

S 字形形状ディフューザ管路内乱流の平均速度場解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 村上 泰隆^{*2}

Numerical Analysis of Turbulent Flow Developing in S-Shaped Diffuser

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Yasutaka MURAKAMI

A numerical analysis of developing turbulent flow in a diffuser with S-shaped centerline at a Reynolds number of 4×10^4 has been carried out. The diffuser exit-to-inlet area ratio was 1.5, the inlet cross section was square, $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$, and was expanded on both curved surfaces to an exit-plane section of $40 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$. The S-shaped curvature was formed from two 22.5° degree bends of 280 mm mean radius of curvature. Straight ducts 0.3 m and 2 m long were attached to the inlet and outlet planes of the S-shaped diffuser, respectively. In the calculation, an algebraic Reynolds stress model was adopted for predicting anisotropic turbulence precisely, and a boundary-fitted coordinate system was introduced for coordinate transformation. Calculation results for mean velocity were compared with the experimental data. In addition, the difference in flow between the S-shaped diffuser and the S-shaped duct is presented with calculation results. Using by the present method, we found that the flow at the inlet shows a "core" flow located near the inner wall of the first bend, and a region of low velocity fluid which has accumulated at the exit of the diffuser was observed. It was also found that the secondary flow pattern of the S-shaped diffuser was similar to that of the S-shaped duct in the first bend but differed from it in the second bend.

Key Words: Numerical Analysis, Secondary Flow, Turbulent Flow, S-Shaped Diffuser, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

ディフューザは減速形ターボ機械の案内羽根として利用され、速度エネルギーを圧力エネルギーに変換する役割を果たし圧力回復に大きく影響を及ぼす。こうしたターボ機械に利用されるディフューザは、多くの場合単一曲がりを有する形状であるのに対し空気調和設備、熱交換器あるいは航空機エンジンへの空気導入管路などは圧力損失の低減を図りながら流れる方向を変換する継手管路として、いくつかの曲がりを有する管路で構成されている。しかもこうした管路が活用される多くの流れ場は乱流であり流れは複雑である。本解析においては、後者のいくつかの曲がりを有する、特に S 字形形状ディフューザ内の乱流場を対象とする。

断面形状変化を伴わない S 字形形状管路に関する研究とし、古くは Bansod-Bradshaw⁽¹⁾ の実験がある。彼らは円形断面を有する 3 種類の S 字形形状管路を対象に代表長さ、代表速度に直径および流入速度を取ったレイノルズ数で $Re = 5 \times 10^5$ の乱流計測を報告している。彼らは航空機用エンジンの空気流入部としての

効率向上を図る目的から二次流れ、静圧分布、壁面摩擦係数分布を測定した。Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽²⁾ も円形断面 S 字管路を対象とした計測結果を報告している。彼らは $Re = 790, 48,000$ の層流、乱流場をレーザドップラー流速計にて測定している。一方、矩形断面を有する S 字形形状管路に対しては Shimizu-Futaki-Martin⁽³⁾ による計測結果が報告されている。彼らは長方形断面を有し S 字形形状管路をいくつか組合せた波状管路の時間平均速度、二次流れ挙動をレーザドップラー流速計、タフト法より明らかにした。また須藤・高見・藤田⁽⁴⁾ は曲率半径比 2 (水力直径に対する曲がり流路中心までの半径比) で正方形断面を有し曲がり角度 180° の管路を 3 個組合せた繰返し曲がり管路内の乱流場を対象に二次流れ分布、主流方向速度分布、乱流エネルギー分布を熱線流速計を用い測定している。特に二次流れ、主流方向速度分布に関しては詳細な計測結果を報告している。Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁵⁾ は正方形断面を対象としてレイノルズ応力分布を含む詳細な乱流計測結果を平均速度場と共に示している。

以上の断面形状変化のない S 字形形状管路に対し、断面形状が変化する S 字形形状ディフューザに関する報告はさらに少ない。単一曲がりをするディフューザ内

* 原稿受付 1997 年 2 月 4 日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。^{*2} 宇都宮大学大学院。

の流れに関してはいくつかの報告⁽⁶⁾がなされているが、S 字形形状ディフューザ内の乱流計測に関しては形状が複雑なことから解析例は少ないようである。こうした状況にあつて Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽⁷⁾ は Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁵⁾ の S 字形形状管路を改造し流れ方向に断面積が拡大するディフューザ管路を対象にレーザドップラー流速計を用い平均速度場、応力場の詳細な乱流計測を報告している。

一方、この種の S 字管路に関する数値解析の報告も実験と比較して少ない。そこで著者ら⁽⁸⁾⁽⁹⁾ は Taylor ら⁽⁵⁾ の S 字形形状管路を対象に代数応力モデルを用い解析を行い、両結果を比較することにより解析手法、代数応力モデルの妥当性を示した。Lien-Leschziner⁽¹⁰⁾ は高レイノルズ形、低レイノルズ形および二層 $k-\varepsilon$ 二方程式乱流モデルを用い Rojas ら⁽⁷⁾ の S 字形形状ディフューザを解析している。実験では垂直応力、せん断応力も示されているが等方的渦粘性モデルであるため、彼らの論文には各応力の比較は示されていない。

S 字形形状ディフューザ管路は、曲がり管路に特徴的な遠心力と断面積増加による圧力分布の変化より誘起される圧力こう配による力が混在し、二次流れは複雑な挙動を示す。さらにその乱流構造にも影響を及ぼすことも容易に類推できる。こうした複雑乱流構造を定性、定量的に予測する手法を確立しておくことは工業的にも有意義なことである。

そこで Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽⁷⁾ が行った S 字形形状ディフューザを対象にその流れ場を解析することを目的とする。彼らはレイノルズ応力分布も提示しているが、本研究では時間平均速度場における実験との比較を中心に検討することに加え、ディフューザ部をもたない S 字形形状管路内の流れとも比較し、この種の管路における新たな知見を得ることを試みる。解析に際しては乱れの非等方性を正確に考慮する意味から代数応力モデル、複雑形状への境界条件設定が容易な境界適合座標系を導入し三次元乱流場として解析する。

2. おもな記号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta, \zeta', \zeta^*$: 経験定数

c_p : 圧力係数 $= 2(P - P_{\text{ref}}) / \rho U_b^2$

D : 入口直管部の一辺長さ

De : デーン数 $= Re \sqrt{D_h / 2R_c}$

P : 時間平均圧力

R_c : 曲がり流路中心位置までの半径

r : 流路内の任意までの半径

r_i : 内壁面までの曲率半径

r_o : 外壁面までの曲率半径

Re : レイノルズ数 $= U_b D / \nu$

U_b : 入口直管部での主流方向平均速度

U_r : 円筒座標上の半径方向時間平均速度

U_z : 円筒座標上の深さ方向時間平均速度

U_θ : 円筒座標上の円周方向時間平均速度

X_i : 直交座標系での i 方向座標軸

θ : 曲がり角度

ν : 粘性係数

π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項

ρ : 密度

3. 解析手法

3.1 計算対象実験 計算対象とした Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽⁷⁾ の実験装置概略図、ならびに座標系を図 1 に示す。装置は一辺が $D=40$ mm、長さ 30 mm の正方形断面を有する入口直管部、S 字形形状ディフューザ部、長さ 2 000 mm の出口直管部の 3 種類の管路より構成されている。ディフューザ部は曲がり開始位置から始まり 45° の曲がり角度を経て 40 mm $\times$ 60 mm (縦 $\times$ 横) の長方形断面に変化する。S 字形形状曲がり部は曲がり角度 22.5° の比較的滑らかな二つの曲がり管路より構成されている。実験に際しては作動流体に水を用い、レーザドップラー流速計にて時間平均速度、ならびに乱流特性量の測定を行っている。測定断面は図 1 中に示した断面①～⑤であり断面①は S 字ディフューザ入口、断面②は S 字ディフューザ入口から 13.5° の位置、断面③は 20.5° の位置、断面④は S 字ディフューザ出口から上流部に向かって 13.5° の位置、断面⑤は S 字ディフューザ出口に相当している。レイノルズ数は入口直管部での断面内平均速度、正方形断面の一辺長さをを用いた値で 40 000 である。このときのデーン数は $De=10\,690$ である。

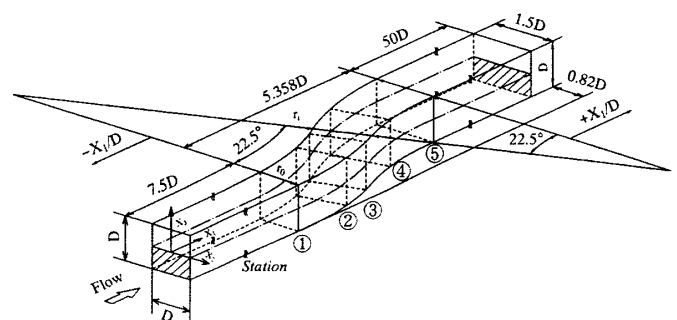


Fig. 1 S-shaped diffuser and definition of coordinate system

座標系は主流方向を X_1 軸, 断面方向をそれぞれ X_2, X_3 軸とし原点は正方形断面中心とした。曲がり部においては便宜的に円筒座標に従うものとした。したがって U_θ, U_r, U_z は主流方向, 半径方向, 深さ方向 (X_3 軸方向) の各速度成分を示している。

3.2 レイノルズ応力輸送方程式 レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_i} + \frac{\partial u_j}{\partial X_j} \right) - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} \right. \\ & \left. + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \dots \dots (1) \end{aligned}$$

数値計算の際障害となるのが左辺の対流項, ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは, これらの項を省略してモデル化を行っているが, 対流項, 拡散項の影響を考慮する意味より, Rodi⁽¹¹⁾ 近似を適用しモデルを行った。さらにモデル化のうえで特に問題となる圧力・ひずみ相関項のモデル化, ならびにその定数に関する詳細については別報⁽¹²⁾ にて詳述した。

3.3 境界適合座標 境界適合座標による計算手法は, 物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定, 方程式の離散化が容易な反面, 変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots \dots (2)$$

上式中 ξ, η, ζ は, 変換された計算平面での座標軸を示している。上式を用いた各方程式の変換法, 変換により導出される輸送方程式, 反変速度, 計量テンソルなどは別報にて詳述した⁽¹³⁾。

3.4 数値解析 計算に際しては, 系の対称性を考慮し図1の斜線で示す1/2断面にて解析を行った。S字形形状ディフューザ入口, 出口部には実験と同じ助走区間を設けた。図2に計算格子を示す。図2中の ξ, η, ζ は計算平面上の座標系を示し格子に沿う座標を示している。図2にはディフューザ入口, 出口断面の計算格子分布を同時に示した。 X_3 軸方向に21, X_2 軸方向に41, 流れ方向に130の計算格子を設けた。計算時のレイノルズ数は実験と同じ40000である。本解析では高レイノルズ数型の乱流モデルを用いているため乱流エネルギー, 乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。入口助走管路への流入条件は実験でも不明なため乱流エネルギー, 乱流散逸値は $k=U_b^2 \times 10^{-5}$, $\varepsilon=k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し解析を行った。

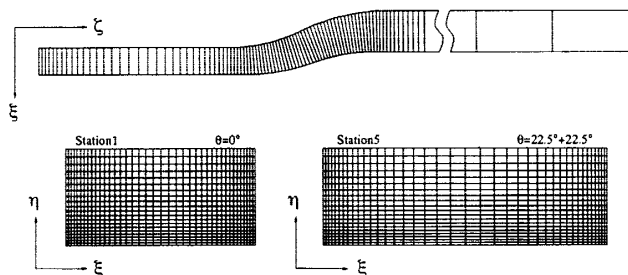


Fig. 2 Computational mesh

出口境界条件はノイマン条件とし, 式の離散化は有限差分近似により行い各計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式中の対流項差分近似は QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。また, 数値解析に際しては支配方程式を三次元だ円形方程式として扱い解析を行った。

4. 結果と考察

4.1 平均速度場における比較 図3にS字形形状ディフューザの実験, 計算の主流方向速度等値線分布を比較した結果を示す。各等値線は実験にならない入口直管部の主流方向平均速度 U_b にて無次元化した。ディフューザ入口部の $\theta=0^\circ$ の実験等値線から理解できるように, 等値線は内壁側にその全体が寄った分布を示している。この傾向は計算結果においても同様に認められ, 曲がり外壁に生成される高い圧力に起因するものと解釈される。実験ではコーナ部における等値線が測定されていないが, 計算では両コーナ部に向かう突き出た等値線のひずみを予測している。これは正方形断面を有する直線管路にて報告⁽¹⁴⁾ されているように, 第2種二次流れにより生成されたものと解釈される。曲がり角度 $\theta=13.5^\circ$ での実験結果より流れは減速されることより, $\theta=0^\circ$ にて認められた1.1の等値線は認められなくなる。さらに下流の $\theta=20.5^\circ$ においては遠心力による力が作用し, 等値線分布は全体的に外壁側に寄った分布となる。同時に内壁中央部近傍には低速領域が形成されている。こうした傾向を計算は比較的良好に再現している。

第2のS字形形状ディフューザに相当する $\theta=22.5^\circ + 9^\circ$ では内外壁面が $\theta=22.5^\circ$ を境に逆転するため, 第1曲がり管路の内壁近傍の流れは第2曲がり管路の外壁に生成される高い圧力の影響を受ける。また流れは減速されることより $\theta=20.5^\circ$ 断面の内壁に生成された低速領域はさらに拡大の傾向を示す。実験結果に認められるこうした現象を計算も比較的良好に再現している。第2S字形形状ディフューザの出口部に相当する $\theta=22.5^\circ + 22.5^\circ$ 断面における両結果の等値線分布

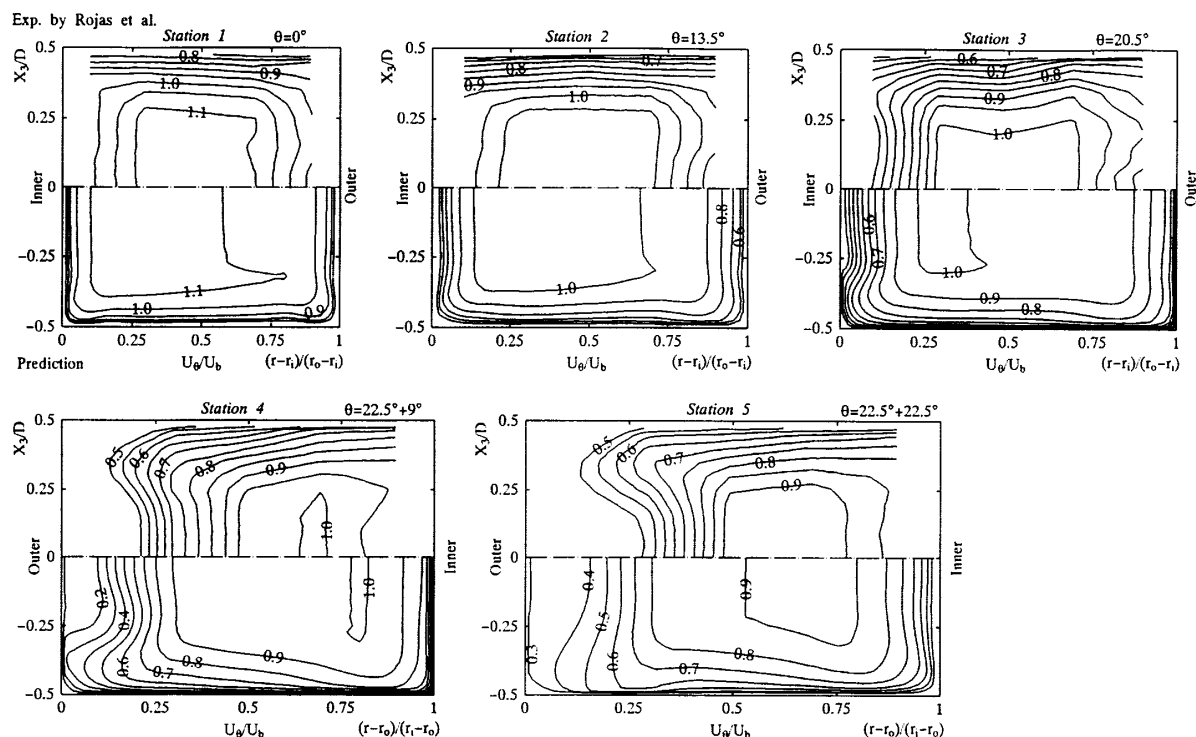
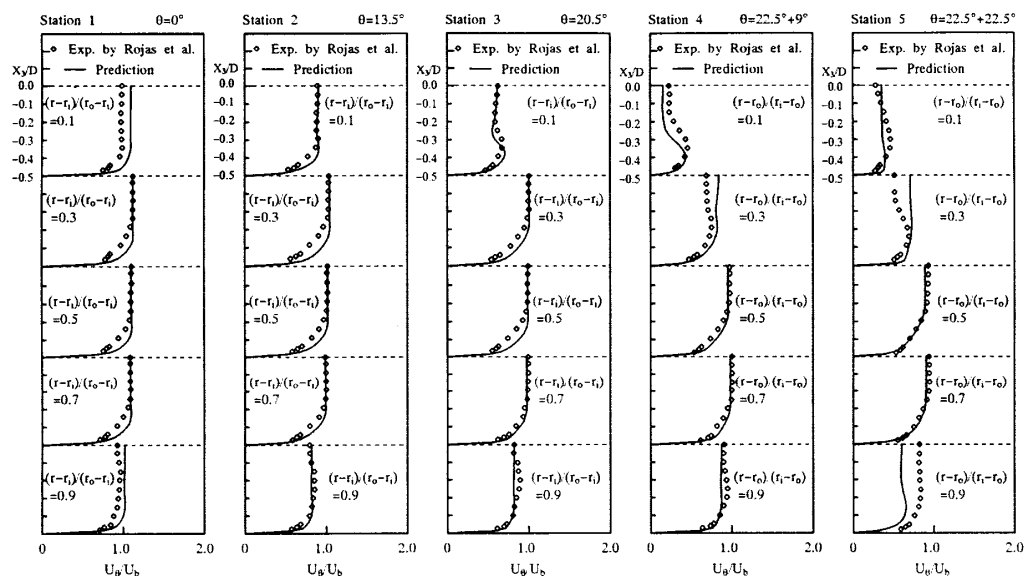


Fig. 3 Comparison of streamwise mean-velocity

Fig. 4 Comparison of local streamwise mean-velocity along X_3 axis

より、流れはさらに減速され、1.0の等値線は消え0.9の等値線が管路中央部に形成されることがわかる。また計算では外壁に沿うように0.3の等値線が認められ、 $\theta=22.5^\circ+9^\circ$ にて認められた0.2の等値線が消滅しているが、これは上下対称軸近傍に沿って生成される内壁から外壁に向かう二次流れにより、比較的高速の流体が外壁側に移流された結果と解釈される。

図4は X_3 軸に沿う主流方向速度を局所な位置で比較した結果である。第1S字形形状ディフューザで(r

$-r_i)/(r_o-r_i)=0.0$, 1.0はそれぞれ内、外壁に第2S字形形状ディフューザで $(r-r_o)/(r_i-r_o)=0.0$, 1.0は外、内壁に相当する。計算結果は $\theta=22.5^\circ+22.5^\circ$ 断面で実験と相違を示すが、その他の領域では比較的良好に実験値を再現している。

図5は半径方向速度等値線を実験、計算とで比較した結果である。その方向の符号に関しては X_2 軸の方向に準じた。すなわち第2S字形形状ディフューザでは外壁から内壁に向かう方向が正となる。実験等値線の

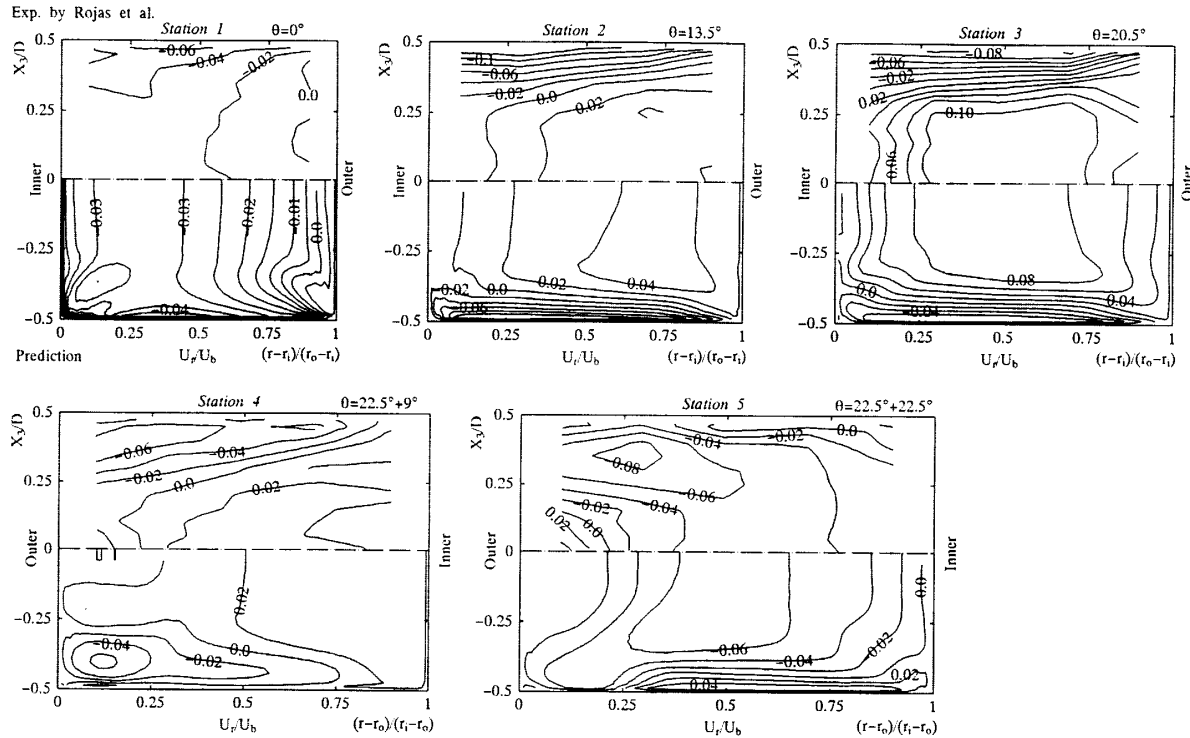
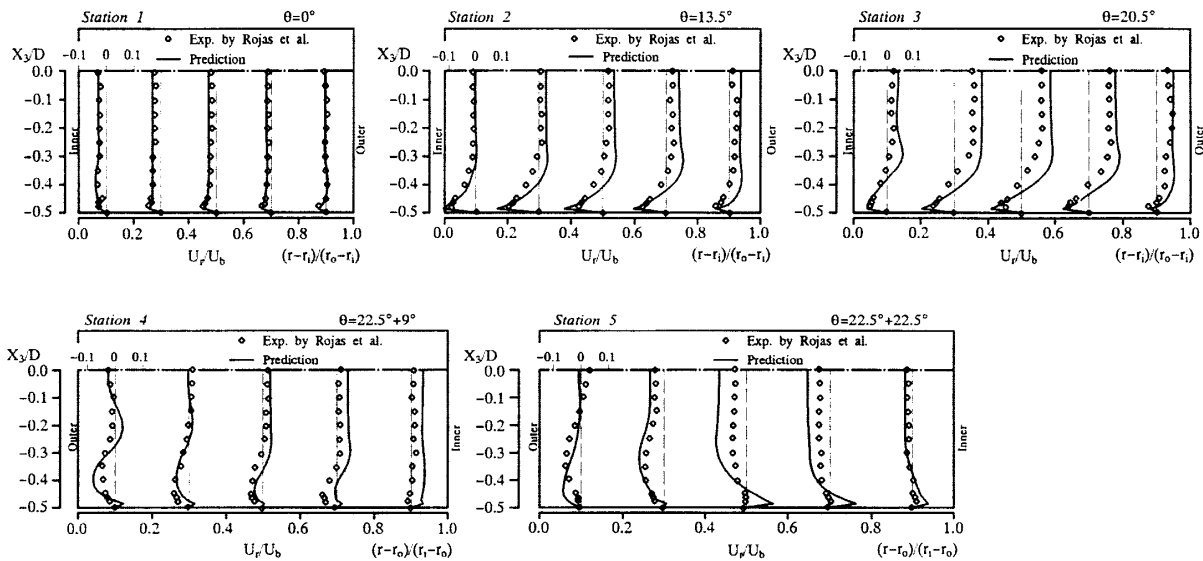


Fig. 5 Comparison of radial mean-velocity

Fig. 6 Comparison of local radial mean velocity along X_3 axis

0 ラインに注目するといずれの断面でも認められ、流れ方向が逆な領域が存在することを示しているが、計算もほぼ同様な位置に 0 ラインを再現している。 $\theta = 0^\circ$ においては外壁側での高い圧力より外壁より内壁に向かう流れが存在することが両結果より理解できる。 $\theta = 13.5^\circ$ に至ると実験では外壁から内壁に向かう比較的高速な流体が上壁近傍に存在する。これは断面内の圧力こう配に起因する。この上壁近傍の流れは曲がりが進むにつれ減衰する。計算結果もこうした傾向

を再現している。 $\theta = 20.5^\circ$ においては曲がり管路に典型的な二次流れが生成されていることが両結果より認められる。 $\theta = 22.5^\circ + 9^\circ$ では、断面内の圧力こう配が逆転することよりその値は減衰するが流れ方向は大きな領域で外壁から内壁に向かって流れる。その後 $\theta = 22.5^\circ + 22.5^\circ$ のディフューザ出口では内壁から外壁に向かう二次流れが形成される。図 6 は X_3 軸に沿った半径方向速度を局所位置で比較した結果である。計算値は曲がりが進むにつれ実験値との差が大きくな

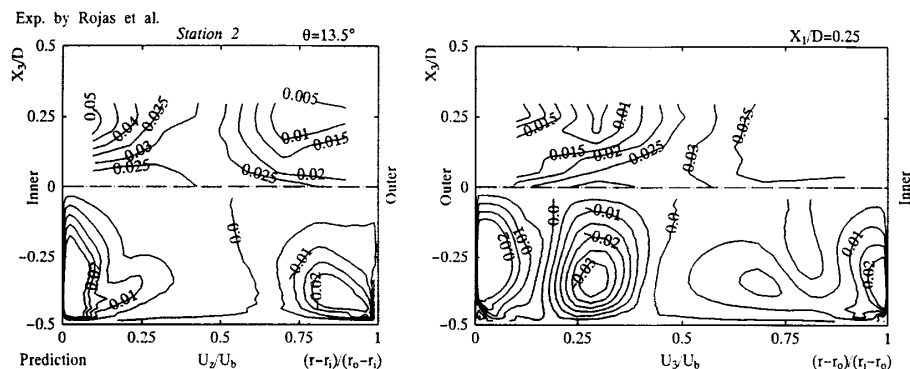


Fig. 7 Comparison of spanwise mean-velocity

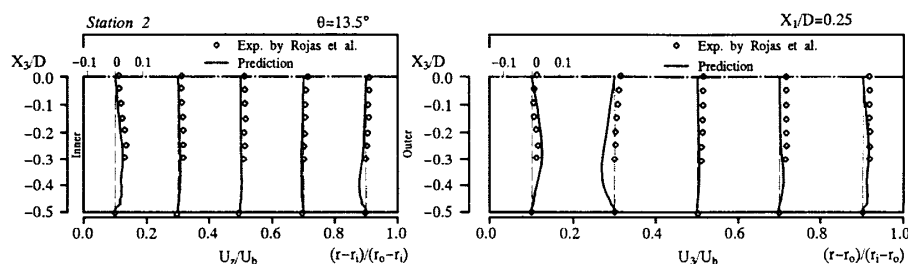
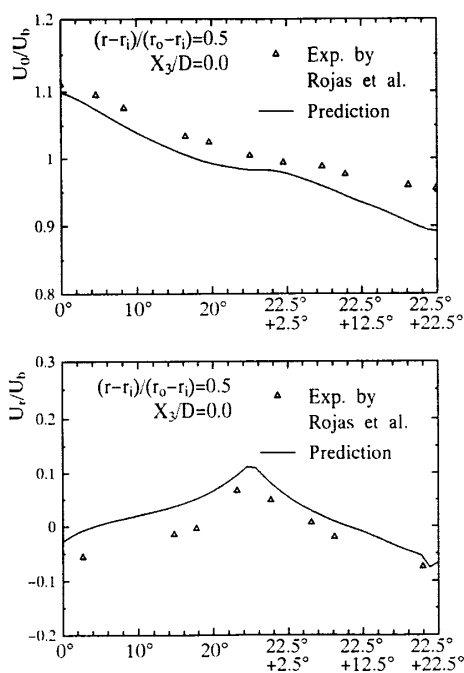
Fig. 8 Comparison of spanwise mean-velocity along X_3 axis

Fig. 9 Comparison of center-line mean velocity

っていくが、比較的良好に実験値を予測している。

図 7、8 は X_3 軸方向速度の等値線分布、局所位置での値を比較した結果である。実験ではレーザ光が入射不能なため測定されていない領域が存在する。 $\theta = 13.5^\circ$ での実験結果より流れは全断面内で上向きの流れを形成しているが、実験値は 0 ラインを挟んだ異符号領域を示し異なる結果を示した。またディフューザ

出口より $0.25D$ 下流断面でも、計算は異符号領域を形成し実験とは異なる結果を示した。著者ら⁽⁸⁾は、ディフューザ断面が正方形断面に置換された Taylor ら⁽⁵⁾の S 字形管路についても解析を行った。その際両結果とも異符号領域が形成され比較的良好に X_3 軸方向速度を再現した。また正方形断面 S 字形管路の主流、半径方向速度等値線は、値は異なるもののディフューザ管路のそれと類似の分布を示すことより、 X_3 軸方向速度も類似の異符号領域を形成することが予測される。計算はこの点を予測し実験と異なるが、計算のほうかむしろ妥当な傾向を示すものと推察される。

図 9 は管路中心位置 $[(r-r_i)/(r_o-r_i)=0.5, X_3/D=0.0]$ での主流方向速度、半径方向速度の流れ方向に沿った発達分布を比較した結果である。拡大管路であることより主流方向速度は流れ方向に単調に減衰する。計算は多少実験値を小さく見積もり、下流に進むにつれその差が大きくなっていく。一方、半径方向速度は負の値から単調増加し $\theta = 22.5^\circ$ 近傍で最大値を取った後減少し、再度負の値をもつ特徴的な分布を示すが、計算もこうした現象を比較的良好に再現している。

圧力係数はディフューザのため曲がり管路の分布とは大きく異なる。図 10 にその分布を比較した結果を示す。 P_{ref} は実験同様 $X_1/D_h = -1.0$ 断面の外壁中央点とした。圧力係数分布は曲がりによる変動を示しながら全体的に増加傾向を示しディフューザ流れに特徴的な分布を示している。図 10 より内壁と外壁との圧

力差が最も小さくなるのは曲がり曲率が変化する $\theta = 22.5^\circ$ 近傍であり、この断面では圧力こう配による二次流れより、遠心力による二次流れが支配的であることが推察される。計算結果は実験と定量的に差はあるが、定性的には比較的良好にその分布を再現している。

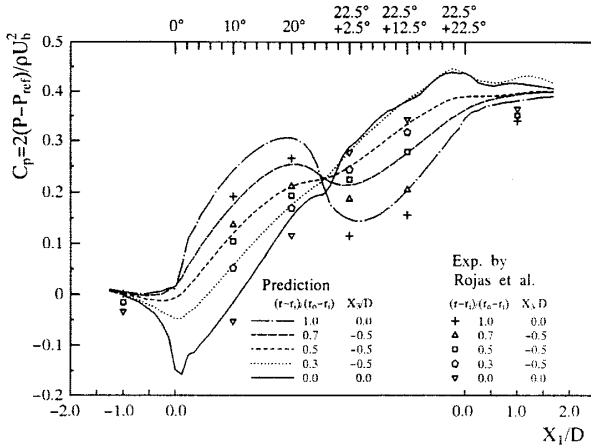
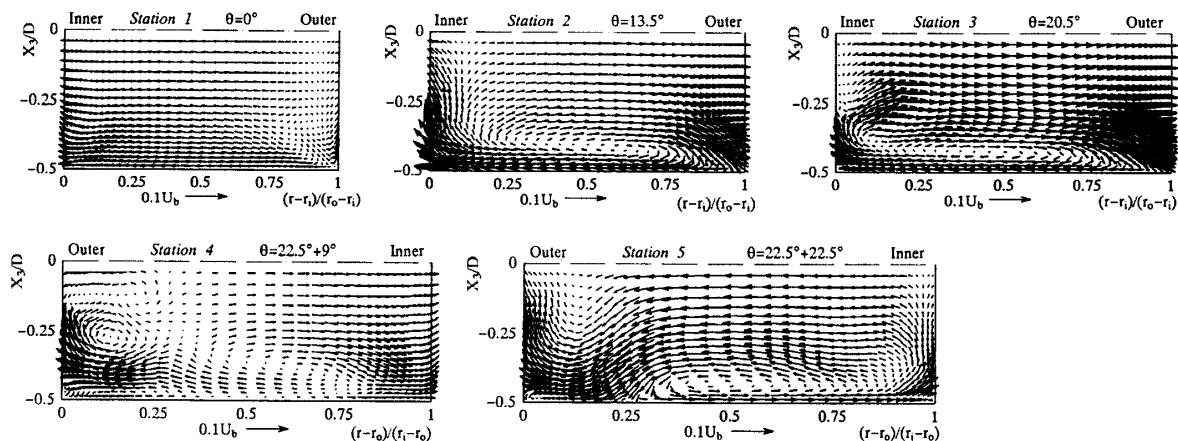


Fig. 10 Comparison of distributions of wall static pressure

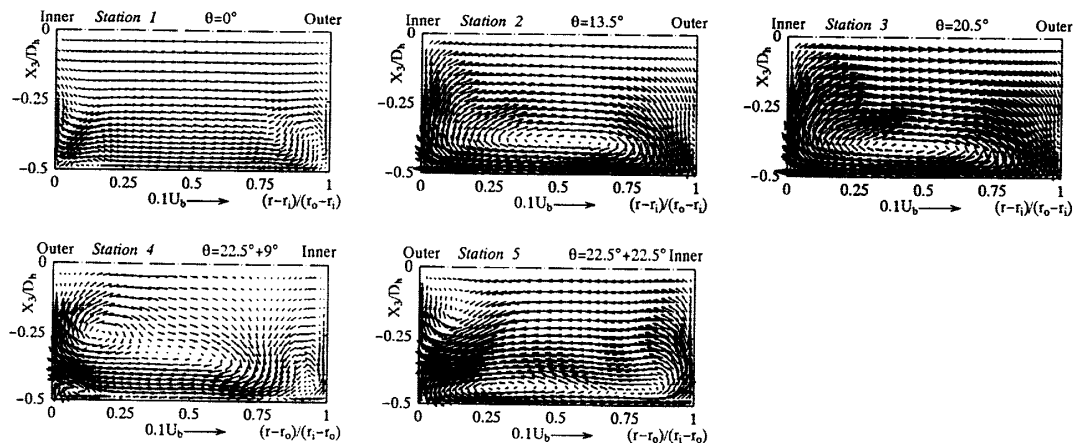
る。また出口直管部においても圧力回復がみられ、ディフューザ管路では出口管部を設けることも圧力回復には重要である。

4.2 S 字形状曲がり管路との比較 ディフューザによる速度場への影響をより明らかにするため、同一 S 字形状で断面積変化のない正方形断面 S 字形状管路との比較検討を行った。比較の際には著者ら⁽⁸⁾が報告した S 字形状曲がり管路の計算結果を用いた。図 11 は実験にて示された測定断面における二次流れを、両結果にて比較したものである。 $\theta = 13.5^\circ$ までは両者とも類似の分布を示しているが、 $\theta = 20.5^\circ$ では内壁近傍で、さらに下流の $\theta = 22.5 + 9^\circ$ においては内、外壁近傍において二次流れ分布に相違が認められる。 $\theta = 22.5 + 22.5^\circ$ では底壁面に沿って形成される渦の位置が両者で異なる。以上のように二次流れ分布は特に第 2 曲がり管路で異なる。

二次流れの強度変化を比較するため、以下に定義する断面内の平均二次流れ強度 I_s を算出し両者にて比較した。同時に主流方向速度の左右対称軸 (X_3 軸) か



Secondary flow of S shaped diffuser



Secondary flow of S-shaped duct

Fig. 11 The difference of secondary flow pattern between S-shaped duct and S-shaped diffuser

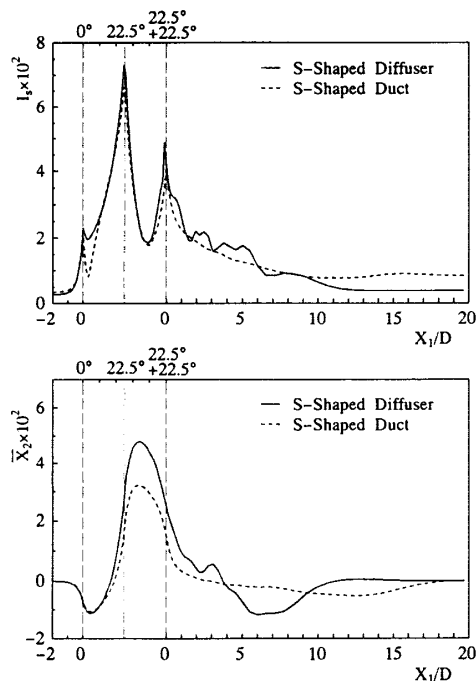


Fig. 12 Development of averaged intensity for secondary flow and deviation for streamwise mean velocity from the duct center

らの偏り $\bar{X}_2$ も求め比較した。算出に際し速度は入口直管部の U_b 、長さは各軸方向の辺長 D 、 D_{x2} (X_2 軸方向辺長) より無次元化した。結果を図 12 に示す。

$$I_s = \frac{1}{U_b} \iint \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2}}{DD_{x2}} dX_2 dX_3 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\bar{X}_2 = \frac{1}{U_b} \iint \frac{X_2 U_1}{DD_{x2}^2} dX_2 dX_3 \quad \dots\dots\dots (4)$$

曲がり部における断面内平均二次流れ強度は S 字形形状ディフューザのほうがわずかながら大きな値を有し、この傾向は曲がり入口部にて顕著である。また S 字ディフューザでは出口直管部の $X_1/D=9$ 程度まで値が大きく変動し、その後一定値に漸近し S 字形形状曲がり管路の二次流れより小さな値を示す。このことはディフューザを設けたことによる断面内の圧力分布変化が出口直管部にて回復するまでには、ある程度の助走区間を要することを示唆している。また主流速度の偏りを比較すると第 2 曲がり管路でディフューザのほうが大きく X_2 軸より離れ、偏りが大きいことが理解できる。この偏りの変化も出口直管部においては I_s 同様大きく変動しながら一定値へ漸近していく。

5. 結 論

S 字形形状ディフューザの乱流場を対象に数値解析を

行い、平均速度場における差異分析を行うと同時に S 字形形状曲がり管路との比較を行い以下の結論を得た。

(1) 本解析手法はディフューザ入口部における主流方向速度等値線の内壁側への移動、第 2 曲がり管路における外壁側での低速流体領域の発生など特徴的現象、およびその値をある程度再現した。

(2) 断面方向速度分布に関し、本解析手法は半径方向速度分布を比較的良好に再現するが、 X_3 軸方向速度等値線分布においては差が認められた。

(3) S 字形形状ディフューザの二次流れ分布は、第 1 曲がり管路では S 字形形状曲がり管路のそれと類似の分布を示すが、第 2 曲がり管路で異なる。

(4) 断面内平均二次流れ強度は S 字形形状ディフューザのほうが S 字曲がり管路に比較してわずかながら大きな値を示し、出口直管部にて大きく変動しながら一定値に漸近していく。

(5) 主流方向速度等値線の X_2 軸からの偏りは S 字形形状ディフューザのほうが大きく第 2 曲がり管路で顕著である、また出口管路ではその値は変動しつつ $X_1/D=12$ 近傍から一定となる。

本研究を行うに際し、本学 4 年生の小出律文氏の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Bansod, P. and Bradshaw, P., *Aeronaut. Q.*, **23**(1972), 131-140.
- (2) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contr. Rep.*, 3759(1984).
- (3) Shimizu, Y., Futaki, Y. and Maetin, C. S., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **114**(1992), 593-600.
- (4) 須藤浩三・高見敏弘・藤田昭文, ターボ機械, **21**-6(1993), 329-335.
- (5) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contr. Rep.*, 3550(1982).
- (6) McMillan, O. J., *NASA Contr. Rep.*, 3634(1982).
- (7) Rojas, J., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *Three Dimensional Flow Phenomena in Fluid Machinery*, (1985), FED-32, ASME.
- (8) 杉山均・秋山光庸・村上泰隆, 機論, **63**-607, B(1997), 840-848.
- (9) 杉山均・秋山光庸・村上泰隆, 機論, **63**-607, B(1997), 832-839.
- (10) Lien, F. S. and Leschziner M. A., *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, **2**(1993), 217-228, Elsevier.
- (11) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**(1976), 219-221.
- (12) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56**-531, B(1990), 3328-3335.
- (13) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57**-539, B(1991), 2269-2276.
- (14) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78**(1976), 289-315.