combined with a boundary-fitted coordinate system is applied to a square-to-circular transition duct in order to solve anisotropic turbulent flow precisely. The calculated results are compared with the experimental results available to examine the validity of the present method. As a result of calculation, it is found that the present method predicts streamwise and horizontal mean velocities well but the calculated distributions of the normal stresses show a discrepancy compared with the experiment. Although the flow was fully developed at the inlet to the transition duct, as stated in the experimental report, the experimental results of normal stresses differ greatly from those of flow, while calculated results are similar to those for fully developed flow. In this transition duct, two kinds of the secondary flow exist, i.e., one is the secondary flow of the second kind in the square duct and the other is that of the first kind in the transition duct induced by the pressure gradient. Moreover, the secondary flow of the transition duct disappears when the flow enters the duct with a circular cross section. The present method can predict these features quantitatively.

**Key Words:** Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Transition Duct, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

## 1. 緒 言

遷移ダクトはその断面形状が流れ方向に変化することとを特徴とする管路である。例えば本解析で扱うような正方形断面から円形断面へ、あるいは逆の場合、円形断面から長方形断面へ変化するような管路を遷移ダクトとして分類することができる。こうした管路は工業的にも多くの分野にて活用されている。空調システムを構成する管路には、この種の遷移ダクトが多用されている。また水車のランナ出口から放水路に導く吸出し管路(draft tube)も、流速を減衰させ排棄損失を低減する目的から、円形断面から長方形断面へ、しかも曲がりを有する遷移ダクト形状を有している。こうした曲がりを有する遷移ダクトを対象に Vu-Shyy<sup>(1)</sup>, Agouzoul-Reggio-Camarero<sup>(2)</sup> は 90° 曲がりを付与した場合の吸出し管を対象に、 $k-\epsilon$  二方程式モデルを用いた解析結果を報告している。航空工学の分野では

圧力損失の低減を図る意味から、円形断面のガスタービンエンジンから、長方形断面排気ダクトへと形状を変化させる遷移ダクトの研究が報告されている<sup>(3)</sup>。この種の遷移ダクトは、断面形状変化よりその流線が影響を受け断面内に形成される二次流れ分布は複雑な様相を呈する。同時に乱流場において、その乱流構造はその二次流れにより大きく影響を受け、乱流構造の変化は二次流れの発達とともに興味あるところである。

円形から長方形断面へ遷移する管路に関しては、古くは Mayer<sup>(4)</sup> により実験的な報告が成されている。彼らは遷移ダクト長さが水力直径の 2.76 倍、0.69 倍で面積が一定の遷移ダクトを対象に静圧分布変化を測定している。最近のこの種の研究では Davis-Gessner<sup>(5)</sup> の実験が挙げられる。彼らは、乱流モデル評価に寄与することを考慮し全レイノルズ応力成分、二次流れ分布など詳細な測定を長方形断面縦横比 3、ダクト長さが入口円管直径の 1.5 倍の遷移ダクトを対象に報告している。同時に著者ら<sup>(6)</sup> は、Davis-Gessner<sup>(5)</sup> の実験を数値予測し二次流れ、全レイノルズ応力成分の比較結果を報告した。

\* 原稿受付 1996 年 6 月 24 日。

\*<sup>1</sup> 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。\*<sup>2</sup> 宇都宮大学大学院。

以上の円形から長方形断面へ遷移する管路に対し、Taylor-Whitelaw-Yianneskis<sup>(7)</sup>は、一辺が40 mmの正方形断面から水力直径を一定に保ちながら直径40 mmの円形断面に変化する遷移ダクト内の時間平均速度、変動速度分布を示している。彼らの実験では水力直径を一定としたことより出口断面積は入口断面積の21.5%減となるダクト形状をしている。先に示した遷移ダクトの場合、円管部で二次流れは生成されることがなく遷移ダクト部に流入すると圧力こう配より第1種二次流れが生成されることになるが、正方形から円形断面に変化する遷移ダクトの場合、二次流れは特徴的な分布を示すことになる。すなわち正方形断面管路にて形成される第2種二次流れが、遷移ダクトに流入することより第1種二次流れに変化し、遷移ダクトを流出後、円形断面管路ではその強度を弱めながら二次流れは消滅するものと予測される。Lien-Leschziner<sup>(8)</sup>はTaylorら<sup>(7)</sup>の実験を対象に、3種類の $k-\varepsilon$ 二方程式モデルを用い解析を行っているが、等方性乱流モデルなためこうした二次流れの変化までも予測するには至っていない。

以上のようにTaylorら<sup>(7)</sup>の実験は、乱流モデル評価のうえから、すなわち2種類の二次流れの変化を予測し円管路にて消滅するかという点で興味ある実験である。そこで本研究ではTaylor-Whitelaw-Yianneskis<sup>(7)</sup>の実験を対象に、二次流れ変化を予測するとともに、実験との差異分析を通し本解析手法の有用性について考察することを目的とする。その際、乱流モデルとしてはレイノルズ応力輸送方程式の対流、拡散項にRod<sup>(9)</sup>近似を適用し代数応力モデルとしたモデルを用いた。さらに、座標変換より境界条件の設定を容易にする境界適合座標系を適用し三次元乱流場として解析を行う。

## 2. 記 号

$C_1, C_2, C_1^*, C_1', C_2^*, C_2', C_\mu, \zeta, \zeta^*, \zeta'$ : 経験定数

$D$ : 正方形断面一辺長の半分

$D_h$ : 水力直径

$f(L/X_w)$ : 壁の影響を示す関数

$k$ : 乱流エネルギー

$L$ : 特性距離

$Re$ : レイノルズ数  $= U_b D_h / \nu$

$\overline{u_i u_j}$ : レイノルズ応力

$U_i$ :  $i$  方向時間平均速度成分

$U_b$ : 断面内の主流方向平均速度

$X_i$ :  $i$  方向座標軸

$\varepsilon$ : 乱流散逸

$\nu$ : 動粘性係数

$\pi_{ij}$ : 圧力-ひずみ相関項

$\rho$ : 密度

## 3. 解 析 手 法

**3.1 計算対象実験** 解析対象としたTaylor-Whitelaw-Yianneskis<sup>(7)</sup>の遷移ダクト概略図を図1に示す。流入部正方形断面の一辺は40 mm、出口円管の直径は同じく40 mmである。水力直径 $D_h$ を入口、出口部にて同一となるように設定している結果、出口断面積は入口に比較して21.5%の減少となり、したがって遷移ダクト間部は加速流が形成される。遷移ダクト部の長さは水力直径の2倍を有している。この遷移ダクトの上流、下流部には $9.5D_h$ 、 $60D_h$ の直管部が接続されている。Taylorらは遷移ダクトの入口条件に関し完全発達乱流を流入させ、したがって第2種二次流れも存在することをその論文の中で言及している。測定に際しては、レーザドップラー流速計を用いて時間平均速度、および垂直応力を測定している。測定はおもに、 $X_1/D_h=1.0, 1.5, 1.75$ の断面にて $X_2/D$ の位置を変えて局所な値を報告している。レイノルズ数は、代表速度に混合平均速度 $U_b$ 、代表寸法に水力直径を $D_h$ 用い $Re=U_b D_h / \nu=35\,350$ である。

座標系は、図1に示すように主流方向に $X_1$ 軸、これと直交する向きを $X_2, X_3$ 軸と定義している。 $X_1$ 軸方向の原点位置は断面形状が変化する位置に定め、上流側を負符号として示した。また断面内の原点は、断面内の中心位置とした。

**3.2 レイノルズ応力輸送方程式** 各レイノルズ応力を正確に扱う意味より、解析にあたってはレイノ

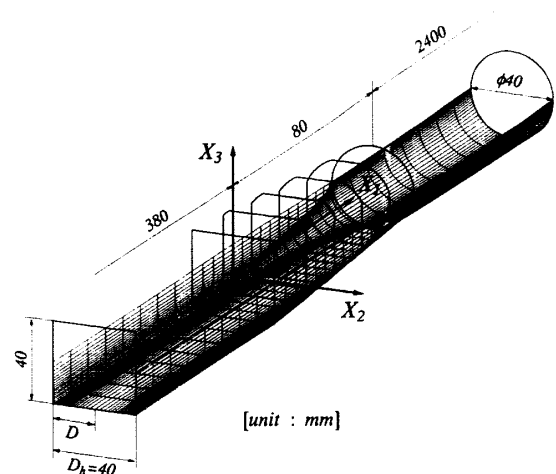


Fig. 1 Square-to-Circular transition duct and definition of coordinate system

ルズ応力輸送方程式を解くことを考える。レイノルズ応力方程式の厳密式は次式にて示される。式を直接的に解くことは不可能であり、何らかのモデル化が必要となる。数値計算のうえで、特に障害となるのが左辺

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & -\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k}\right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} \right. \\ & \left. - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_k} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

の対流項、ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より、Rodi<sup>(9)</sup> 近似を用いてモデル化を行った。このRodi 近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

レイノルズ応力方程式中のモデル化された圧力・ひずみ相関項、ならびに定数系を表1、2に示す。表1、2中、 $\pi_{ij,1}$  は純粋な乱れによる影響を、 $\pi_{ij,2}$  は平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$  は壁面による影響を示している。また、 $f(L/X_w)$  は、壁の影響を示す関数で壁面近傍にて1、壁から離れるにつれ零に近づく。 $X_w$  は、壁面からの垂直距離を示している。この項のモデル化に関しては別報<sup>(10)</sup> にて詳述した。

**3.3 境界適合座標** 境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。式中 $\xi, \eta, \zeta$ は変換された計算平面

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots\dots\dots (2)$$

での座標軸であり主流方向を $\zeta$ 、断面方向を $\xi, \eta$ とし計算格子に沿う座標軸と定義される。上式を用いた各方程式の変換法、変換により導出される輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した<sup>(11)</sup>。

**3.4 数値解析** 計算領域は系の対称性を考え全断面の1/4とした。実験では遷移ダクト部には完全発達流れを流入させたことを報告している<sup>(7)</sup> ことより、計算では遷移ダクト上流部に水力直径の59.5倍に相当する直管を設け完全発達乱流を流入させるものとし

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

|                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$                                                                                               | $-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$                                                                                                                                   |
| $\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$                                                                                               | $-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$<br>$-\frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$ |
| $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$                                                                                               | $C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w}) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$<br>$\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$                                                                                  |
| $P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$ | $D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$                                                                                         |
| $P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l}$                                                           | $f(\frac{L}{X_w}) = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{1}{2}}}{\kappa \varepsilon X_w}$                                                                                                                         |

Table 2 Constants in the pressure strain correlation terms

| $C_1^*$ | $C_2^*$ | $\zeta^*$ | $C_1'$ | $C_2'$ | $\zeta'$ |
|---------|---------|-----------|--------|--------|----------|
| 1.4     | 0.44    | -0.16     | -0.35  | 0.12   | -0.1     |

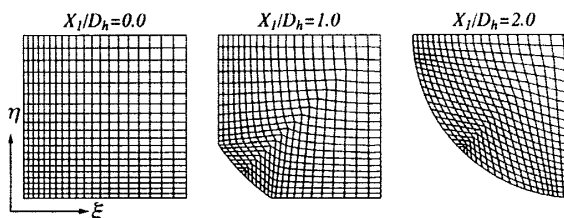


Fig. 2 Computational mesh

た。また、遷移ダクト出口部には実験同様  $60 D_h$  の長さを有する直管路を設けた。したがって計算における管路全長は  $121.5 D_h$  となる。本解析に用いた乱流モデルは高レイノルズ数形モデルに相当するため、乱流エネルギー、乱流散逸の壁面境界条件には壁関数を用いた。また乱流エネルギー、乱流散逸値の正方形断面管路の入口境界条件としては  $k = U_b^2 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D$  と小さな値を設定し、出口境界条件はノイマン条件とした。式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は、Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項差分近似は QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。計算レイノルズ数は、実験と同一の  $Re = U_b D_h / \nu = 35\,350$  である。

計算格子数は 1/4 断面で  $21 \times 21$ 、主流方向に 150 の計 66 150 点とした。代表的な断面での計算格子を図 2 に示す。断面内での計算格子は物理量変化の大きな壁面近傍にて密になるような不等間隔格子とした。

## 4. 結果と考察

### 4.1 正方形断面管路における比較 図3に遷移

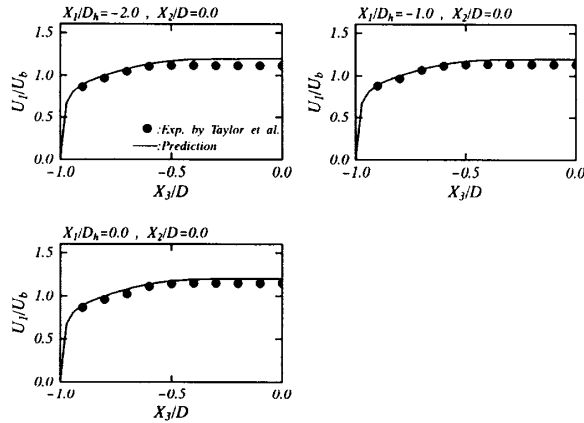


Fig. 3 Comparison of streamwise mean-velocity in square duct

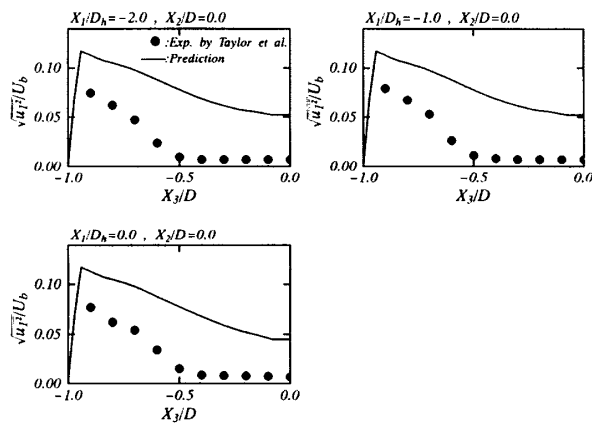
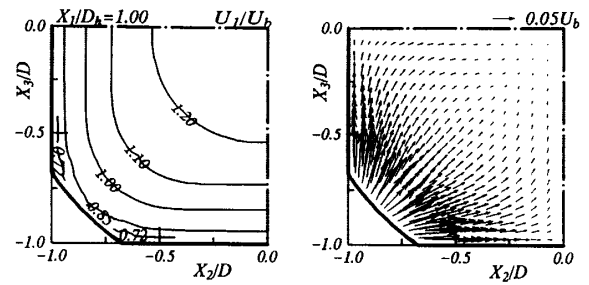
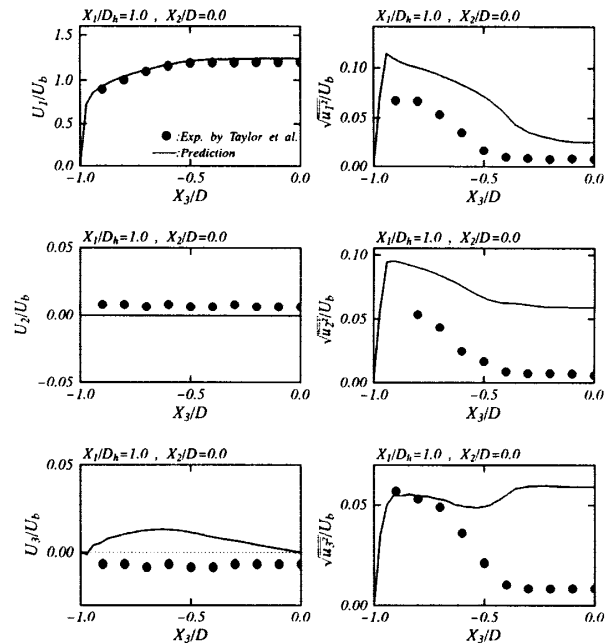


Fig. 4 Comparison of normal stresses in square duct

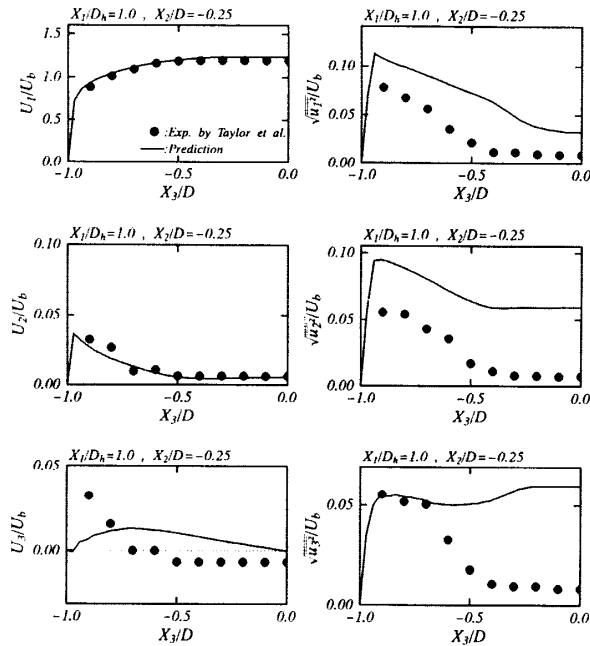
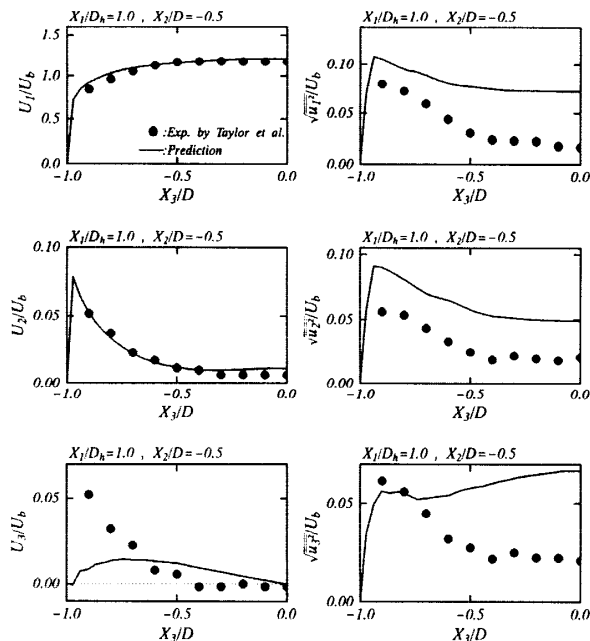
ダクト上流部に相当する  $X_1/D_h = -2.0$ ,  $-1.0$ , および遷移ダクト入口に相当する  $X_1/D_h = 0.0$  断面における左右対称軸上 ( $X_2/D = 0.0$ ) の主流方向速度を両結果にて比較した図を示す。また同位置における主流方向垂直応力を比較した結果を図4に示す。各値は断面内平均速度にて無次元化した。図3より明かなように計算は実験値を良好に予測していることが理解できるが、垂直応力  $\overline{u_1^2}$  に関しては計算値は実験値をより大きく見積もっている。レイノルズ数は異なるが Melling-Whitelaw<sup>(12)</sup>, 藤田ら<sup>(13)</sup> の正方形断面管路の計測結果と比較すると、計算結果<sup>(14)(15)</sup> は Taylor らの結果より、むしろ Melling, 藤田らの結果に非常に近い結果を示している。例えば管中心近傍では Melling らの実験では 0.05 の、藤田らは 0.04 の等値線を示している。ただし彼らの実験は断面中心位置の速度で無次元化していることより断面平均速度  $U_b$  にて無次元化すれば、それより多少大きな値を有することになる。Taylor らはその論文の中で完全発達乱流を流入させたと言及しているが、むしろそれより小さな変動速度

Fig. 5 Calculated results of secondary flow and streamwise velocity at  $X_1/D_h = 1.0$ Fig. 6 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D = 0.0$ 

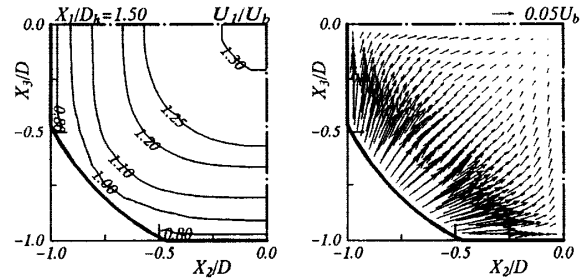
が実験の場合、流入しているものと解釈される。

**4.2 遷移ダクトにおける比較** 流れは遷移ダクトに流入すると大きく変化する。流れ場を理解する意味から図5に  $X_1/D_h = 1.0$  断面における主流方向速度等値線、二次流れベクトルの計算結果を示す。図6~8はこの断面における  $X_2/D = 0.0, -0.25, -0.5$  の位置に沿う三軸方向時間平均速度、垂直応力分布を比較した結果である。遷移ダクトに流入すると流れは加速されるのみならず、断面形状変化による圧力変化が大きく誘起されることより、面取りされたコーナ部から管路中心部に向かう二次流れが認められ、正方形断面管路に形成される第2種二次流れパターンとは大きく異なる。

計算の二次流れは  $X_2/D = 0.0$  近傍で下壁面から管中心部に向かって流れるが、図6に示す  $U_3/U_b$  の実

Fig. 7 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D = -0.25$ Fig. 8 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D = -0.5$ 

験結果は下向きの流れが存在することを示し計算とは異なる。この断面の垂直方向速度  $U_3$  の計算結果はつねに正の値を有し図7および図8も同様実験結果と異なることがわかる。また、水平方向速度  $U_2$  は計算では対称条件を課しているため零であるが実験は有限値をもち流れの対称性が保たれてはいない。図7, 8における  $U_2$  分布に関しては計算は実験値を良好に予測

Fig. 9 Calculated results of secondary flow and streamwise velocity at  $X_1/D_H = 1.5$ 

していることがわかる。主流方向速度に関してはどの  $X_2/D$  の位置においても良好に予測している。

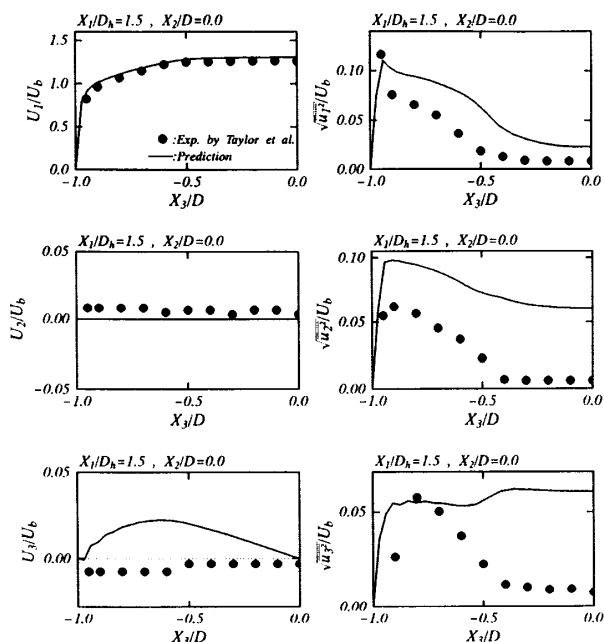
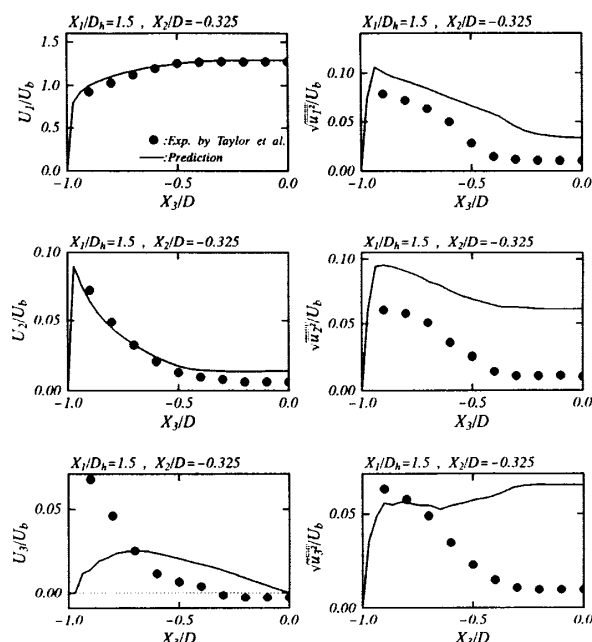
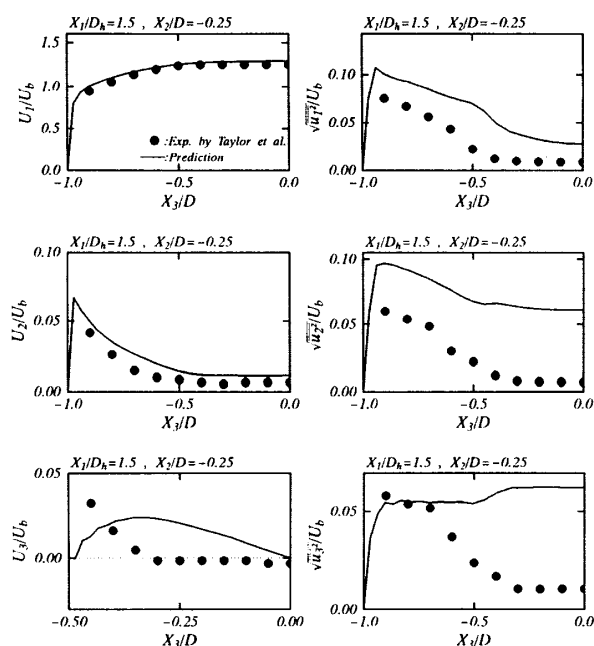
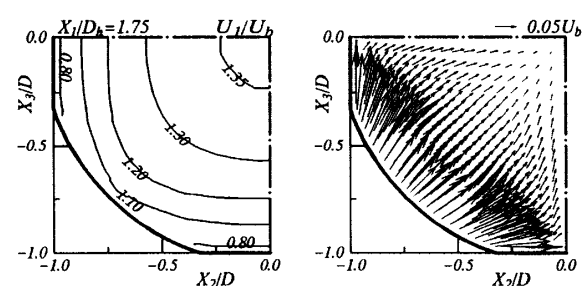
前述のように遷移ダクトに流入すると流れは加速されるため垂直応力  $\overline{u_1^2}$  は減少傾向を示す。すなわち、垂直応力  $\overline{u_1^2}$  の生成項を  $Pr(\overline{u_1^2})$  とするとその厳密式は以下のように示される。ここで加速流であること

$$Pr(\overline{u_1^2}) = -2 \left( \overline{u_1^2} \frac{\partial U_1}{\partial X_1} + \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial X_2} + \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial X_3} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

より  $\partial U_1 / \partial X_1 > 0$  であり、したがって上式第1項はその生成に負として寄与することになる。加速の程度が大きな管中心部近傍では、この現象は顕著である。図6, 7に示す計算結果の中心部近傍で  $\overline{u_1^2}$  は減少するが、以上のような理由による。実験ではこうした傾向が顕著に認められないが、これは入口部における速度変動値がもともと小さいことによるものと思われる。また、実験結果と大きく異なる点として図6~8より垂直応力  $\overline{u_3^2}$  分布の相違を指摘できる。すなわち管中心部近傍にて計算は増加傾向を示し実験値を大きく予測することになる。こうした相違点は以下のように説明される。垂直応力  $\overline{u_3^2}$  の生成項を  $Pr(\overline{u_3^2})$  とするとその厳密式は以下のように示される。

$$Pr(\overline{u_3^2}) = -2 \left( \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial X_1} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial X_2} + \overline{u_3^2} \frac{\partial U_3}{\partial X_3} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

二次流れベクトルから計算で  $\partial U_3 / \partial X_3$  は負の値をもち、したがって上式第3項から明らかなように  $\overline{u_3^2}$  の生成を増加させることになる。その結果計算値は大きな値を有する。さらに、 $X_2/D = 0.0$  位置(図6)の管中心部に垂直応力  $\overline{u_1^2}$ ,  $\overline{u_3^2}$  を比較すると実験、計算結果とも  $\overline{u_1^2} < \overline{u_3^2}$  の関係にあり、このことは実験においても加速流により垂直応力  $u_1^2$  は減少し、逆に  $\overline{u_3^2}$  は増加傾向を示すことを示唆している。しかし、計算では  $\overline{u_1^2} < \overline{u_3^2}$  の関係が明りように現れるのに対し、実験ではその関係式は満足するものの計算ほど明

Fig. 10 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D=0.0$ Fig. 12 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D=-0.325$ Fig. 11 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D=-0.25$ Fig. 13 Calculated results of secondary flow and streamwise velocity at  $X_1/D_H=1.75$ 

りょうではない。このことは、前述のように入口部における速度変動値がもともと小さいことによるものと思われる。

図9にさらに下流に位置する  $X_1/D_h=1.5$  断面での主流方向速度等値線、二次流れベクトルの計算結果を示す。先に示した二次流れと比較するとその強度を増し、比較的大きな強度を有する二次流れが管中心部ま

で発達していることがわかる。この断面の  $X_2/D=0.0, -0.25, -0.325$  での位置における実験値との比較結果をおのおの図10～12に示す。この断面においても計算は  $U_1, U_2$  分布を比較的良好に予測するが  $U_3$  分布に関しては差が認められる。管路中心部では主流方向速度は加速されることより必ず  $\partial U_1/\partial X_1 > 0$  で、連続の式から  $(\partial U_2/\partial X_2 + \partial U_3/\partial X_3) < 0$  となる。 $X_2/D=0.0$  上で  $\partial U_2/\partial X_2$  はほぼ零であることを考慮すると  $\partial U_3/\partial X_3 < 0$  となり、この条件を管路中心部にて満足するものと思われるが実験では満足されていない。この断面でも計算は各垂直応力を大きく見積もりつつ、垂直応力  $\overline{u_1^2}$  の減衰と  $\overline{u_3^2}$  の増加が認められ  $X_1/D_h=1.0$  断面にて観察された現象と同様な結果を示している。垂直応力  $\overline{u_1^2}$  の減衰と  $\overline{u_3^2}$  の増加については、その生成項から先に説明したが、圧力-ひずみ相関項を介しても行われる。

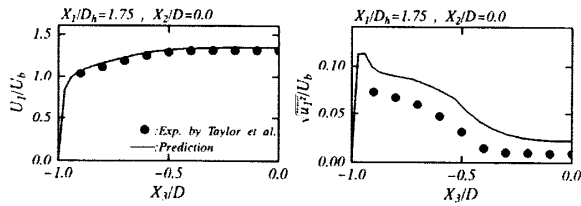
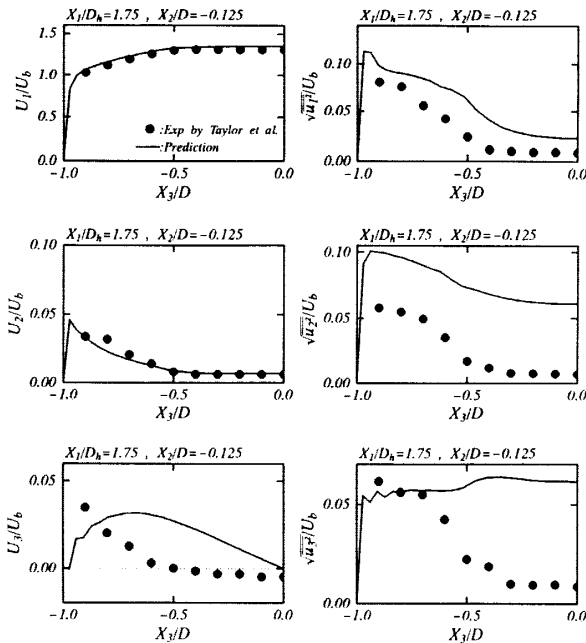
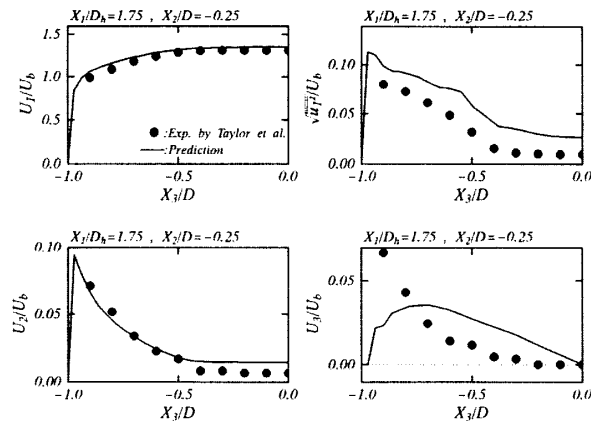
Fig. 14 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D=0.0$ Fig. 15 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D=-0.125$ Fig. 16 Comparison of velocity and normal stress at  $X_2/D=-0.25$ 

図 13 に  $X_1/D_h=1.75$  断面での主流方向速度等値線、二次流れベクトルの計算結果を示す。また、この断面の  $X_2/D=0.0, -0.125, -0.25$  での位置における実験値との比較結果をおのおの図 14~16 に示す。この断

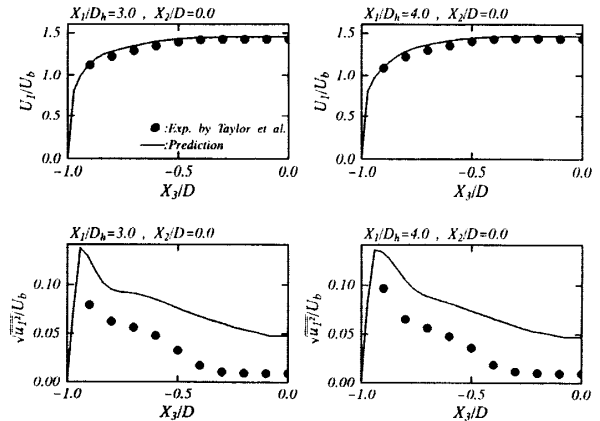


Fig. 17 Comparison of streamwise mean-velocity and normal stresses in square duct

面においてもこれまで述べてきた断面での特徴的現象と同様な傾向が認められる。また、計算では垂直応力  $u_2^2$  が壁面近傍にて高い値をもつ。壁面近傍で  $U_3$  は零から増加することより  $\partial U_3/\partial X_3 > 0$  であり、 $(\partial U_2/\partial X_2 + \partial U_3/\partial X_3) < 0$  を考慮すると、 $\partial U_2/\partial X_2 < 0$  となる。この点と  $u_2^2$  の生成項より壁面での  $u_2^2$  は増加することになる。

**4.3 円形断面管路における比較** 図 17 は円形断面管路の  $X_1/D_h=3.0, 4.0$  断面での  $X_2/D=0.0$  の位置における主流方向速度、および垂直応力  $u_1^2$  の両結果を比較したものである。主流方向速度分布は良好に予測するものの、垂直応力に関して計算は実験値を大きめに予測している。この傾向は正方形断面管路の場合と同様である。

**4.4 二次流れの遷移** 図 18 は正方形断面管路から円形断面管路までの代表的な断面での二次流れベクトル図の計算結果である。正方形断面管路においては乱れの非等方性に起因する第 2 種二次流れが形成されている。遷移ダクトの存在は上流側流れ場へ影響を及ぼすことになるが、このことは二次流れ分布において確認することができる。すなわち遷移ダクト入口上流部に位置する  $X_1/D_h=-0.06$  断面での二次流れはその壁面近傍にて加速された分布を示しその影響が現れている。曲がり管路の場合<sup>(16)</sup>と比較するとその影響領域はわずかなものであることが理解できる。遷移ダクトに流入するとコーナ部から両壁面に沿って二次流れは加速され、コーナ部の形状が円形に近づくにつれ二次流れは壁面から管路中心部に向かう第 1 種二次流れに遷移することになる。Taylor ら<sup>(7)</sup>は遷移ダクト部にて遠心力と曲率半径方向の圧力こう配とが釣り合うものと仮定し、二次流れ強度は断面平均速度の 16%

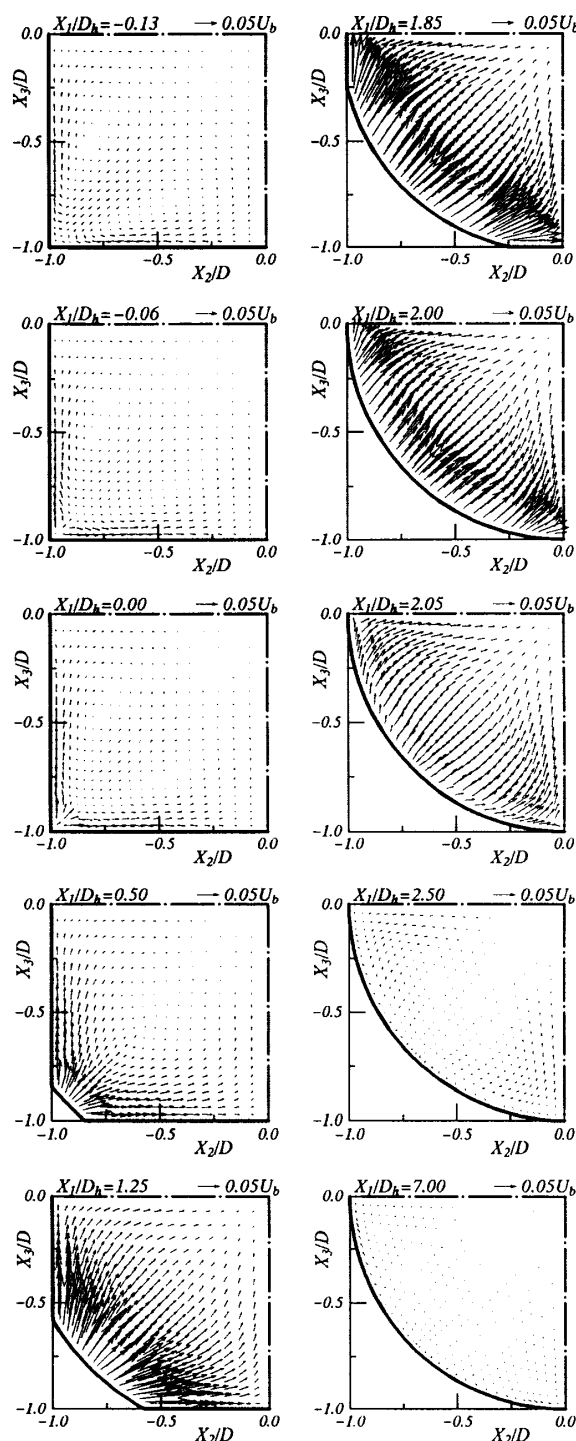


Fig. 18 Calculated results of the transition of the secondary flow

を超えることはない結論づけているが、本計算の最大二次流れ強度は  $X_1/D_h=1.7$  断面で 13.8% であり彼らの推測と符合する結果を示した。また、コーナ部にて壁面から管路中央部へ向かう二次流れが存在するが図 5, 9, 13 より理解されるように主流方向速度等値線はこの二次流れより変形を受けることなく壁面形状

に沿いながら発達していく。

円形断面管路に流入すると  $X_1/D_h=2.05$  断面の二次流れベクトルより明らかなように、その強度は急激に減衰する。これは形状変化がなくなることから誘起される急激な圧力こう配の減衰に起因するものと解釈される。さらに下流の  $X_1/D_h=7.0$  断面では二次流れは、さらに減衰し消滅傾向を示す。これは円管内での乱れの等方化に起因するものである。以上のように本解析手法は正方形断面管路、遷移ダクトでの第 1 種、第 2 種二次流れの遷移、および円形断面管路での二次流れの消滅を矛盾なく予測することが可能であり乱流モデル、解析手法の有用性を示すものと解釈できる。これまで多くの非等方性乱流モデルが提唱されているが、こうした二次流れの変遷を矛盾なく予測した手法は報告されていない。

## 5. 結 論

正方形より円形断面へ変化する遷移ダクトを対象に代数応力モデル、境界適合座標系を用い乱流構造解析を行った。解析結果は実験と比較するとともに二次流れ流動挙動についても考察を加え以下の結論を得た。

(1) 本解析は主流方向、水平方向速度を比較的良好に予測するものの、垂直応力  $\overline{u_1^2}$  は実験と差が認められた。実験値は完全発達分布の値より管中心部にて小さな値を示す。

(2) 遷移ダクト内では加速流のため垂直応力  $\overline{u_1^2}$  は減衰し、逆に垂直応力  $\overline{u_3^2}$  は増加する傾向が両結果にて認められるが、計算は  $\overline{u_3^2}$  分布を実験と比較し、管路中心部にて大きく予測している。

(3) 管路中心部近傍の垂直応力  $\overline{u_3^2}$  が異なる要因として垂直方向速度こう配が指摘できる。この垂直方向速度こう配値は  $\overline{u_3^2}$  の生成に直接的に寄与する。

(4) 正方形断面管路の第 2 種二次流れは、遷移ダクト入口から  $0.06D_h$  上流部近傍からその影響を受ける。遷移ダクトに流入すると圧力こう配による第 1 種二次流れへと遷移し、円形断面管路に流入すると急激にその強度を減衰させる。

## 文 献

- (1) Vu, T. C. and Shyy, W., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **115** (1990), 199-204.
- (2) Agouzoul, M., Reggio, M. and Camarero, R., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **112** (1990), 257-263.
- (3) Miao, J. J., Leu, T. S., Chou, J. H., Lin, S. A. and Lin, C. K., *AIAA*, **28** (1990), 1447-1456.
- (4) Mayer, E., *NACA Tech. Mem.*, 903 (1939).
- (5) Davis, D. O. and Gessner, F. B., *AIAA*, **30** (1992), 367-375.

- (6) 杉山均・秋山光庸・人見大輔, 機論, **62**-601, B (1996), 3309-3316.
  - (7) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., SASA, *Contr. Rep.*, 3447 (1981).
  - (8) Lien, F. S. and Leschziner, M. A., *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, **2** (1993), 217-228, Elsevier Science.
  - (9) Rodi, W., *Z. Angew. Mach. Mech.*, **56** (1976), 219-221.
  - (10) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56** 531, B (1990), 3328-3335.
  - (11) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57** 539, B (1991), 2269-2276.
  - (12) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78** (1976), 289-315.
  - (13) 藤田秀臣・横沢肇・岩田彰太郎・高浜平七郎, 機論, **52** 482, B (1986), 3491-3497.
  - (14) 杉山均・秋山光庸・二宮尚・平田賢・久保真治, 機論, **58**-550, B (1992), 1695-1701.
  - (15) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤啓之, 機論, **61**-584, B (1995), 1301-1309.
  - (16) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤啓之, 機論, **61** 581, B (1995), 48-55.
-