

直角三角形断面管路内の乱流構造解析*

杉 山 均^{*1}, 秋 山 光 庸^{*1}
人 見 大 輔^{*2}, 篠 原 康 則^{*2}Numerical Analysis of Turbulent Flow Developing
in a 30/60 Degree Right Triangular DuctHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA,
Daisuke HITOMI and Yasunori SHINOHARA

Numerical data are reported for turbulent flow developing in a right triangular duct with internal angles of 60 and 30 deg. An overwhelming number of numerical and experimental studies on noncircular ducts have dealt with ducts that contain one or more symmetry planes. In contrast, this duct has no symmetry planes. In the calculation, an algebraic Reynolds stress model was adopted in order to predict anisotropic turbulence precisely, and a boundary fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. Calculated results were compared with experimental data measured by a hot-wire anemometer. As a result of the comparison of the two results, it was found that the present method could reproduce the characteristic features of streamwise mean velocity and Reynolds stresses. The present method also predicted secondary flow of the second kind which was generated by anisotropic turbulence, whereas the experimental analysis failed to show the distribution of the secondary flow as a result of scattered data. By evaluating the production terms of streamwise normal stress, it was clarified that the distorted contours of streamwise normal stress toward the corner were generated not by secondary flow of the second kind but by production terms of its normal stress. Although it is said in general that distorted contours are responsible for Reynolds-stress-driven secondary flow, this is not true in the case of streamwise normal stress.

Key Words: Numerical Analysis, Secondary Flow, Turbulent Flow, Right Triangular Duct, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

非円形断面を有する直線管路は、多くの工業分野にて活用されるばかりでなく、研究のうえからいくつかの興味ある問題を提示している。例えば乱流場における第2種二次流れの生成は、この種の流れ場を特徴づける現象である。この二次流れは圧力こう配により生成される第1種二次流れとはその生成機構を異にし、乱れの非等方性により誘起されることより、乱流モデルの検証流れ場としてこれまで多くの実験と数値解析が報告されている。

この第2種二次流れに関する実験解析としては、古くは Nikuradse⁽¹⁾ により報告されている。また Brundrett - Bains⁽²⁾, Gessner - Jones⁽³⁾, Melling - Whitelaw⁽⁴⁾ らは正方形断面管路を対象に計測結果を報告している。さらに Fujita ら⁽⁵⁾ は粗面を有した場合の乱流構造に関し詳細な計測を報告し、粗面壁の存

在より二次流れは大きくその流動パターンを変化させることを明らかにした。Aly-Trupp-Gerrard⁽⁶⁾ は正三角形断面管路を対象とし、その乱流計測結果を報告している。原子力工学の分野からも非円形断面管路内の乱流構造に関するいくつかの報告がなされており、Trupp-Azad⁽⁷⁾ は正三角形に配列された直円管群内の流れを対象に、Seal⁽⁸⁾ は矩形管路の相対向する2壁面に半円断面を有する直管を固定した流れ場を対象に、Kacker⁽⁹⁾ は円管路内に直円管を偏心させて配置した管路系を対象に乱流計測を行っている。この第2種二次流れは非円形断面のコーナ部に向かって流れることよりコーナ流れとも呼ばれる。著者ら⁽¹⁰⁾ はこのコーナ部が明確に判断できない、だ円断面管路内の流れを対象にレーザドップラー流速計を用い助走区間部における乱流構造を測定し、第2種二次流れの強度は、その発達途中にて最大値を示し、その後減衰し一定強度に漸近することを明らかにした。

以上のように非円形断面管路に関する実験解析は、種々報告されているがいずれの対象管路も、いくつかの対称面を有するため全断面を対象とした管路内乱流

* 原稿受付 1996年5月21日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町2753)。^{*2} 宇都宮大学大学院。

構造を測定した例は報告されていない。この観点から Hurst-Rapley⁽¹¹⁾ は内角に 30, 60°を有する直角三角形断面管路を対象に熱線流速計にてレイノルズ応力も含めその乱流計測結果を報告している。同時に全断面形状を考慮することは、乱流構造に大きく影響を及ぼすであろう周囲壁面の影響を加味することとなり、乱流モデルを評価するうえから、こうした対称面を含まない非円形断面管路の乱流計測は重要であることを指摘している。

一方、第2種二次流れは乱れの非等方性より生成されることより乱流モデル評価の立場から、いくつかの数値解析例が報告されている⁽¹²⁾⁽¹³⁾。しかし数値解析の立場からも対称面を含まない管路を解析した報告は示されていないようである。

そこで本研究においては、Hurst-Rapley⁽¹¹⁾ の直角三角形断面を有する管路を対象として助走区間路も含む三次元管路の解析手法、乱流モデルの妥当性について検討すると同時に、その流動挙動についても検討し新たな知見を得ることを目的とする。Hurst らの実験では第2種二次流れの存在を示す断面方向速度は示されていないが、直角三角形断面の場合、コーナ部へ向かう一対の二次流れが3箇所のコーナ部近傍にて存在するはずである。こうした二次流れ分布を本解析手法より予測することが可能であるかも同時に確認する。数値解析に際しては、境界条件の設定が容易な境界適合座標系を用い座標変換し、乱流モデルには、代数応力モデルを用いて解析する。

2. 記 号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta, \zeta', \zeta^*$: 経験定数

D_h : 水力直径

$f(L/X_w)$: 壁の影響を示す関数

k : 乱流エネルギー

L : 特性距離

p : 圧力変動

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$

$\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力

U_i : i 方向時間平均速度成分

U_b : 断面内の主流方向平均速度

$\overline{U^*}$: 平均摩擦速度

X_w : 壁面までの垂直距離

X_i : i 方向座標軸

δ_{ij} : クロネッカーのデルタ記号

ε : 乱流散逸

ν : 動粘性係数

π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項

ρ : 密度

3. 解 析 手 法

3・1 計算対象実験 計算対象とした Hurst-Rapley⁽¹¹⁾ の実験装置概略図、座標系を図1に示す。管路断面形状は各内角が 60, 30, 90°の直角三角形形状を有し、助走管路長さとして水力直径の 67 倍に相当する長さを設けている。直角を挟む各辺の長さはそれぞれ 128, 74 mm であり、その断面形状に対称面を含まないことを特徴としている。作動流体には空気を用い、管路出口断面より 25 mm 上流部に相当する断面にて時間平均速度、乱流特性諸量を熱線流速計により測定している。レイノルズ数は代表速度に断面内主流方向平均速度、水力直径を用いた値で 2.2×10^5 である。座標系は主流方向を X_1 軸、断面方向をそれぞれ X_2, X_3 軸と定義している。

3・2 レイノルズ応力輸送方程式 レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_i} \right) - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} \right. \\ & \left. - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_k} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

数値計算の際に、特に障害となるのが左辺の対流項、ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より、Rodi⁽¹⁴⁾ 近似を適用しモデル化を行った。さらにモデル化のうえで特に問題となる圧力・ひずみ相関項、ならびにその定数については表1, 2に示した。その導出、決定に関する詳細については別報⁽¹⁵⁾にて詳述し

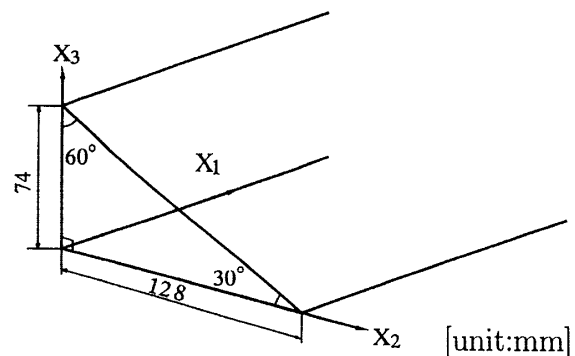


Fig. 1 Right triangular duct and definition of coordinate system

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$ $-\frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w}) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$
$P_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \overline{u_j u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ $P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l}$	$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$ $f(\frac{L}{X_w}) = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{4}}}{\kappa \varepsilon X_w}$

Table 2 Constants in the pressure-strain correlation terms

C_1^*	C_2^*	ζ^*	C_1'	C_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

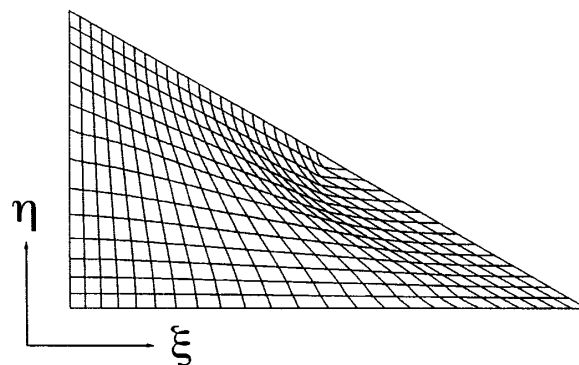
た。

3.3 境界適合座標 境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

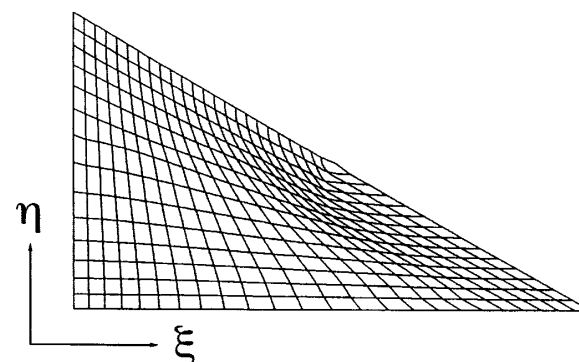
$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式中 ξ, η, ζ は、変換された計算平面での座標軸を示している。上式を用いた各方程式の変換法、変換により導出される輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した⁽¹⁶⁾。

3.4 数値解析 計算に際しては、対称面をもたない形状であるため全断面にて計算を行う。全断面を対象に計算格子を生成する場合 ξ, η の各ラインが二つの壁面を結ぶよう格子を作成することが必要である。本解析では三角形の斜辺を二等分し二つの壁面を作ることより底壁面、垂直壁面と対応させることとした。図2(a)に示す計算格子はこうして作成したものである。しかし、実際この格子を用い計算すると斜辺中央部の格子点近傍で計算は不安定となり満足する解は得られなかった。こうした発散要因は、格子生成に起因したものであり次のように説明できる。式(2)中の $\partial \xi / \partial X_i, \partial \eta / \partial X_i, \partial \zeta / \partial X_i$ をヤコビアン(Jacobian) J を含む形として具体的に記述すると以下のように示される。



(a) Ordinary computational mesh



(b) Modified computational mesh

Fig. 2 Computational meshes

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial X_1} \\ \frac{\partial}{\partial X_2} \\ \frac{\partial}{\partial X_3} \end{bmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式中 A_{ij} は行列 A の余因数を示す。行列 A 、ヤコビアン J は以下のように示される。

$$A = \begin{bmatrix} X_{1\xi} & X_{2\xi} & X_{3\xi} \\ X_{1\eta} & X_{2\eta} & X_{3\eta} \\ X_{1\zeta} & X_{2\zeta} & X_{3\zeta} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$J = \det A \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式にてギリシャ文字の添字記号は、その添字にて微分することを示しており、例えば $X_{1\xi}$ は $\partial X_1 / \partial \xi$ を意味している。ヤコビアンを斜辺の中央部の点に適用する際に $X_{2\zeta} = X_{1\zeta} = X_{3\zeta} = 0$ であることを考慮すると式(5)は以下のように簡略化され示すことができる。

$$J = X_{1\zeta} (X_{2\xi} X_{3\eta} - X_{3\xi} X_{2\eta}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

上式のヤコビアンを求めるとその値は 10^{-9} 程度のほぼ零値となり、このことが計算を不安定化させる要因となったものと解釈される。これは計算格子の配置を配慮することが必要であることを示唆しており、そこ

でこの点を回避する意味から図2(b)に示すように、この斜辺中央部の点を外側にわずかに移動させヤコビアンが零値となることを回避する格子を生成した。こうすることにより安定して計算を実行することが可能となり、4章ではこの格子より計算された結果を実験結果と比較するものとする。

計算格子数は ξ 方向に25、 η 方向に15、 ζ 方向に110の合計41250の計算格子を配列した。計算における管路長さは水力直径の100倍に相当する長さを設け実験より長く設定した。計算時のレイノルズ数は実験と同じ 2.2×10^5 である。本解析では高レイノルズ数形の乱流モデルを用いているため乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いている。直角三角形断面管路への入口流入条件は実験においても不明であるため乱流エネルギー、乱流散逸の値は $k = U_b \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し解析を行った。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。式の離散化は有限差分近似により行い各計算諸量の格子点配置は、Regular Grid法によった。支配方程式中の対流項差分近似は、QUICK(三次精度の風上差分)を使用した。また、数値解析に際しては支配方程式を三次元だ円形方程式として扱い解析を行った。

4. 結果と考察

以下に実験結果との比較を示すが、計算結果は

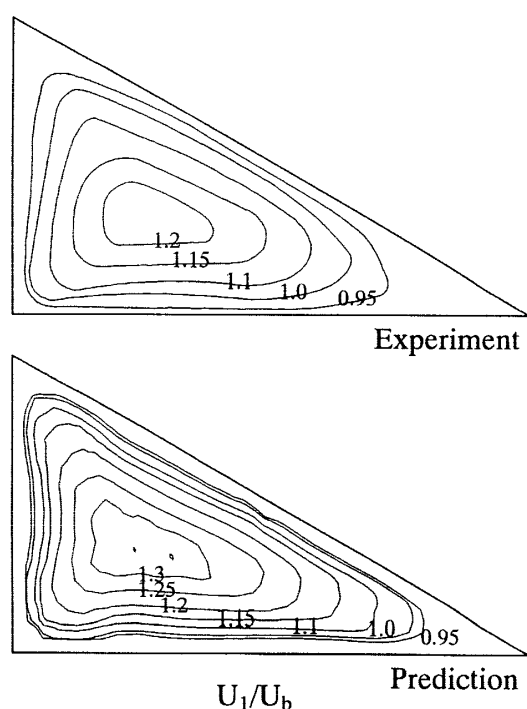


Fig. 3 Comparison of streamwise mean-velocity

$X_1/D_h=90$ における結果を示している。実験では $X_1/D_h=67$ の助走管路を有しているが、この位置での計算結果と $X_1/D_h=90$ における結果には差がないことを確認した。また、管路断面重心位置における主流方向速度に変化が認められなくなるのは $X_1/D_h=29$ 近傍であり、これ以降は完全発達領域と解釈される。

4.1 平均速度場における比較 図3に主流方向速度等値線を両解析にて比較した結果を示す。両結果とも断面内の主流方向平均速度 U_b にて無次元化した。また計算格子は前述のように図2(b)に示す格子を用い計算したが、以下に示す直角三角形の外枠は便宜的に直線で構成される直角三角形の形状としている。実験結果に特徴的な点として直角部コーナ部近傍にて等値線が突き出た分布を示していることを指摘することができる。計算結果は直角コーナ部、 60° コーナ部近傍にて等値線が突き出た分布をしているが内角 30° のコーナ部近傍ではコーナ近傍までの等値線の突出しは認められない。この点の実験も同様な傾向を示している。こうした等値線の突出しは第2種二次流れに起因する。等値線の値を比較すると計算は実験値を多少大きく予測する傾向にある。

実験では断面方向速度の計測結果が示されていないため第2種二次流れを定量的に評価することはできないが、Hurst-Rapley⁽¹¹⁾はその論文の中で各コーナ部に一對ずつの合計6個の渦が生成されるであろうことを、乱流エネルギー等値線分布から予測している。図4は計算結果の第2種二次流れベクトルを示したものであるが、予測されたとおり各コーナ部に一對の第2種二次流れが主流方向平均速度の2~3%の強度をもって観察される。計算結果より内角 90° 、 60° 近傍では第2種二次流れはその内角の二等分線に沿ってコーナ部に向かい生成されているが、 30° 近傍では必ずしもそのような傾向は示さず底壁面に沿う二次流れが斜壁

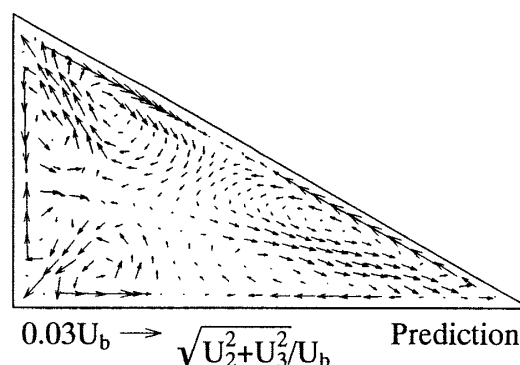
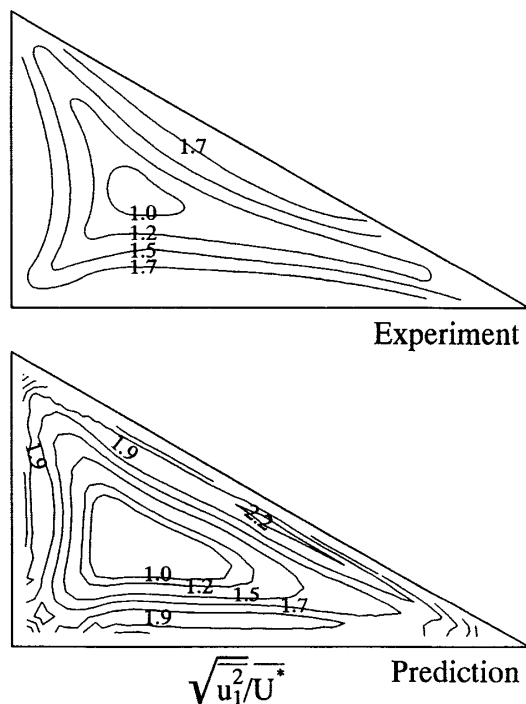


Fig. 4 Calculated results of the secondary flow of the second kind

Fig. 5 Comparison of normal stress $\overline{u_1^2}$

面に沿う二次流れを抑圧するような形で形成されていることが理解できる。したがって内角 30° 近傍では底壁面に沿う二次流れのほうが斜辺のそれより大きな領域を占めることになるが, Hurst-Rapley⁽¹¹⁾ も同様な見解を示している。

4.2 変動速度場における比較 図5は主流方向垂直応力 $\overline{u_1^2}$ 分布を実験と比較した結果である。各値は断面内の平均摩擦速度 $\overline{U^*}$ にて無次元化し比較した。 $\overline{U^*}$ は完全発達領域における主流方向圧力こう配より求め以下の式より算出した。このとき、実験値は0.041であるのに対し、計算値は0.047と多少高い値を示した。

$$\overline{U^*} = \sqrt{-\frac{D_h}{4\rho} \frac{\partial P}{\partial X_1}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

実験で特徴的な点として等値線がコーナ部に向かって突き出た分布をしている点を指摘できるが、計算でも同様に認められる。図3の計算結果に示す主流方向速度等値線の突出しと比較すると主流方向垂直応力分布のほうが第2種二次流れにより大きく影響されるものと解釈されがちであるが、むしろこうした傾向は、その生成項に起因するものと解釈される。この点を明らかにするためその生成項を計算結果より算出する。主流方向垂直応力の生成項を $Pr(\overline{u_1^2})$ とするとその厳密式は平均摩擦速度、水力直径にて無次元化した式として以下のように示される。

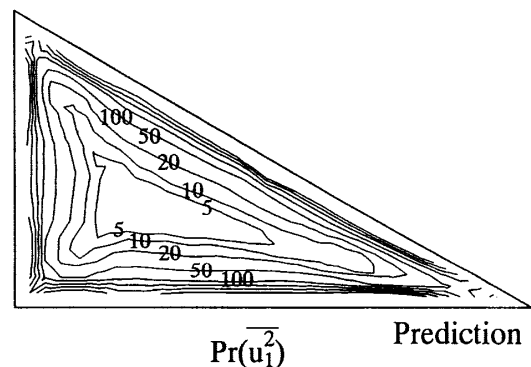
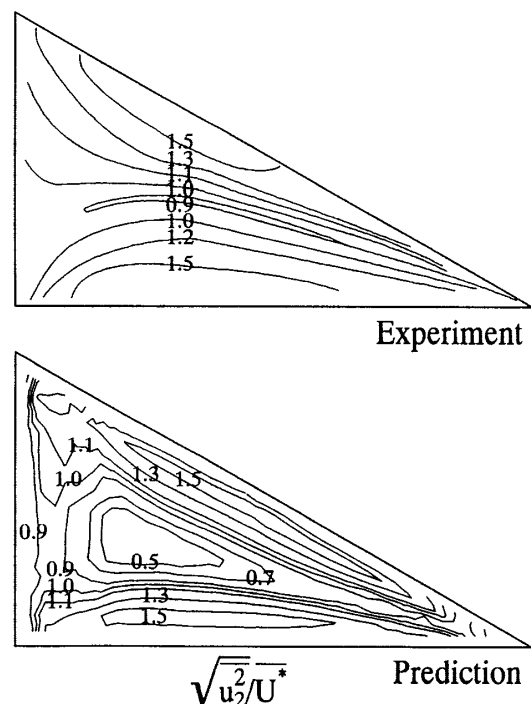


Fig. 6 Calculated contours of production terms of streamwise normal stress

Fig. 7 Comparison of normal stress $\overline{u_2^2}$

$$Pr(\overline{u_1^2}) = -2\overline{u_1 u_k} \frac{\partial U_1}{\partial X_k} \frac{D_h}{U^{*3}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式中添字はアインシュタインの総和規約に従うものとしている。図6はこの断面における主流方向垂直応力の生成項を算出した結果である。図6より明らかなようにコーナ部におけるその等値線分布は、図5のそれと類似の分布を示しており、このことは等値線の突出しが生成項に起因することを示している。同時に対流項は生成項と比較し1~2オーダー小さな値を有し、その等値線分布は生成項のそれと大きく異なることを確認した。

図7は水平方向の垂直応力 $\overline{u_2^2}$ 分布を両結果にて比較したものである。実験において底壁面、および斜辺壁近傍に高い値が認められるが計算結果も同様な傾向

を示している。また実験では管中心部に 0.9 のラインが細長い領域を形成しているが、計算はむしろ大きな領域を占めており実験の等値分布とは異なる。垂直壁面近傍でこの垂直応力はその乱れを抑制されるため、値は小さな値を示すことになるが、両結果ともこの傾向を再現している。

図 8 は垂直方向の垂直応力 $\overline{u_3^2}$ 分布を比較した結果である。この応力は垂直壁に沿う変動速度であり、したがって垂直壁近傍にて最大値を示すことは両結果にて共通した現象として指摘できる。底壁面と垂直壁面との値についてみると実験はその壁面近傍に 1.5 の等値ラインが存在するが計算では認められない。計算結果は斜壁面近傍でのほうが底壁面近傍での値より大きな値を示すことが特徴的な現象として指摘できるが、このことは垂直応力 $\overline{u_3^2}$ を抑制する効果が底壁面より斜壁面近傍で緩和されることを示唆しているものと解釈される。

図 9 は乱流エネルギー等値線分布を両結果にて比較したものである。各垂直応力分布から明らかなように主流方向垂直 $\overline{u_1^2}$ 分布が最も大きな値を示すため乱流エネルギー分布は、主流方向垂直応力分布と相似な等値線分布を示す。同時に垂直応力 $\overline{u_2^2}$ は底壁面近傍の、垂直応力 $\overline{u_3^2}$ は垂直壁面近傍の、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$ は斜壁面近傍の乱流エネルギー値に寄与することも理解できる。実験結果より各壁面近傍で大きな値が存在するが、計算も同様な傾向を示している。しかし計算は実験値を斜

壁面近傍にて多少大きく予測する傾向にある。また、乱流エネルギー等値線も各コーナ部に向かって突き出た分布を示し第 2 種二次流れの移流効果によるものと解釈されがちであるが、前述のようにこのような等値線分布はその生成項に起因するものと解釈される。

図 10 はせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 分布を比較した結果であ

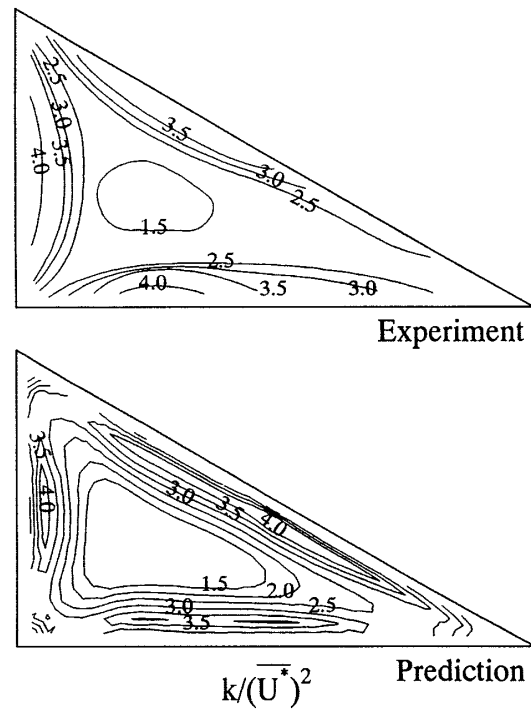


Fig. 9 Comparison of turbulent energy

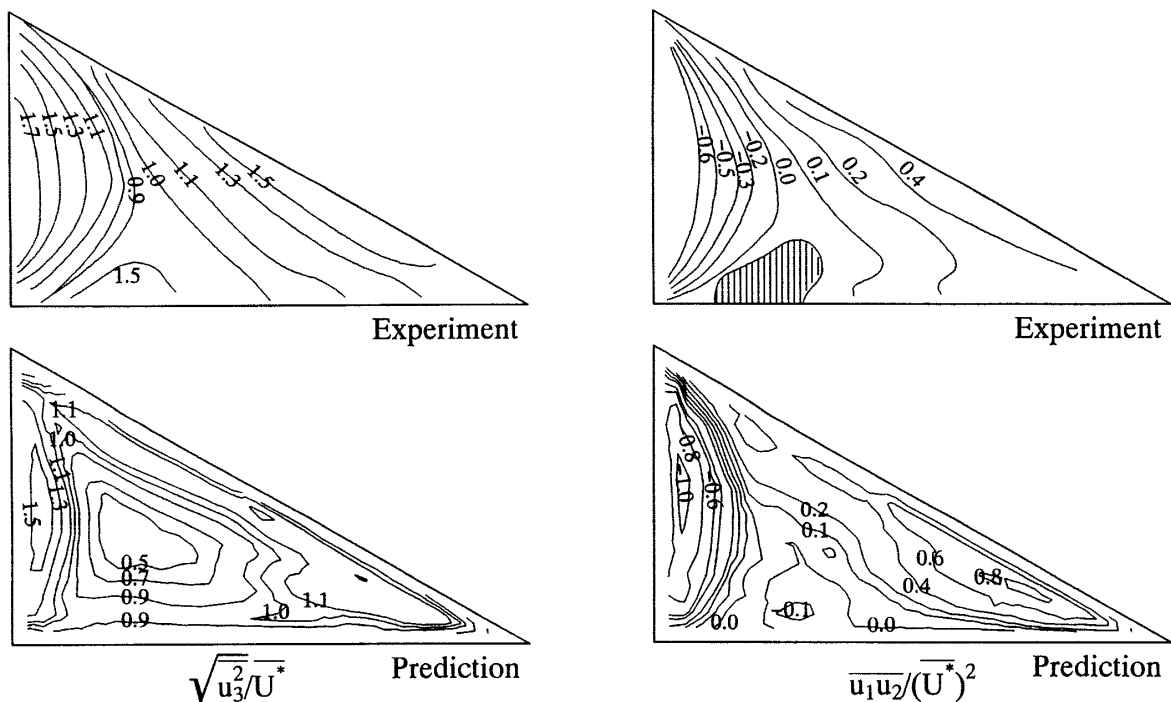


Fig. 8 Comparison of normal stress $\overline{u_3^2}$

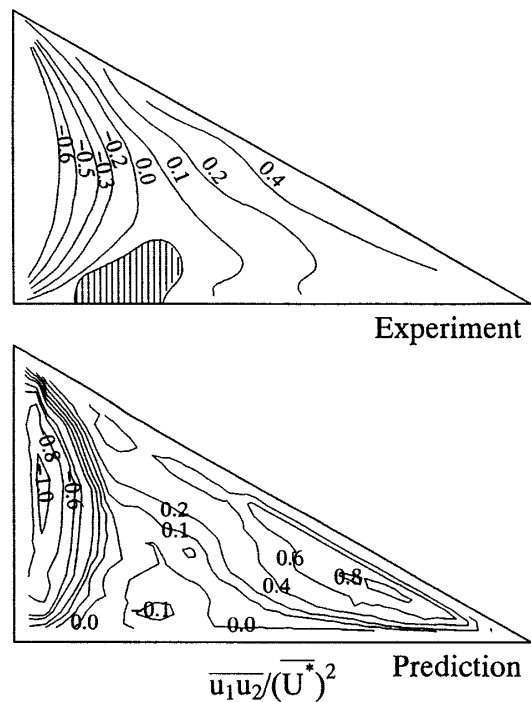
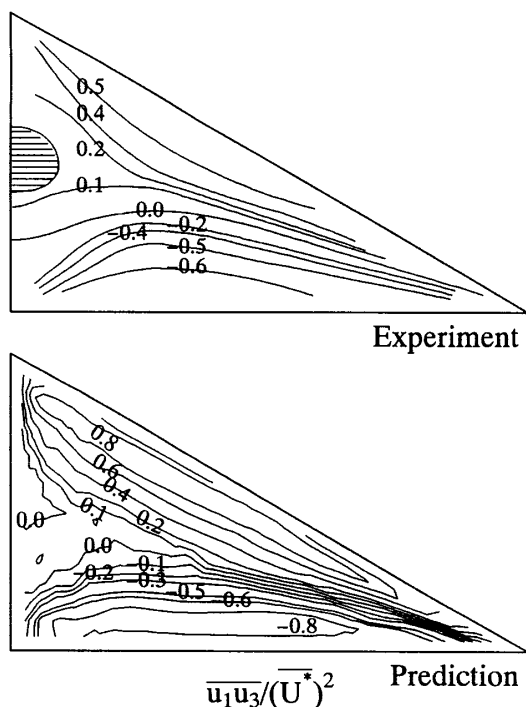
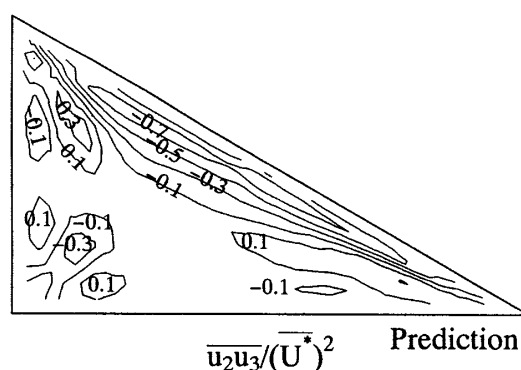


Fig. 10 Comparison of shear stress $\overline{u_1 u_2}$

Fig. 11 Comparison of shear stress $\overline{u_1 u_3}$

る。このせん断応力の絶対値は両結果より明らかなように垂直壁近傍にて最大を有し、その等値線の値は管中心部に向かって減少、管中心部近傍にて 90° , 60° 二つの頂角を結ぶように零ラインが形成される。この零ラインを挟んで斜辺壁に向かって正の領域が形成されることとなる。実験結果には図 10 中斜線で示される領域が明示され、この領域は負の値を有するせん断応力が存在するであろうことを Hurst-Rapley⁽¹¹⁾ は論文にて言及しているが、計算結果は彼らの指摘どおり負の値を予測している。これは図 4 に示した二次流れベクトルより明らかなように 90° , 30° 頂角からの底壁面に沿った二次流れが衝突し上昇流を形成することより主流方向速度等値線をひずませる結果と解釈される。したがって、計算では上昇流が形成される位置と負の領域が生成される位置とは符号している。

図 11 はせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ 分布を比較した結果である。実験結果より 30° 頂角と垂直壁とを結ぶように零ラインが延びて異符号領域を形成していることがわかる。計算も同様な異符号領域を予測してはいるが、その値に関し計算は実験値を大きく予測する傾向にある。またせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 同様実験では垂直壁中央部に負のせん断応力が存在することを言及しているが、計算結果はこの領域で零ラインが延び、垂直壁と零ラインの間にて負のせん断応力が存在することを示している。こうした現象も第 2 種二次流れによる主流方向速度等値線のひずみに起因するものと解釈される。

Fig. 12 Calculated result of shear stress $\overline{u_2 u_3}$

実験では示されていないが、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ の計算結果を図 12 に示す。一般にこの値は他のレイノルズ応力値に比較し小さな値をもち測定が難しいこともあって報告されることが少ない。計算結果より底壁面、垂直壁面近傍では絶対値の小さな値を、斜辺壁近傍の頂角に寄った位置にて絶対値の大きな値を有し、異符号領域を形成することを特徴的な分布として指摘できる。他の壁面に比較し斜辺壁でその絶対値が大きいのは $\partial U_2 / \partial X_3$, $\partial U_3 / \partial X_2$ の両成分が存在するためと解釈される。

5. 結 論

断面形状内に対称面をもたない直角三角形断面管路を対象に、代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いて三次元乱流場の数値解析を行った。断面形状内には対称面をもたないため全断面を考慮し解析した。計算結果は実験結果と比較し差異分析を行うことより以下の結論を得た。

- (1) 境界適合座標を用い計算する場合、計算格子配置により計算が不安定となることがあり、これがヤコビアンに依存することを示した。
- (2) 計算は主流方向速度を管中央部近傍にて多少大きめに予測した。また、実験には示されていないが第 2 種二次流れ従来の予測に矛盾なく定量的に予測した。
- (3) 本解析結果は各垂直応力の特徴的な分布を比較的良好に予測している。
- (4) 主流方向速度の垂直応力にてその等値線は各コーナ部に突き出した分布を有し第 2 種二次流れによる移流効果のように解釈されがちであるが、この等値線のひずみはその生成項に起因することを明らかにした。
- (5) 計算はせん断応力分布の異符号領域を比較的良好に予測した。さらに実験からは底壁面、垂直壁面

に負の領域を有するせん断応力が存在することを定性的に示しているが、計算はその存在を定量的に示した。

文 献

- (1) Nikuradse, J., *Ing. Arch.*, **1**(1930), 306-332.
- (2) Brundrett, E. and Baines, W. D., *J. Fluid Mech.*, **19**(1964), 375-394.
- (3) Gessner, F. B. and Jones, J. B., *J. Fluid Mech.*, **23**(1965), 689-713.
- (4) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78**(1976), 289-315.
- (5) Fujita, H., Yokosawa, H., Hirota, M. and Nagata, C., *Chem. Eng. Comm.*, **74**(1988), 95-110.
- (6) Aly, M. M., Trupp, A. C. and Gerrard, A. D., *J. Fluid Mech.*, **85**(1978), 57-83.
- (7) Trupp, A. C. and Azad, R. S., *Nucl. Eng. Des.*, **32**(1975), 47-87.
- (8) Seal, W. J., *J. Fluid Mech.*, **123**(1982), 399-423.
- (9) Kacker, S. C., *J. Fluid Mech.*, **54**(1973), 583-602.
- (10) 杉山均・秋山光庸・若山英樹・渡辺岳男, 機論, **62**-595, B(1996), 1006-1012.
- (11) Hurst, K. S. and Rapley, C. W., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **34**-3(1991), 739-748.
- (12) Nakayama, A., Chow, W. L. and Sharma, D., *J. Fluid Mech.*, **128**(1983), 199-217.
- (13) Gosman, A. D. and Rapley, C. W., *Proc. Int. Conf. Numer. Meth.*, Paper FS 178(1978), 271-285.
- (14) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**(1976), 219-221.
- (15) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56**-531, B(1990), 3328-3335.
- (16) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57**-539, B(1991), 2269-2276.