

長方形断面を有する 90° 曲がり管路内乱流の平均速度場解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 藤田 修^{*2}Numerical Analysis of Turbulent Flow Developing
in a Rectangular-Sectioned 90 Degree Bend

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Osamu FUJITA

The numerical study has been performed on turbulent flow developing in a 90 degree curved duct of rectangular crosssection and an aspect ratio of 6. The ratio of bend mean radius of curvature to hydraulic diameter is 2.04 and straight ducts of 7.5 and 25.5 width are attached to the inlet and outlet of the bend, respectively. In addition to this straight duct, two-dimensional lateral contraction of the wind tunnel with an area ratio of 6 is considered as the numerical domain as well as the experimental apparatus. Calculated results were compared in detail with the experimental data measured for mean-velocity and Reynolds stress components. In this calculation, an algebraic Reynolds stress model was adopted in order to predict anisotropic turbulence precisely, and a boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. As a result of the comparison with experimental data, it was found that calculated results showed good agreement with the experimental data of streamwise and transverse velocities except for that of the inner wall region of the outlet straight duct and suggested the existence of the Taylor-Görtler-type vortices on the outer wall by the distributions of secondary flow and wall shear stress.

Key Words: Numerical Analysis, Secondary Flow, Turbulent Flow, Rectangular-Sectioned 90 Degree Bend Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

曲がり管路は、圧力こう配より生成される二次流れに特徴づけられる代表的な流れ場であり古くより、多くの研究が報告され、現在においても新たな知見が報告されている。これは、その流路形状によっていくつかの興味ある現象を内包することに起因するためと思われる。例えば乱流場にて、曲がり部の出入口部に非円形断面を有する助走直管を設けた場合には、第1種二次流れから第2種二次流れへの、あるいは逆の遷移現象を伴う複雑な流動挙動を呈する。また、曲がり部入口の助走管路長さの違い、すなわち入口境界層の違いにより曲がり管路に生成される二次流れ強度は大きく変化する。さらに、その断面形状を長方形断面に限定しその縦横比を変化させると、曲がり部における最大主流方向速度の位置の変化、あるいは Taylor-Görtler 渦の消長が観察される。

以上のいくつかの流れ場のうち本研究では、長方形断面を有する曲がり管路内の乱流場を対象とする。この種の流れ場に関する実験解析は大別して二次元乱流

場、三次元乱流場に分類できる。二次元乱流場に関し、古くは Wilcken⁽¹⁾ による実験がある。彼は平板上の乱流境界層発達に比較し凹壁面のそれは早く、凸壁面の発達は遅いことを報告している。Smits ら⁽²⁾、Gillis-Johnstn⁽³⁾ らに示される二次元乱流場における、実験の多くは凸壁面での乱流強度の減少(安定効果)と、凹壁面での乱流強度の増大(不安定効果)を報告している。また、Kobayashi ら⁽⁴⁾ は従来の乱流計測結果が1点二重相関値に限られていることより1点三重相関値、四重相関値、ならびにそれらの相関値を支配する輸送方程式の収支について報告している。

三次元乱流場を対象とした実験の多くは正方形断面曲がり管内乱流に関するものである。Chang ら⁽⁵⁾ は 180° 曲がり、曲がり半径比 3.35 (水力直径 D_h に対する曲がり流路中心までの半径比) の管路を対象に曲がり入口、出口部に水力直径の 31 倍の直管を設けレーザ・ドップラー流速計にて乱流計測を行っている。Iacovides ら⁽⁶⁾ は流路形状、レイノルズ数を Chang ら⁽⁵⁾ と同一とし、曲がり入口に水力直径の 6 倍の直管を設けた場合の乱流計測を報告している。さらに Humphrey ら⁽⁷⁾ は、曲がり半径比 2.3 の比較的曲がりのきつい正方形断面 90° 曲がり管路を対象に、レーザ・ドップラー流速計による乱流測定を行ってい

* 原稿受付 1996 年 2 月 29 日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町 2753)。^{*2} 宇都宮大学大学院。

る。須藤・板野⁽⁸⁾、須藤ら⁽⁹⁾は、Humphrey ら⁽⁷⁾の実験を対象に曲がり半径比 2.0, 同一レイノルズ数に対し計測を行い、Humphrey ら⁽⁷⁾の結果には示されていない二次流れベクトル、レイノルズ応力場の測定結果を提示している。一方、断面縦横比が大きな長方形断面曲がり管路に対してもいくつかの計測が報告されている。Muck ら⁽¹⁰⁾、Hunt-Joubert⁽¹¹⁾は、それぞれ断面縦横比が 6, 13.2 で、曲がり半径比が 11.4, 53.8 の比較的曲がりの緩やかな長方形断面管路を対象に計測を行い Taylor-Görtler 渦の存在を報告している。この種の断面縦横比が比較的大きな曲がり管路内の乱流構造を詳細に計測した報告例が少ないこと、および乱流モデル評価のためのデータとして活用することを目的とし Kim-Patel⁽¹²⁾は断面縦横比 6.0 で 90° 曲がり管路を対象に 5 成分のレイノルズ応力分布を含む乱流計測を報告している。

以上の実験解析に対し、数値解析も数多く報告されている。二次元曲がり管路に対し Richmond-Patel⁽¹³⁾は Smits ら⁽²⁾の実験を対象に壁面近傍に二層モデルを適用した $k-\varepsilon$ 二方程式モデルを用い解析している。実験と比較すると差が認められるがこれは Taylor-Görtler 渦に起因するものであり、その生成を考慮することが必要であることを報告している。一方、三次元曲がり管路に関し Choi ら⁽¹⁴⁾、Sotiropoulos-Patel⁽¹⁵⁾は、Chang ら⁽⁵⁾の実験を対象にその比較結果を報告している。著者ら⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾も代数応力モデルにて、Chang ら⁽⁵⁾の実験を解析し比較的良好に実験値を予測できることを示した。

以上のような研究状況にあって、長方形断面曲がり管路を対象とした数値解析例は少なく、また前述のように Kim-Patel⁽¹²⁾により詳細な計測結果が最近報告され数値計算のベンチマーク問題として活用することを提案している。そこで本研究においては Kim-Patel⁽¹²⁾の実験を対象に数値解析を行い、彼らの計測結果との差異分析を行い本解析手法の得失、妥当性について検証するとともに、断面縦横比の大きな曲がり管路内の流動挙動についても考察を加え新たな知見を得ることを目的とする。本報においては Kim-Patel⁽¹²⁾の実験結果のうち特に時間平均速度場の比較を行うこととした。

2. おもな記号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta$: 経験定数

c_f : 壁面摩擦係数

D_h : 水力直径

De : デーン数 ($U_0 D_h / 2\nu \sqrt{D_h / 2(r_i + 0.5H)}$)

H : 流路幅

k : 乱流エネルギー

L : 特性距離

P : 時間平均圧力

R_c : 曲がり流路中心位置までの半径

r : 流路内の任意な位置までの半径

r_i : 内壁面まで半径

r_o : 外壁面までの半径

Re : レイノルズ数 ($U_b D_h / \nu$)

U_b : 断面平均速度

U_0 : $X_1/H = -4.5$ 断面での主流方向速度

U_r : 円筒座標上の半径方向時間平均速度

U_θ : 円筒座標上の円周方向時間平均速度

U_z : 円筒座標上の深さ方向時間平均速度

X_i : 直交座標系での i 方向座標軸

θ : 曲がり入口からの曲がり角度

ε : 乱流散逸

ν : 粘性係数

π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項

ρ : 密度

3. 解析手法

3.1 計算対象実験 解析対象とした Kim-Patel⁽¹²⁾の実験装置概略図、ならびに座標系を図 1 に示す。実験装置は上流側より流入入口部に正方形断面を有する二次元縮流風洞、断面縦横比 6 で全長が流路幅 H ($H=20.3$ mm) の 7.5 倍に相当する入口直管、曲

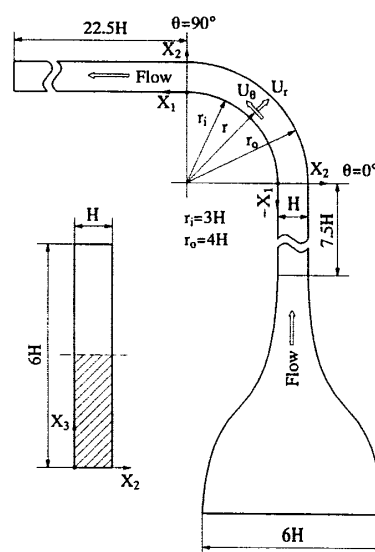


Fig. 1 Curved-wall wind tunnel and definition of coordinate system

がり半径比 2.04 の 90° 曲がり管路, 全長が流路幅の 25.5 倍に相当する出口直管部より構成されている。作動流体には空気を用い, ピトー管, 熱線流速計により乱流計測を行っている。代表長さに H , 代表速度に曲がり上流部に相当する $X_1/H = -4.5$ での主流速度を用いたレイノルズ数で 224 000 である。このときディーン数は $De = 95\,000$ となる。計測結果は曲がり上流部にあたる $X_1/H = -4.5, -0.5$ の断面, 曲がり部 $\theta = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ$ 断面, 曲がり下流部の $X_1/H = 0.5, 5.0$ の計 7 断面にて報告している。

座標系は直管路では直交座標系を曲がり管路においては円筒座標系を用いた。直管路では主流方向を X_1 , 断面方向を X_2, X_3 軸とし曲がり管路では主流方向を U_θ , 半径方向速度を U_r , X_3 軸に平行な速度を U_z とし, 断面内の原点は内壁側の最下点とした。また曲がり下流直管部においては便宜的に主流方向を X_1 軸とし, 符号は曲がり下流部を正に曲がり上流部を負とし, その位置を示した。

3・2 レイノルズ応力方程式 レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_k} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

数値計算の上で, 特に障害となるのが左辺の対流項,

ならびに右辺第 3 項の拡散項である。従来のモデルでは, これらの項を省略してモデル化を行っているが, 対流項, 拡散項の影響を多少とも考慮する意味より, Rodi⁽¹⁸⁾ 近似を適用しモデル化を行った。また, 上式中モデル化の際問題となる圧力・ひずみ相関項, およびその定数系を表 1, 2 に示す。表中, $\pi_{ij,1}$ は, 純粋な乱れによる影響を, $\pi_{ij,2}$ は平均流による影響を $\pi_{ij,w}$ は壁面による影響を示している。また $f(L/X_w)$ は, 壁の影響を示す関数で壁面近傍にて 1, 壁から離れるにつれ零に近づく。 X_w は壁面からの垂直距離を示している。この項を含むレイノルズ応力輸送方程式のモデル化に関しては別報⁽¹⁹⁾ にて詳述した。

3・3 数値解析 計算に際しては, 境界条件の設定が容易な境界適合座標系を用いた。したがって, レイノルズ輸送方程式を含む各支配方程式は座標交換し交換された計算平面上にて解を求めることになる。各方程式の変換法, 変換により導出される輸送方程式, 反変速度, 計量テンソル等は別報にて詳述した⁽²⁰⁾。

Kim-Patel⁽¹²⁾ は, 図 1 に示すように流路入口部に二次元縮流風洞を用いており, その論文にて縮流風洞より上下壁面近傍の中央部に, 中心部に向かう一対の渦が生成されることを報告している。こうした現象は Mokhtari-Bradshaw⁽²¹⁾ によっても報告されている。そこでこうした現象の予測も可能かを検討する目的から縮流風洞も含め解析を行うこととした。このときその曲面形状は論文に示された形状を踏襲した。解析領域は系の対称性を考慮し図 1 の斜線部に示す 1/2 断面とし, 曲がり出口下流には実験より長めの全長 $45H$ の直管路を設け解析を行うこととした。図 2 にその計算格子を示す。 X_3 軸方向に 21, X_2 軸方向に 41, 流れ方向に 108 の計算格子を配列した。図中の ξ, η

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i})$ $-\frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w}) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$
$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}$	$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_i}$
$P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_l}$	$f(\frac{L}{X_w}) = \frac{C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{3}{4}}}{\kappa \varepsilon X_w} \frac{1}{\varepsilon X_w}$

Table 2 Constants in the pressure-strain correlation terms

C_1^*	C_2^*	ζ^*	C_1'	C_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

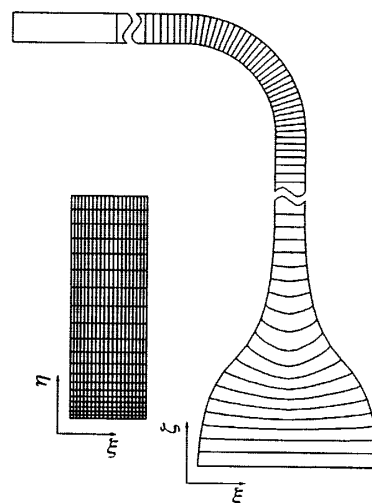


Fig. 2 Computational mesh

η, ξ は計算平面上での座標系を示している。計算レイノルズ数は実験と同一とした。乱流エネルギー、および乱流散逸輸送方程式の境界条件には壁関数を用い乱流エネルギー、乱流散逸の入口条件は、実験でも不明であるため $k = U_0 \times 10^{-5}$, $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し解析した。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。式の離散化は、有限差分近似により行い、各計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項差分近似は QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。また、数値解析に際しては支配方程式を三次元だ円形方程式として解析を行った。

4. 結果と考察

4.1 平均速度場の比較 図3は内外壁中央部での流れ方向に沿う圧力分布の比較結果である。図中 U_0 は、 $X_1/H = -4.5$ 断面の境界層外縁での主流方向速度を示し圧力値を無次元化している。両結果とも外壁で高く、内壁で低い曲がり管路に特有な分布を示している。計算は曲がり部出口までは比較的良好にその分布を予測しているが出口直管部の圧力こう配値に差が認められる。

図4に主流方向速度等値線分布の比較結果を示す。両結果とも U_0 にて無次元化している。また $X_2/H =$

0.0 は内壁、 $X_2/H = 1.0$ は外壁、 $X_3/H = 3.0$ は X_2 軸に平行な上下対称軸に相当している。曲がり上流部 $X_1/H = -0.5$ 断面の実験結果は、上壁面中央部にて等値線の突出が認められる。これは縮流風洞により生成された二次流れより壁面近傍の低速流体が移流された結果と解釈される。計算結果はこの現象を予測するには至らなかったが、この断面よりさらに上流部にて一対の渦が、後述する二次流れベクトル図より認められた。曲がり部においては実験、計算とも上下壁面近傍において等値線は大きくひずんでおり流れは三次元的複雑な様相を呈していることが理解できる。計算は実験等値線分布の特徴を比較的捕捉していると思われる

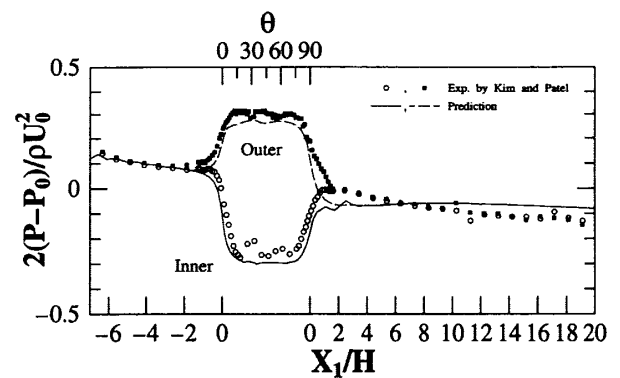


Fig. 3 Comparison of pressure distribution along the curved walls

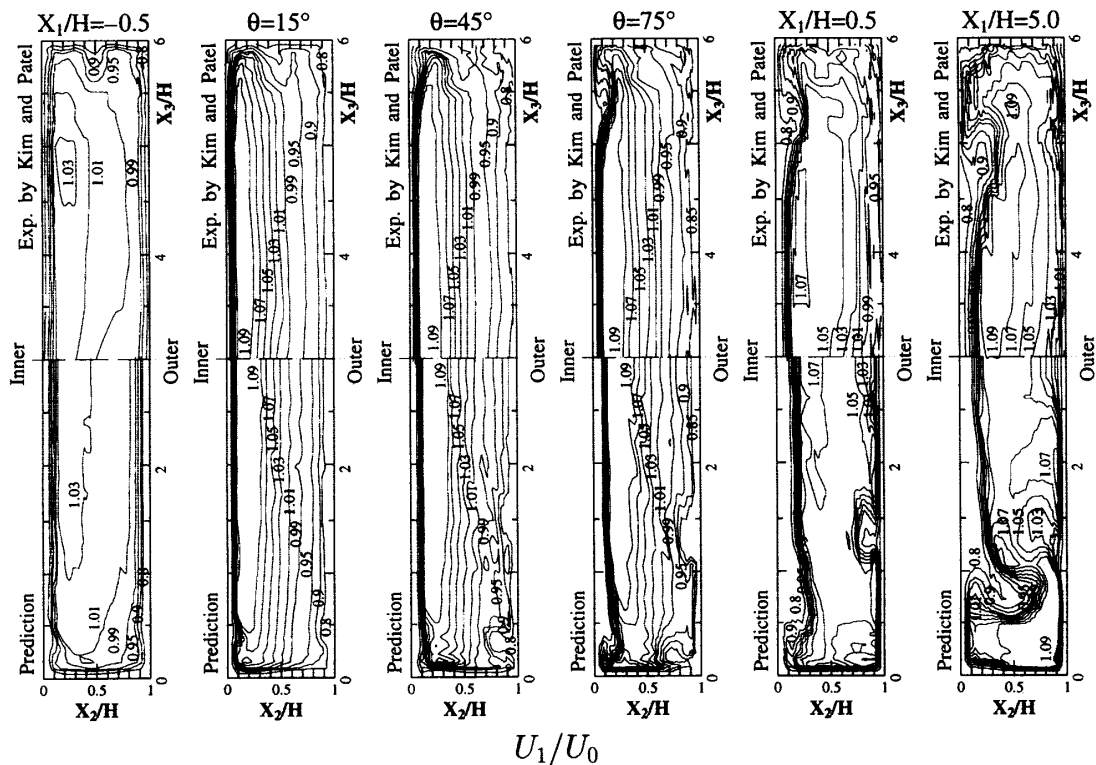


Fig. 4 Comparison of streamwise mean-velocity contours

が実験と異なる点として $\theta=75^\circ$, $X_3/H=1.25$ の外壁近傍にて計算は、突出した等値線分布を示すことを指摘できる。この傾向は下流直管部に相当する $X_1/H=0.5$ 断面においてより顕著に認められる。実験では Taylor-Görtler 渦は確認されなかったことを Kim らは報告しているが、計算ではその存在を示唆する結果となり実験とは異なっている。さらに下流の $X_1/H=5.0$ 断面においては、内壁側から等値線の突出が実験

では認められるが、計算でも同様に認められる。

図 5 は、局所主流方向速度を X_2 軸に沿って定量比較した結果である。 $X_1/H=-0.5$ 断面, $X_3/H=0.25$ の位置における主流方向速度の減少は、前述のように縮流風洞より生成される二次流れに起因している。曲がり部における分布に着目すると最大主流方向速度位置は内壁側に寄った分布を示しており、二次元曲がり管路に特徴的な分布を示している。最大主流方向速度

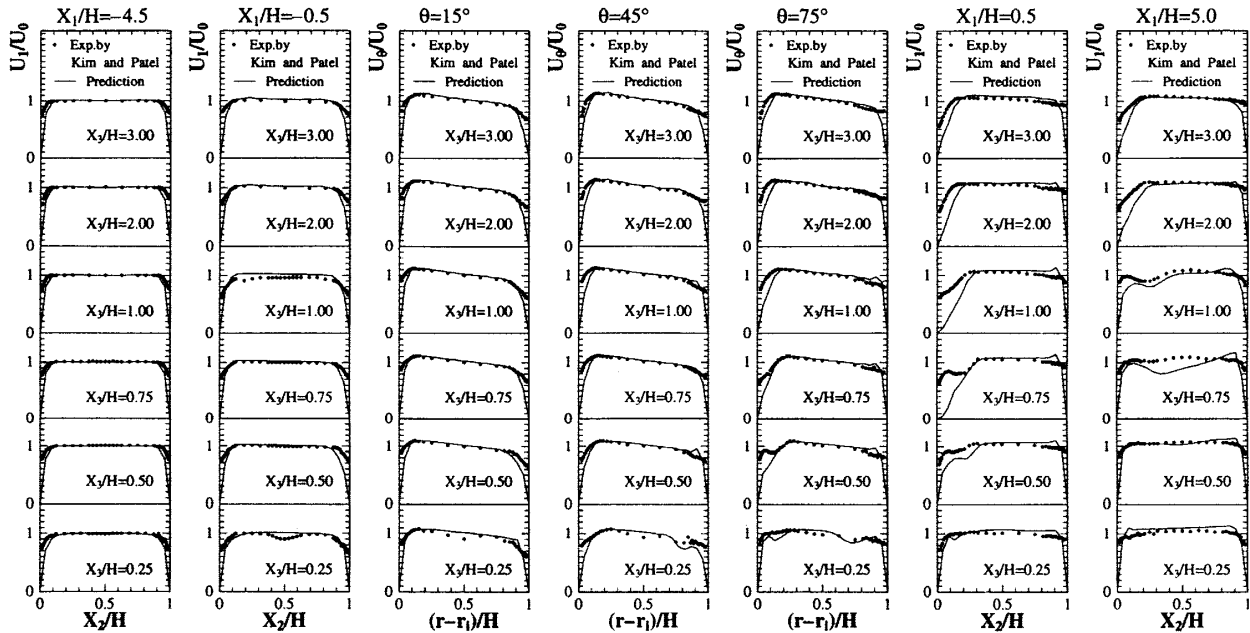


Fig. 5 Comparison of streamwise mean-velocity along X_2 axis

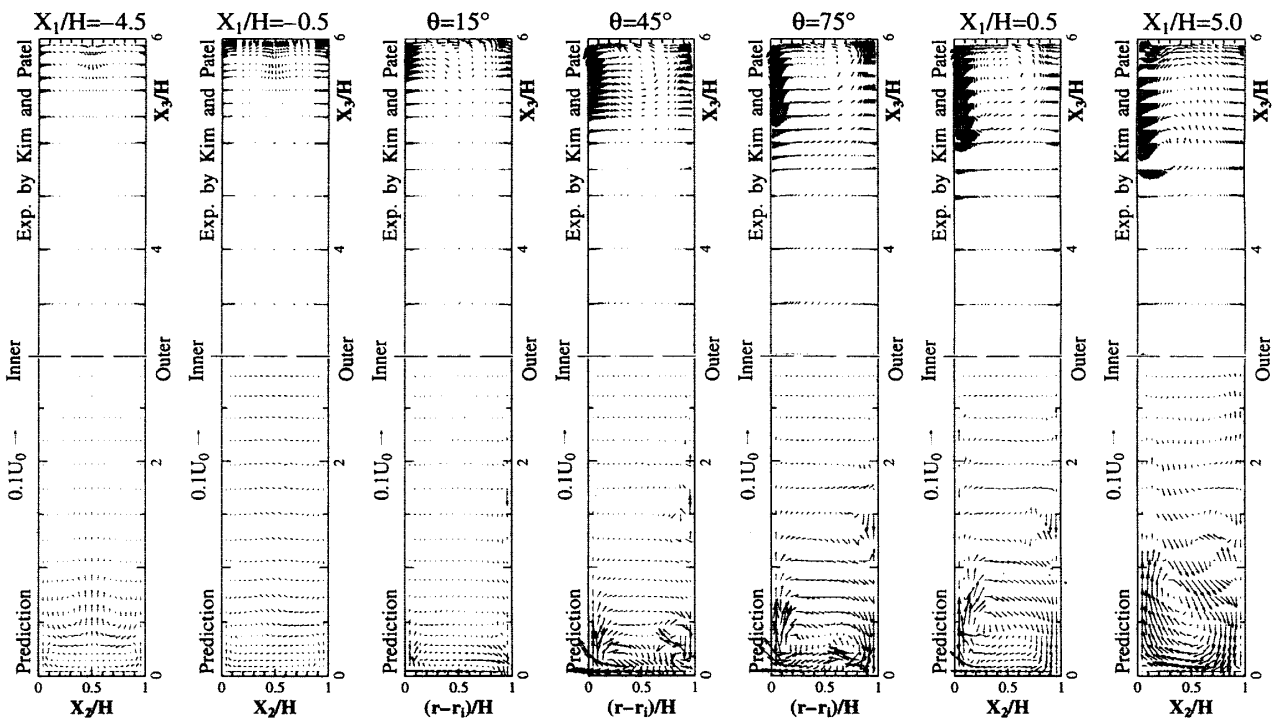


Fig. 6 Comparison of secondary flow vectors

位置が二次流れにより外壁側に移動する正方形断面曲がり管路とは大きく異なる。計算はその最大主流方向速度の位置を比較的良好に予測している。しかし、曲がり部下流位置の $X_1/H=0.5$ 断面の内壁側で、計算の速度こう配値は実験と大きく異なることがわかる。同一断面の $X_3/H=0.75$ の位置において、実験では平坦な速度分布を示しているが計算では再現されていない。さらに下流の $X_3/H=5.0$ 断面では計算の速度も回復し内壁側での速度分布も実験値に近い分布を示し

ている。以上に示した主流方向速度分布比較より計算は入口直管、曲がり部にて比較的その分布を予測しているが出口直管部においては実験と差が認められる結果となった。こうした差異要因の一つに二次流れを指摘できるが、この二次流れについて次に比較検討する。

図6は二次流れベクトルを比較した結果である。曲がり上流部に相当する $X_1/H=-4.5$ 断面にて、実験では上壁から中心部に向かう一対の二次流れが認めら

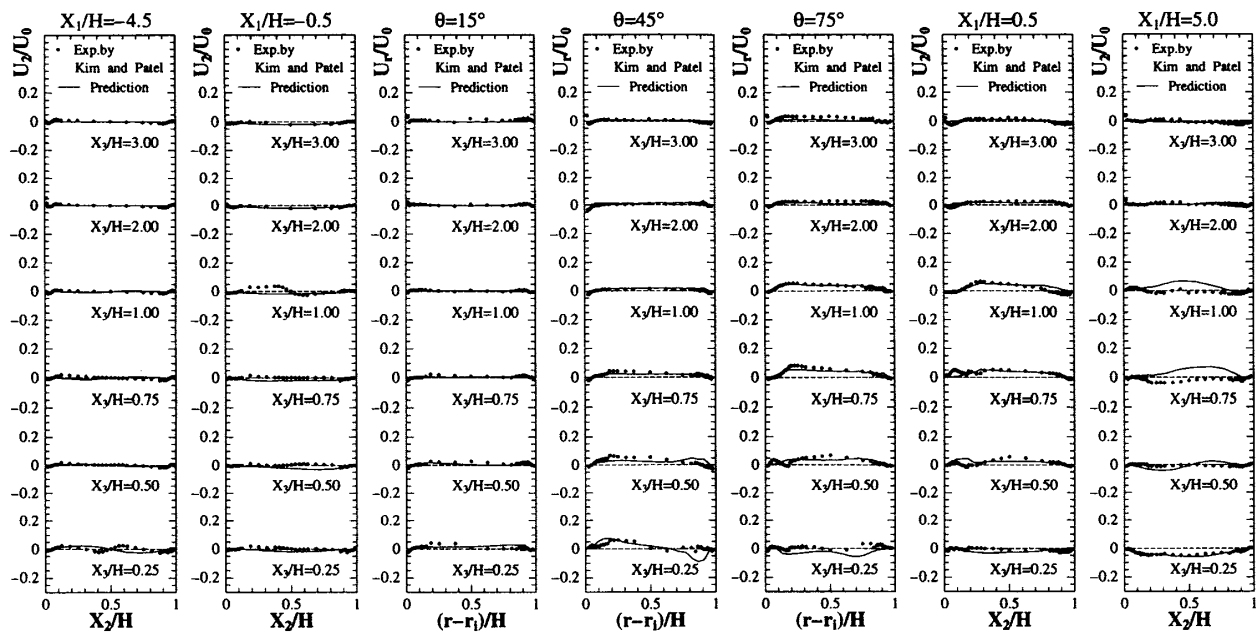


Fig. 7 Comparison of lateral mean-velocity

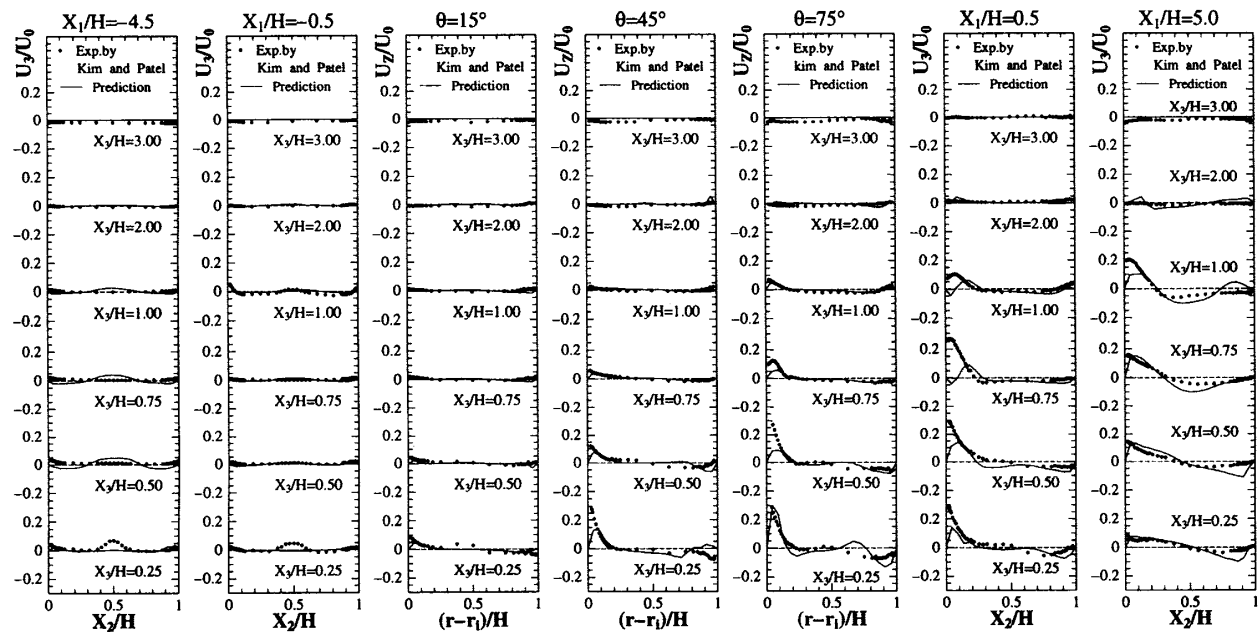


Fig. 8 Comparison of vertical mean-velocity

れるが、計算でも下壁面から離れた位置に認められる。さらに、計算は方向が逆の下壁面に向かう二次流れを予測しているが実験では認められない。しかし、Kim-Patel⁽¹²⁾、Mokhtari-Bradshaw⁽²¹⁾ は壁面に向かう二次流れの存在を肯定している。この点に関しては、後に示す壁面摩擦係数分布を比較する際に詳述する。

曲がり流入直前に相当する $X_1/H = -0.5$ 断面で、計算は曲がり部の影響を受け下壁面で一對の二次流れは消滅しているが、実験ではまだ認められ異なる結果を示している。曲がり部に流入すると二次流れは上下壁面の両コーナ部近傍にて生成され、この傾向は曲がりが進むにつれ顕著となる。計算は比較的良好にその二次流れ分布を予測しているが、 $\theta = 75^\circ$ の主流方向速度等値線にて示したように外壁にて Taylor-Görtler 渦の存在を示唆するような二次流れベクトルを示し実験とは異なる。さらに下流の直管部に流入すると、計算では時計回りの 1 個の渦が生成され、さらに下流に流れるに従いその循環領域は拡大されていく。この傾向は実験でも同様に認められる。

次に二次流れの定量評価を行うため図 7, 8 にそれぞれ水平方向速度 U_2 、垂直方向速度 U_3 を実験と比較した結果を示す。 $X_3/H = 3.0$ で U_3 の計算値は対称条件を課しているため零である。水平方向速度は内、外壁よりその速度が制約されるため垂直方向速度に比較し小さな値を示す。水平速度分布に関し $X_1/H = 5.0$ 断面で多少の差は認められるものの、計算は比較的良好に

好に実験値を予測している。一方、垂直方向速度は水平方向速度に比較して大きく変化する。実験結果の $X_1/H = -4.5$ 、 -0.5 断面の認められる凸状分布は縮流風洞に起因するものであるが、計算では $X_1/H = -4.5$ 断面の $X_3/H = 0.5, 0.75$ の位置に認められ、 $X_1/H = -0.5$ 断面では消滅し実験とは異なる結果を示している。曲がり部において計算は、比較的良好にその分布を予測しているが、出口直管部においては多少差が認められる。以上の断面方向速度の比較より曲がり部では比較的良好にその分布を予測することが可能であることがわかる。

Kim-Patel⁽¹²⁾ は壁面近傍渦が壁面摩擦係数 c_f に影響を及ぼすことを考慮し各壁面に沿う分布を測定している。そこで各断面の壁面摩擦係数を比較した結果を図 9 に示す。図中の短辺は低壁面に相当しその左側は内壁を、右側は外壁に相当する。 $X_1/H = -4.5$ 断面の底壁に沿う壁面摩擦係数に着目すると、実験ではその中央部にて凸状分布を示している。このことは、先に示した中心部に向かう一對の渦とは別に、壁面近傍にて回転方向が逆な壁面に向かう渦が存在することを示している。実験の二次流れベクトルからはこの渦は確認できないが、計算は前述したように、この渦の存在を予測している。しかし計算では、その二次流れ強度が弱いため壁面摩擦係数の凸状分布を生成するには至っていない。曲がり部上流の $X_1/H = -0.5$ 断面では、この凸状分布は消滅し凹状分布となるが計算ではこの分布は予測していない。曲がり部に流入すると計算は

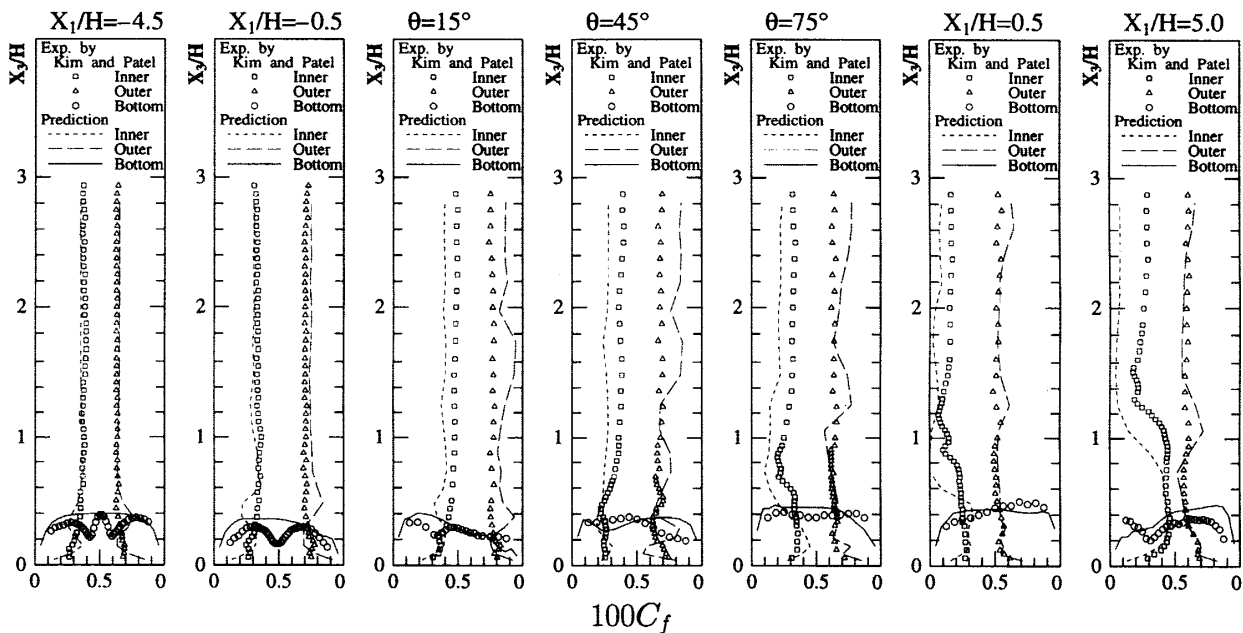


Fig. 9 Comparison of wall shear stress distributions

外壁側でその分布が波状分布を示し実験と異なることがわかる。主流方向速度等値線、二次流れベクトル図にて前述したように、壁面摩擦係数分布においても計算結果は Taylor-Görtler 渦の存在を示唆する結果となった。

次に曲がり出口直管部に着目すると、 $X_1/H=0.5$ 断面の計測結果は内壁側で低く、外壁側で高い分布を示し曲がり部とは対照的な分布を示すが、計算はこの傾向を比較的良好に再現している。また $X_1/H=5.0$ 断面の内壁側、 $X_3/H=0\sim 1.0$ の領域にて壁面摩擦係数は急激に増加しているがこの傾向も計算は良好に予測している。しかし相互の値を定量比較すると、計算は値を多少小さく予測している。

5. 結 論

断面縦横比 6.0 の長方形断面を有する 90° 曲がり流路を対象に、代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用い三次元乱流場の数値解析を行った。解析結果は、平均速度場における実験と比較し差異分析、流動挙動を考察することにより以下の結論を得た。

(1) 本解析手法は主流方向速度を比較的良好に予測するが、曲がり部出口直管部の内壁側にてその速度こう配に差が認められた。この傾向は断面方向速度においても認められる。

(2) 入口直管部にて二次元縮流風洞より生成される回転方向の相異なる二対の渦を計算は再現しているが、主流方向速度、壁面摩擦係数を顕著にひずませるには至らなかった。

(3) 実験では Taylor-Görtler 渦の存在は報告されていないが、計算は外壁側での二次流れベクトル、壁面摩擦係数分布よりその存在を示唆する結果となった。

(4) 代数応力モデル、境界適合座標系を導入した本解析手法により縦横比の大きな長方形断面を有する曲がり管路の三次元乱流を予測することは可能であり、また本解析手法、および乱流モデルより予測され

る平均速度場の特徴を明らかにした。

本研究を行うに際し、Patel 教授、Kim 博士からは有益なご助言を受けるとともに、実験データの供与を受けた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Wilcken, H., NASA TT-F-11, (1930).
- (2) Smits, A. J., Young, S. T. B. and Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **94**(1979), 209-242.
- (3) Gillis, J. C. and Johnston, J. P., *J. Fluid Mech.*, **135** (1983), 123-153.
- (4) Kobayashi, M., Maekawa, H., Yakano T., Uchiyama, N., Kubota, M. and Kobayashi, Y., *JSME Int. J.*, **32-3**, II (1989), 324-331.
- (5) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., *Physico Chemical Hydrodynamics*, **3**(1983), 243-269.
- (6) Iacovides, H., Launder, B. E., Loizou, P. A. and Zhao, H. H., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **112**(1990), 409-415.
- (7) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., *J. Fluid Mech.*, **103**(1981), 443-463.
- (8) 須藤浩二・坂野則弘, 機論, **54**-502, B(1988), 1319-1324.
- (9) 須藤浩二・高見敏弘・坂野則弘, 機論, **55**-515, B(1989), 1861-1867.
- (10) Muck, K. C., Hoffman, P. H. and Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **161**(1985), 347-369.
- (11) Hunt, I. A. and Joubert, P. N., *J. Fluid Mech.*, **91**(1979), 633-659.
- (12) Kim, W. J. and Patel, V. C., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **116**(1994), 45-52.
- (13) Richmond, M. and Patel, V. C., *AIAA J.*, **29**-6(1991), 895-902.
- (14) Choi, D., Iacovides, H. and Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **111**(1989), 59-68.
- (15) Sotiropoulos, F. and Patel, V. C., *Near-Wall Turbulent Flow*, (1993), 987-997, Elsevier Science.
- (16) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤普之, 機論, **61**-581, B (1995), 48-55.
- (17) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤普之, 機論, **61**-584, B (1995), 1301-1309.
- (18) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**(1976), 219-221.
- (19) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56**-531, B(1990), 3328-3335.
- (20) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57**-539, B (1991), 2269-2276.
- (21) Mokhtari, S. and Bradshaw, P., *Aeronautical J.*, (1983), 233-236.