

S字形状ディフューザ管路内乱流の応力場解析*

杉山 均^{*1}, 秋山光庸^{*1}, 村上泰隆^{*2}

Numerical Analysis of Reynolds Stresses for Turbulent Flow Developing in S-Shaped Diffuser

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Yasutaka MURAKAMI

A numerical analysis has been carried out for developing turbulent flow in a diffuser with S-shaped centerline at a Reynolds number of 4×10^4 . The diffuser exit-to-inlet area ratio was 1.5 and the inner cross section was square, 40 mm \times 40 mm, and expanded on both curved surfaces to an exit-plane section of 40 mm \times 60 mm. The S-shaped curvature was formed from two 22.5 degree bends of 280 mm mean radius of curvature. Straight ducts 0.3m and 2m long are attached to the inlet and outlet planes of the S-shaped diffuser, respectively. In the calculation, an algebraic Reynolds stress model was adopted in order to predict anisotropic turbulence precisely, and a boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. Special attention is paid to the comparison of Reynolds stresses between calculation results and experimental data. In addition, the difference in turbulent structure between S-shaped diffuser and S-shaped duct is presented by invariant analysis using the calculation results. The present method can be used accurate prediction of the characteristic features of normal and shear stresses. Invariant maps of the S-shaped diffuser show that the turbulent structure transforms anisotropic turbulent flow into a two-dimensional turbulent flow. Moreover, the calculation results suggest that the turbulence level of the S-shaped diffuser increases more actively than does that of the S-shaped duct.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, S-Shaped Diffuser, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

曲がりを有しあつ流れ方向に断面積が増加する曲がりディフューザ管路は空気調和設備、熱交換器あるいは航空機エンジンへの空気導入管路など圧力損失の低減を図りながら流れ方向を変換する継手管路として多くの分野にて活用されている。こうした管路が活用される流れ場の多くは乱流であり、その流れは複雑である。本解析では曲がりと断面形状変化より構成されたS字形状ディフューザ内の乱流場を対象とする。

曲がり管路に関しては多くの研究⁽¹⁾⁽²⁾が報告されているが、S字形状管路に関する報告は少ない。断面形状変化を伴わないS字形状管路に関する研究とし、古くは Bansod-Bradshaw⁽³⁾ の実験がある。彼らは円形断面を有する3種類のS字形状管路を対象に乱流計測を報告している。彼らは航空機用エンジンの空気流入部としての効率向上を図る目的から二次流れ、静圧分布、壁面摩擦係数分布を測定した。Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁴⁾ も円形断面S字管路を対象とした計測結果を報告している。彼らは層流、乱流

場をレーザドップラーレ流速計にて測定し、乱流の場合、二次流れの最大は第1曲がり管路で生成され断面平均速度12%に達することを報告している。また、Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁵⁾ は Taylor ら⁽⁴⁾ の行ったS字形状管路と同一形状で断面形状のみが正方形断面と異なる管路を対象にレイノルズ応力分布を含む詳細な乱流計測を平均速度場とともに示している。Shimizu-Futaki-Marti⁽⁶⁾ は長方形断面を有しS字形状管路をいくつか組合せた波状管路を対象として時間平均速度、二次流れ挙動をレーザドップラーレ流速計、タフト法より明らかにした。また須藤・高見・藤田⁽⁷⁾ は曲率半径比2(水力直径に対する曲がり流路中心までの半径比)で正方形断面を有し曲がり角180°の管路を3個組合せた繰返し曲がり管路内の乱流場を対象に二次流れ分布、主流方向速度分布、乱流エネルギー分布を熱線流速計を用いて測定している。特に二次流れ、主流方向速度分布に関して詳細な計測結果を報告している。

以上の断面形状変化のないS字形状管路に対し、S字形状ディフューザ管路に関する報告はさらに少ない。McMillan⁽⁸⁾ は40°の単一曲がりを有し、入口に対する出口断面積比1.5のディフューザを対象に熱線流速計によりディフューザ各断面における二次流れ分

* 原稿受付 1997年2月26日。

** 正員、宇都宮大学工学部(☎ 321 宇都宮市石井町 2753)。

*** 宇都宮大学大学院。

布、乱流強度を測定している。こうした状況にあって Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽⁹⁾ は Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁵⁾ の S 字形状管路を改造し、流れ方向に断面積が拡大するディフューザ管路を対象にレーザドップラーフロードリフト計を用い平均速度場、応力場の詳細な乱流計測を報告している。さらに Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽¹⁰⁾ は感温液晶膜を用いて単一 45° 曲がりディフューザ管路、S 字形状ディフューザ管路内のヌッセルト数分布を測定している。

以上に示したように Taylor らは S 字形状管路に関して系統的な実験結果を報告している。彼らは実験目的の一つの乱流モデル検証のためのベンチマーク問題とし計測結果を活用することを言及しているが、この種の S 字管路に関する数値解析例も実験同様少ない。そこで著者らは Taylor ら⁽⁵⁾ の S 字形状管路を対象に代数応力モデルを用い速度場⁽¹¹⁾、応力場⁽¹²⁾の両結果を比較することより解析手法、代数応力モデルの妥当性を示した。Lien-Leschziner⁽¹³⁾ は高レイノルズ数型、低レイノルズ数型および二層 $k-\epsilon$ 二方程式乱流モデルを用い Rojas ら⁽⁹⁾ の S 字形状ディフューザを解析している。彼らの乱流モデルは等方的渦粘性モデルであるため各応力の比較は示されていない。そこで著者ら⁽¹⁴⁾ も Rojas ら⁽⁹⁾ の S 字形状ディフューザ管路を対象に代数応力モデルを用いて解析し、特に平均速度場を比較して実験を比較的良好に再現できることを示した。

以上の研究経緯から、本解析においては Rojas ら⁽⁹⁾ の S 字形状ディフューザを対象にそのレイノルズ応力場を比較検討することを目的とする。さらにディフューザ部をもたない S 字形状管路内の応力場とも比較しこの種の管路における新たな知見を得ることを試みる。解析に際しては代数応力モデル、複雑形状への境界条件設定が容易な境界適合座標系を導入し三次元乱流場として解析する。

2. おもな記号

D ：入口直管部の一辺長さ

De ：ディーン数 $= Re \sqrt{D_h/2R_c}$

D_h ：水力直径

r ：流路内の任意な位置までの半径

r_c ：曲がり流路中心位置までの半径

r_i ：内壁面までの曲率半径

r_o ：外壁面までの曲率半径

Re ：レイノルズ数 $= U_b D / \nu$

U_b ：入口直管部での主流方向平均速度

U_r ：円筒座標上の半径方向時間平均速度

U_z ：円筒座標上の深さ方向時間平均速度

U_θ ：円筒座標上の円周方向時間平均速度

$u_i u_j$ ：レイノルズ応力

u_r ：円筒座標上の半径方向変動速度

u_z ：円筒座標上の深さ方向変動速度

u_θ ：円筒座標上の円周方向変動速度

X_i ：直交座標系での i 方向座標軸

θ ：曲がり角度

ν ：粘性係数

π_{ij} ：圧力・ひずみ相關項

ρ ：密度

3. 解析手法

3・1 計算対象実験 計算対象とした Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽⁹⁾ の実験装置概略図、ならびに座標系を図 1 に示す。装置は一辺が $D=40$ mm、長さ 300 mm の正方形断面を有する入口直管部、S 字形状ディフューザ部、長さ 2 000 mm の出口直管部の 3 種類の管路より構成されている。ディフューザ部は曲がり開始位置から始まり 45° の曲がり角度を経て 40 mm × 60 mm(縦 × 横)の長方形断面に変化する。S 字形状曲がり部は曲がり角度 22.5° の比較的滑らかな二つの曲がり管路より構成されている。実験に際しては作動流体に水を用い、レーザドップラーフロードリフト計にて時間平均速度、ならびに乱流特性量の測定を行っている。測定断面は図 1 中に示した断面①～⑤であり断面①は S 字ディフューザ入口、断面②は S 字ディフューザ入口から 13.5° の位置、断面③は 20.5° の位置、断面④は S 字ディフューザ出口から上流部に向かって 13.5° の位置、断面⑤は S 字ディフューザ出口に相当している。レイノルズ数は入口直管部での断面内平均速度、正方形断面の一辺長さを用いた値で 40 000 である。このときのディーン数は $De=10\,690$ である。

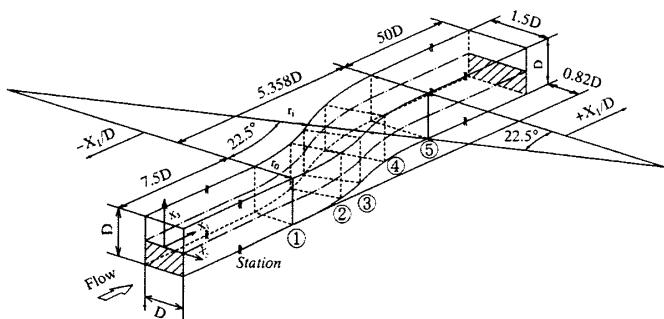


Fig. 1 S-shaped diffuser and definition of coordinate system

座標系は主流方向を X_1 軸、断面方向をそれぞれ X_2, X_3 軸とし原点は正方形断面中心とした。曲がり部においては便宜的に円筒座標系に従うものとした。したがって U_b, U_r, U_z は主流方向、半径方向、深さ方向(X_3 軸方向)の各速度成分を示している。

3・2 レイノルズ応力輸送方程式

レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{D u_i u_j}{Dt} = & - \left(u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ u_i u_j u_k - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial X_k} \right. \\ & \left. + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \quad \dots \dots (1) \end{aligned}$$

数値計算の障害となるのが左辺の対流項、ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を考慮する意味より、Rodi⁽¹⁵⁾ 近似を適用しモデル化を行った。さらにモデル化のうえで特に問題となる圧力・ひずみ相關項のモデル化、ならびにその定数に関する詳細については別報⁽¹⁶⁾にて詳述した。

3・3 境界適合座標 境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots \dots (2)$$

上式中 ξ, η, ζ は変換された計算平面での座標軸を示している。上式を用いた各方程式の変換法、変換により導出される輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報において詳述した⁽¹⁷⁾。

3・4 数値解析 計算に際しては、系の対称性を考慮し図1の斜線で示す1/2断面にて解析を行った。S字形状ディフューザ入口、出口部には実験と同じ助走区間を設けた。図2に計算格子を示す。図2中の ξ, η, ζ は計算平面上の座標系を示し格子に沿う座標を示している。図2にはディフューザ入口、出口断面の計算格子分布を同時に示した。 X_3 軸方向に21、 X_2 軸方向に41、流れ方向に130の計算格子を設けた。計算時のレイノルズ数は実験も同じ40 000である。本解析では高レイノルズ数型の乱流モデルを用いているため乱流エネルギー、乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。入口助走管路への流入条件は実験でも不明なため乱流エネルギー、乱流散逸値は $k = U_b^2 \times$

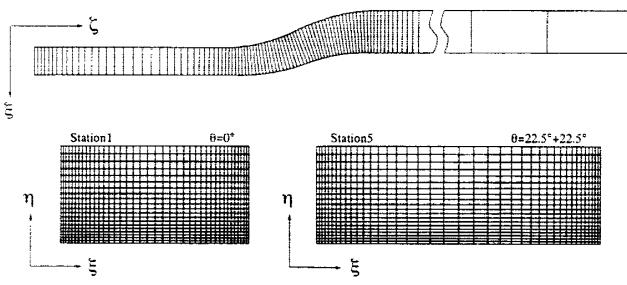


Fig. 2 Computational mesh

10^{-5} 、 $\epsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し解析を行った。出口境界条件はノイマン条件とし、式の離散化は有限差分近似により行い、各計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式中の対流項差分近似は QUICK(三次精度の風上差分)を、それ以外の項に関しては中心差分を使用した。また、数値解析に際しては支配方程式を三次元だ円形方程式として扱い解析を行った。

4. 結果と考察

4・1 垂直応力場における比較 図3にS字形状ディフューザの主流方向垂直応力分布を比較した結果を示す。各等値線は実験にならい入口直管部の主流方向平均速度 U_b にて無次元化した。第1曲がり管路にあたる $\theta = 0, 13.5, 20.5^\circ$ の計算結果から、曲がり入口部の内外壁および底壁に認められる1.0の等値線が占める領域は曲がりが進むにつれて内壁近傍で大きな領域を形成することがわかる。さらに第2の曲がり管路に流入するとこの増加傾向は顕著となり、第1曲がり管路の内壁に相当する第2曲がり管路外壁側にさらに大きな乱れが生成されることになる。この傾向はディフューザ出口断面の $\theta = 22.5^\circ + 22.5^\circ$ でも認められる。ディフューザの影響を知るためS字形状管路における実験⁽⁵⁾、計算結果⁽¹²⁾を図4に示す。図4にはS字形状部の下流に相当する $22.5^\circ + 9^\circ, 22.5^\circ + 22.5^\circ$ の断面を示した。計算結果を比較するとディフューザ管路のほうが外壁近傍にて大きな乱れを生成していることがわかる。こうしたディフューザ外壁近傍にて大きな値を有するのは以下のように説明される。曲がり部における主流方向変動速度の生成項を $Pr(\bar{u}_\theta^2)$ とすると、その厳密式は以下のように示される。

$$\begin{aligned} Pr(\bar{u}_\theta^2) = & -2\bar{u}_\theta \bar{u}_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - 2\bar{u}_\theta^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} \right) \\ & - 2\bar{u}_\theta \bar{u}_z \frac{\partial U_\theta}{\partial Z} \quad \dots \dots (3) \end{aligned}$$

S字形状管路とディフューザ管路との大きな相違は

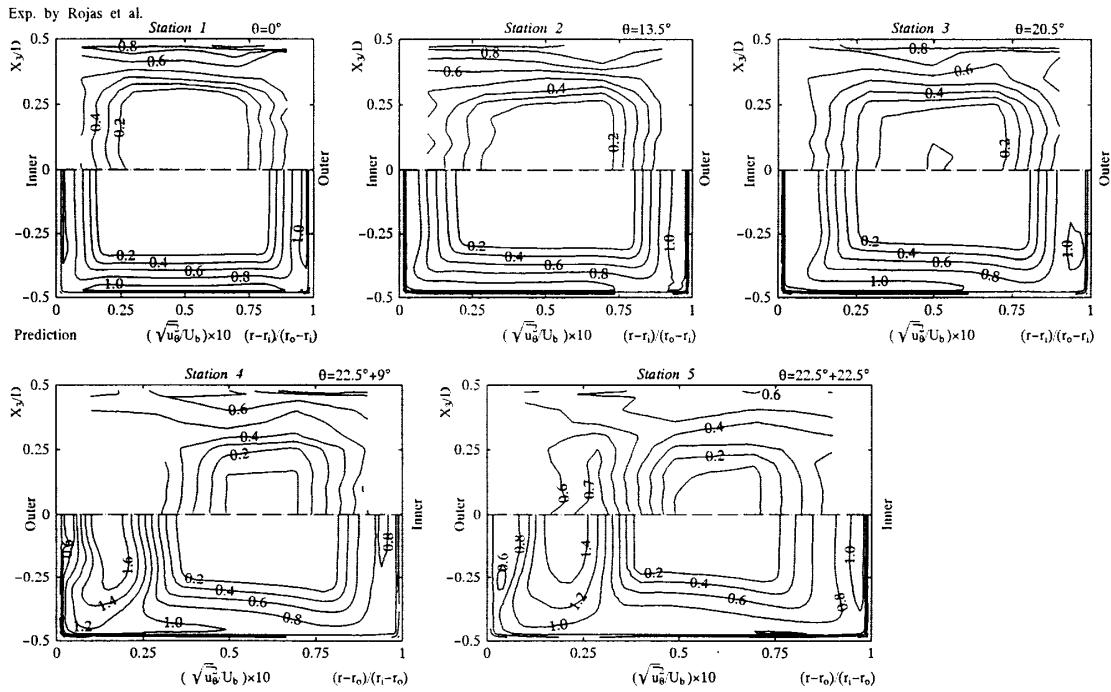


Fig. 3 Comparison of streamwise normal stress

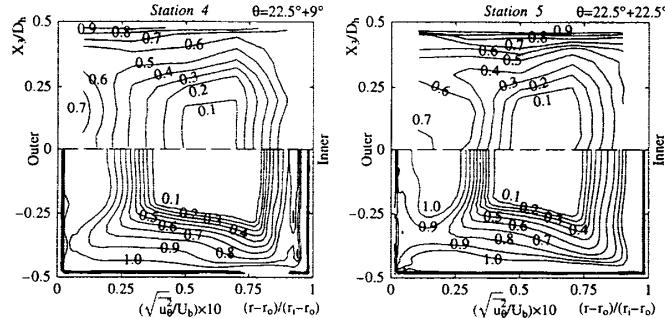


Fig. 4 Comparison of streamwise normal stress S-shaped duct

ディフューザ管路では大きな減速流を伴うことあり、上式中第2項めがその生成に大きく寄与する。第2項に含まれる U_θ の流れ方向の変化はディフューザ管路ではつねに負であることより、第2項はつねに正值を有し主流方向垂直応力の生成を促進させる。この減速割合は第2曲がり管外壁近傍にて顕著であり $\theta = 22.5^\circ + 9^\circ, 22.5^\circ + 22.5^\circ$ の外壁にて大きな値が生成される。また、実験は内外壁の等価線が示されておらず、この領域にて直接比較はできないが、この領域を除いた領域で計算は実験を比較的良好に予測している。

図5は半径方向垂直応力の等価線分布を比較した結果である。 $\theta = 0^\circ$ では両結果とも上下壁面に比較的高い値が存在する。半径方向垂直応力は内外壁によりその生成が抑制されるため、上下壁面近傍にて最大値を有することになる。さらに下流の $\theta = 13.5^\circ, 20.5^\circ$ に

至ると計算結果は底壁面ばかりでなく内壁近傍においても比較的高い値を有する領域が形成されることを示している。計算結果よりこの傾向は第2曲がり管路に流入するとさらに顕著に認められる。こうした現象はその生成項ならびに圧力・ひずみ相関項が大きく寄与するものと解釈される。半径方向変動速度の生成項を $Pr(\bar{u}_r^2)$ とすると、次式のように示される。

$$Pr(\bar{u}_r^2) = -2\bar{u}_r^2 \frac{\partial U_r}{\partial r} - 2\bar{u}_\theta \bar{u}_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta}{r} \right) - 2\bar{u}_r \bar{u}_z \frac{\partial U_r}{\partial Z} \quad (4)$$

図6はその生成項等価線を描いた結果であるが第1曲がり管路の内壁、第2曲がり管路の外壁には負の領域が存在し図5の等価線分布とは大きく異なる。上式的各項の値は第1曲がり管路で第1項は 10^{-3} 程度の第2、第3項はそれぞれ $10^{-5}, 10^{-4}$ 程度の値を両側壁

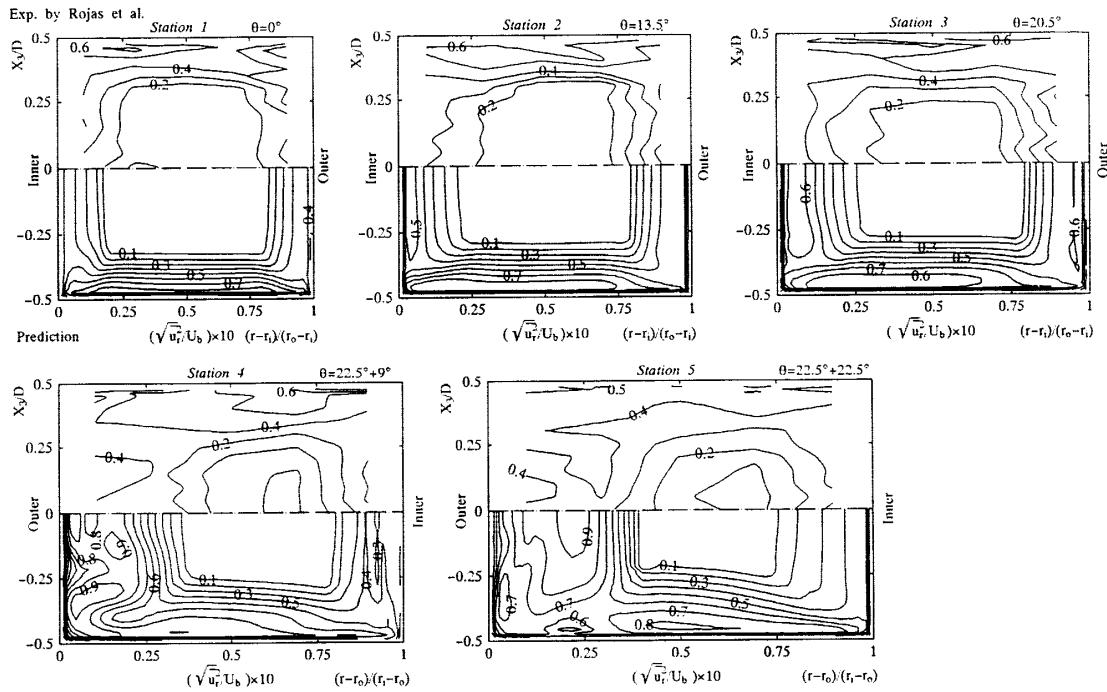


Fig. 5 Comparison of radial normal stress

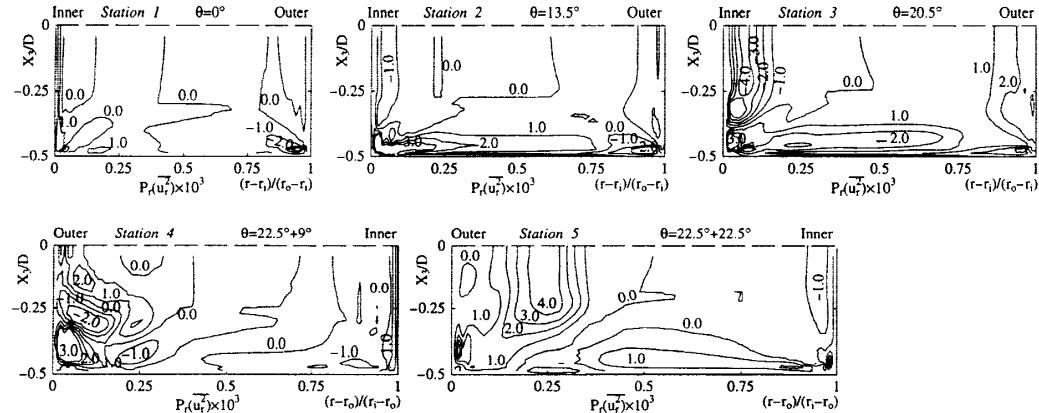


Fig. 6 Calculated production term of radial normal stress

近傍で示し第1項が支配的である。第2曲がり管路に流入すると第2, 第3項の値が正の値をもって1オーダ程度増加することが外壁よりいくぶん離れた上下対称軸近傍に認められる。第1項の速度こう配は第1曲がり管内壁で正、外壁で負、第2曲がり管路では逆の値を有するため第1曲がり管内壁、第2曲がり管路では負の領域が形成されることになる。こうした負の領域が正に転ずるのは圧力・ひずみ相関項を通して主流方向垂直応力からの乱れエネルギーが再分配されることによるものと解釈され、圧力・ひずみ相関項が重要な役割を担っていることを示唆している。また第4項は上下壁面近傍に沿って 10^{-3} 程度の値を有し上下壁面の半径方向垂直応力の生成に寄与する。

図7は内外壁に平行な方向の垂直応力分布を比較し

た結果である。上下壁面はこの垂直応力を抑制するため、半径方向垂直応力とは対照的に内外壁近傍にて高い値を示し上下壁面近傍にて小さな値を取る。こうした傾向は $\theta=0, 13.5^\circ$ における計算結果より理解できる。 $\theta=20.5^\circ$ に至るとむしろ内壁側での増加が顕著となり、第2の曲がり管路に流入すると第1の曲がり管路では内壁に相当し、第2の曲がり管路では外壁に相当する壁面近傍にて高い値の領域が大きく形成される。こうした現象は他の垂直応力と共に現象として指摘でき、各等値線も比較的類似の分布を示している。計算は内外壁の値を実験値と比較し大きく見積もってはいるが、比較的良好に実験結果を再現しているものと思われる。

4・2せん断応力場における比較 図8はせん断

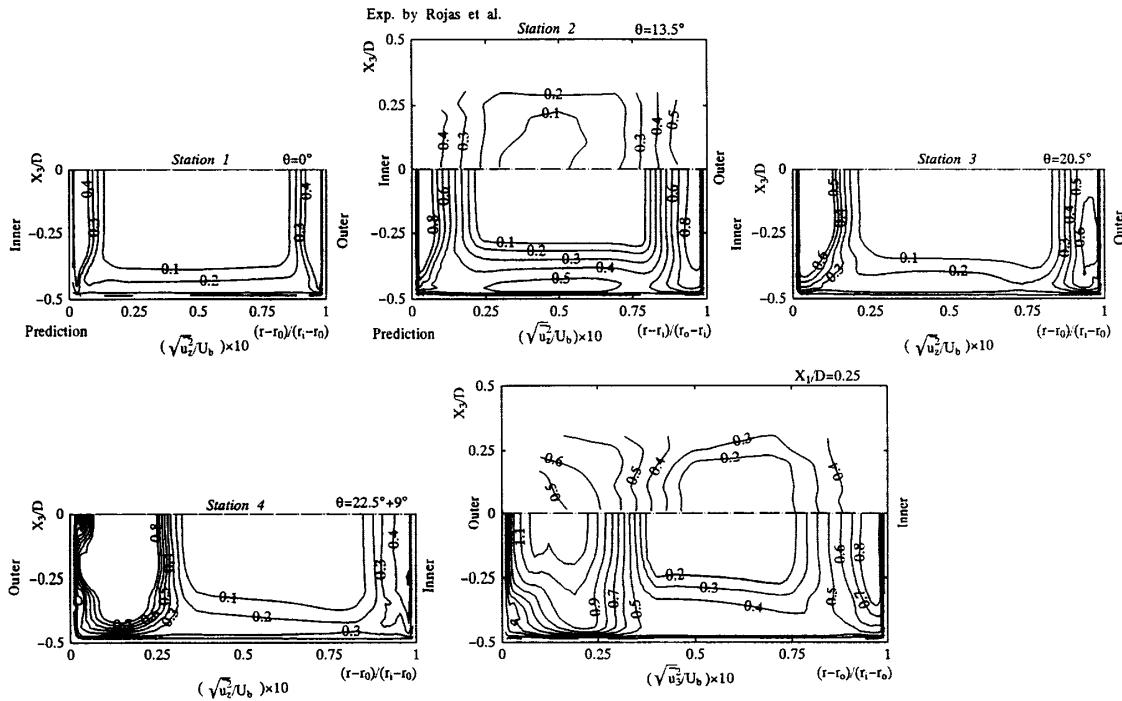


Fig. 7 Comparison of spanwise normal stress

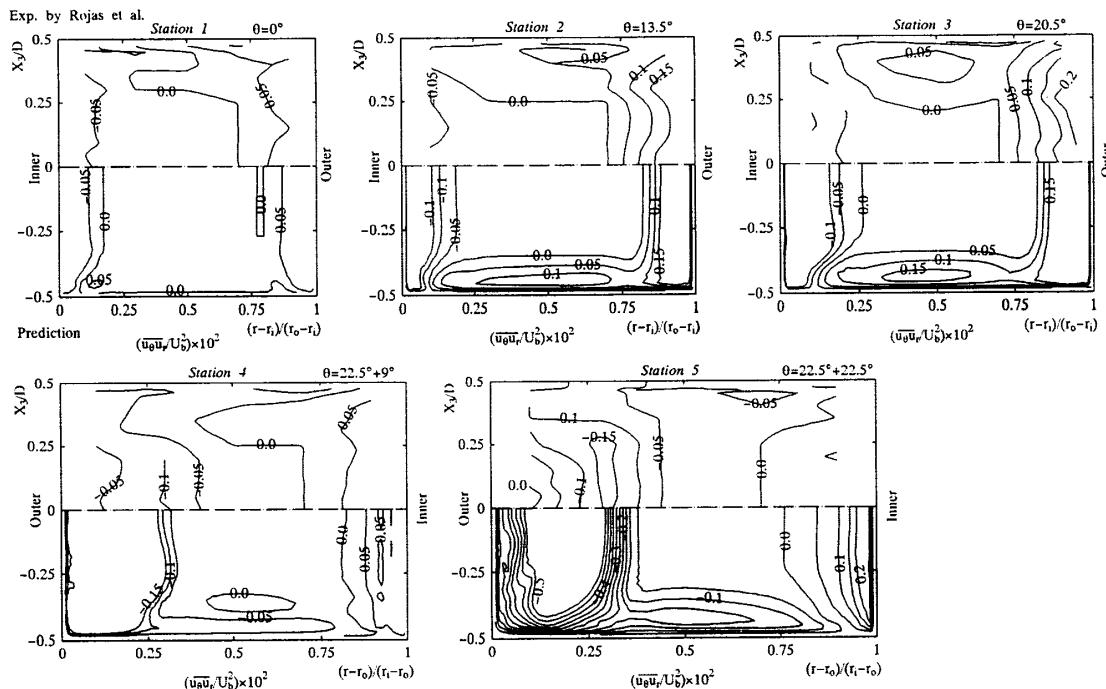


Fig. 8 Comparison of primary Reynolds shear stress

応力 $\bar{u}_\theta \bar{u}_r$ の等値線を比較した結果である。 $\theta=0^\circ$ の実験結果よりせん断応力 $\bar{u}_\theta \bar{u}_r$ は内外壁から管中心部に向かって発達しその符号は内外壁とで異符号を取る。計算もこの傾向を再現している。 $\theta=13.5^\circ$ では外壁側にて絶対値の高い値が生成されることが実験結果より指摘できる。この点に関しては計算結果も同様な結果を示しているが、計算は内壁側、底壁側でも絶

対値の大きな値を予測している。 $\theta=20.5^\circ$ に至ると計算は外壁近傍での等値線分布を比較的良好に予測しているが、内壁側でも比較的高い値を示し実験とは異なる。第2の曲がり管路に流入すると $\theta=20.5^\circ+9^\circ$ の実験結果より内外壁に同程度の絶対値を有する領域が認められるが、計算は内壁により大きな値を予測している。 $\theta=22.5^\circ+22.5^\circ$ に至ると両結果とも外壁側

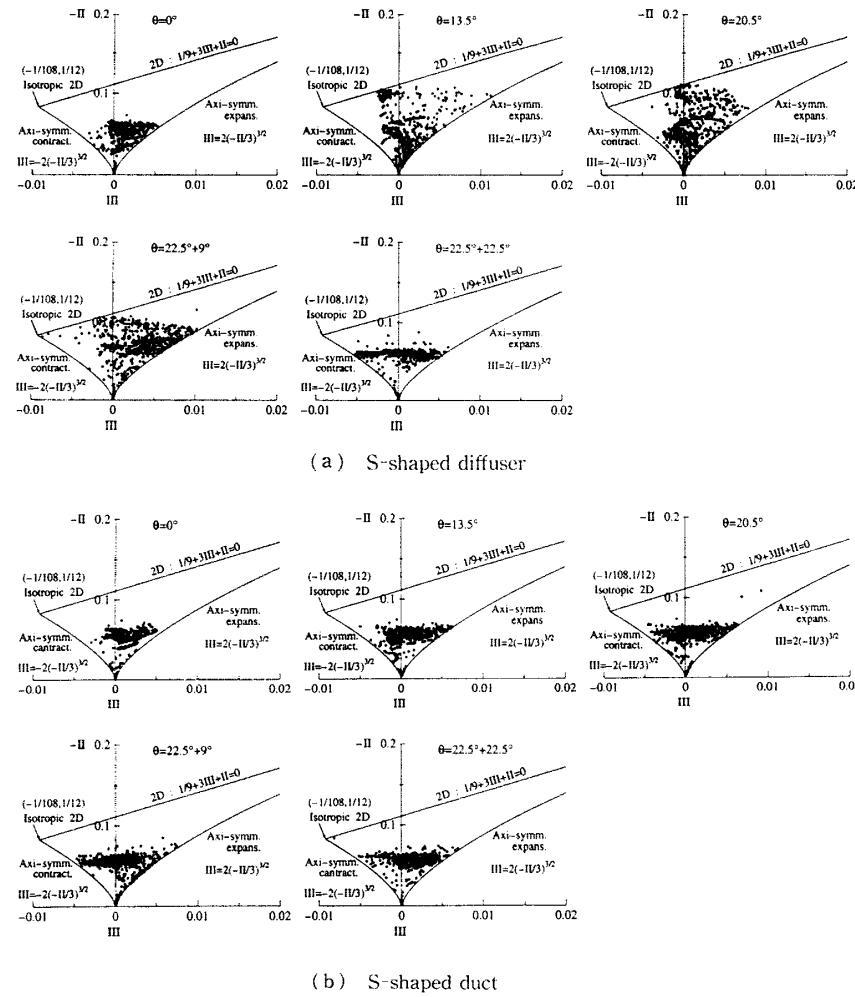


Fig. 9 Calculated invariant maps

近傍に絶対値の大きな領域を形成するが、計算はその値を大きく予測する傾向にある。せん断応力 $\overline{u_{\theta} u_r}$ は流れ場全体にわたり異符号領域を形成するが、計算はその零ラインを比較的良好に予測している。

4・3 S字形状曲がり管路との比較 断面形状変化のない正方形断面のS字形状管路とS字形状ディフューザ管路との乱流構造の相違を明らかにするため不变量解析を行った。S字形状管路のデータは著者ら⁽¹²⁾の計算結果を用いた。両者のレイノルズ数は曲がり管路入口で同一である。非等方テンソルの第2, 第3不变量は以下のように定義される。

ここで b_{ij} は非等方性を示すパラメータであり次のように示される。 δ_{ij} はクロネッカのデルタ記号を示す。

$$b_{ij} = \left(\frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3} \right) \dots \dots \dots \quad (7)$$

図9は実験データが示された同じ位置における不变量結果を比較したものである。S字形状管路の不变量分

布としていずれの断面においても軸対称拡大状態(Axi-symm. expans.)と軸対称収縮状態(Axi-symm. contract)との間に第2不变量がほぼ一定状態で点在していることが特徴的な分布として指摘できる。一方、ディフューザ管路の不变量分布は特徴的な分布を示す。 $\theta=13.5, 20.5^\circ$ の分布よりディフューザ部に流入すると二次元乱流を示す $2D$ 近傍に値が大きく散在する。こうした $2D$ ライン近傍に値が存在する現象は自由水面を有する流れ場において認められ⁽¹⁸⁾、三方向垂直応力のうち一成分方向の垂直応力が抑制される乱流構造に変化したことを示唆している。さらに下流の第2曲がり管路に流入すると軸対称拡大状態に沿って一次元乱流に向かって値が点在するが、これはディフューザ部より主流方向垂直応力の生成が、他の垂直応力成分に比較して大きく促進される乱流構造に変化したためと解釈される。

次にこうした垂直応力の強度変化を比較するため、以下に定義する断面内の平均垂直応力強度を算出し両結果を比較した。

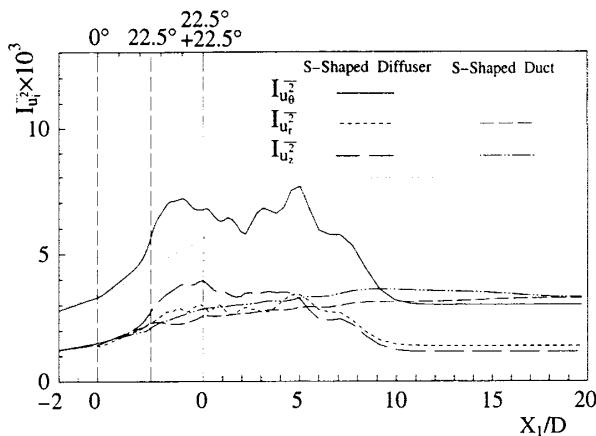


Fig. 10 Development of mean-normal stress level over cross section

$$I_{u_i^2} = \frac{1}{U_b} \iint \frac{\sqrt{u_i^2}}{DD_{x_2}} dX_2 dX_3 \dots \dots \dots \quad (8)$$

式中 $I_{u_i^2}$, D_{x_2} はそれぞれ i 軸方向の平均垂直応力, X_2 軸方向の断面一边長さを示している。結果を図 10 に示す。いずれの垂直応力ともディフューザ部において S 字形状管路より大きな値を有しその発達程度は第 2 曲がり管路のほうが顕著である。また主流方向垂直応力の値は第 2 曲がり管路で他の二つの応力に対して特に大きく、こうした結果が $\theta=22.5+9^\circ$ の軸対称拡大状態に沿って点在する不变量分布に現れているものと解釈される。三方向垂直応力成分のうちその生成が最も抑えられているのは半径方向の垂直応力であることも図 10 よりわかる。

出口直管部に流入すると両者ではまったく異なる発達を示す。S 字形状管路は出口直管部においても増加し一定値に漸近するのに対し、ディフューザ管路は $X_1/D=6\sim7$ 程度まで大きく変動した後減少し一定値に落ちつく。 $X_1/D=6\sim7$ 程度までの変動はディフューザ部による影響であり、その後減少するのはディフューザを設けたことによる速度減速に起因するものと思われる。また $X_1/D=12$ 程度の位置から非円形管路に特徴的な第 2 種二次流れもコーナ部に形成され、乱流構造として妥当なものであることを裏付けていく。

5. 結論

S 字形状ディフューザの乱流場を対象に代数応力モデル、境界適合座標系を用いて数値解析を行い応力場における差異分析を行うと同時に S 字形状曲がり管路との比較を行い以下の結論を得た。

(1) 主流方向垂直応力は曲がりが進むにつれて第 1 曲がり管内壁、第 2 曲がり管外壁にて大きな値を示

すが、本解析手法もこうした現象を再現した。また定量的にも比較的良好に等価線分布を予測した。

(2) 半径方向、深さ方向の垂直応力等価線分布を本解析手法は比較的良好に再現する。

(3) 三成分の垂直応力は曲がりが進むにつれ第 1 曲がり管路内壁、第 2 曲がり管路の外壁にて高い値を有し類似の等価線分布を示す。

(4) 本解析手法はせん断応力 $\bar{u}_\theta u_r$ 分布をその零ラインを含め比較的良好に再現している。

(5) 不变量解析により S 字形状ディフューザ管路内の乱流構造は二次元乱流に変化することを計算より示した。

(6) ディフューザ管路内の断面内平均垂直応力値は S 字形状管路に比較していずれの応力も大きな値を示すが、出口直管路に流入すると大きく変動しながら減少し一定値に漸近していくことを予測した。

本研究を行うに際し、本学 4 年生の小出律文氏の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., *Phys. Chem. Hydron.*, 3(1983), 243-269.
- (2) Choi, D., Iacovides H. and Launder B. E., *Trans. ASME. J. Fluids Eng.*, 111(1989), 59-68.
- (3) Bansod, P. and Bradshaw, P., *Aeronaut. Q.*, 23(1972), 131-140.
- (4) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contr. Rep.*, 3759(1984).
- (5) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contr. Rep.*, 3550(1982).
- (6) Shimizu, Y., Futaki, Y. and Maetin, C. S., *Trans. ASME. J. Fluids Eng.*, 114(1992), 593-600.
- (7) 須藤浩三・高見敏弘・藤田昭文, ターボ機械, 21-6(1993), 329-335.
- (8) McMillan, O. J., *NASA Contr. Rep.*, 3634(1982).
- (9) Rojas, J., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *Imperial College of Sci. Technol., Dep. Mech. Eng.*, FS/83/12 (1983).
- (10) Rojas, J., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *Three Dimensional Flow Phenomena in Fluid Machinery*, (1985), FED-32, ASME.
- (11) 杉山均・秋山光庸・村上泰隆, 機論, 63-607, B(1997), 840-848.
- (12) 杉山均・秋山光庸・村上泰隆, 機論, 63-607, B(1997), 832-839.
- (13) Lien, F. S. and Leschziner M. A., *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, 2(1993), 217-228, Elsevier.
- (14) 杉山均・秋山光庸・村上泰隆, 機論, 63-615, B(1997), 3505-3512.
- (15) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, 56(1976), 219-221.
- (16) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, 56-531, B(1990), 3328-3335.
- (17) 杉山均・秋山光庸・平田賢・土野智志, 機論, 57-539, B(1991), 2269-2276.
- (18) 杉山均・秋山光庸・亀澤正之・野口大介, 土木学会論文集, No. 565/II-39, (1997), 73-83.