

繰返し曲がり管路内の平均速度場解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 村上 泰隆^{*2}Numerical Analysis of Turbulent Flow Developing in a Sinuous Duct
of Square Cross Section

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Yasutaka MURAKAMI

The present study has carried out numerical analysis for turbulent flow developing in a sinuous duct with a square sectioned at Reynolds number of 4×10^4 . The sinuous duct was formed from three 180 degree bends with 80 mm hydraulic diameter and 160 mm mean radius of curvature. Straight ducts of 80 and 30 hydraulic diameter long are attached to the inlet and outlet planes of the sinuous duct, respectively. In calculation, an algebraic Reynolds stress model was adopted in order to predict anisotropic turbulence precisely, and boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. Calculated results were compared with the experimental data measured by hot-wire velocimeter. As a result of the comparison, it was found that the present method was able to reproduce the main features of streamwise mean-velocity and secondary flow although the agreement was certainly not perfect in all detail. As a great discrepancy, it is pointed out that the calculated intensity of the secondary flow near 90 degree of second and third bend shows greater value than the experimental data. Moreover, the pressure-driven, Reynolds stress-driven and centrifugal forces which generates the secondary flow, are evaluated quantitatively by using momentum transport equation. It is clarified that Reynolds stress-driven force also plays an important role near 90 degree of second and third sinuous duct.

Key Words: Numerical Analysis, Secondary Flow, Turbulent Flow, Sinuous Duct, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

曲がり管路は重要な機械要素であるばかりでなく、研究のうえからも興味ある現象を内包し、これまで多くの研究が報告されている。近年におけるこの種の曲がり管路を対象とした研究は計測技術、計算機の進展に伴いレイノルズ応力を含む乱流計測、および数値解析による乱流モデル検証など、多くの成果が報告されている。例えば正方形断面の 90° ⁽¹⁾, 180° ⁽²⁾ 曲がり管路、ならびに円形断面の 90° ⁽³⁾, 180° ⁽⁴⁾ 曲がり管路内の乱流特性量が詳細に報告されている。

以上の単一曲がりを有する流れに対し、曲がり方向が交互に逆方向に繰返す管路は、その形状が複雑であることより解析例は限られる。この種の管路は大別して曲がり角が小さい場合と 90° 以上の大きな場合とに分類できる。前者の流れに対し Bansod-Bradshaw⁽⁵⁾ は航空機用エンジンの空気流入部の効率向上を図る目的から、円形断面を有する3種類のS字形管路を対象に二次流れ、静圧分布、壁面摩擦係数分布を測定している。また、Taylor-Whitelaw-Yianneskis は円形

断面⁽⁶⁾, および正方形断面⁽⁷⁾ を有するS字形管路の層流、乱流場を対象にレーザドップラー流速計にて測定している。彼らは曲がり角 22.5° の管路を2個組合せてS字形管路を構成している。

一方、曲がり角の大きな繰返し曲がり管路に関し Shimizu-Futaki-Martin⁽⁸⁾⁽⁹⁾ は、正方形断面、あるいは長方形断面を有し 90° , 180° 曲がり角を有する管路をいくつか組合せた繰返し曲がり管路内の乱流場を対象に時間平均速度、二次流れ挙動をレーザドップラー流速計、タフト法より明らかにし管路の圧力損失は断面形状に大きく影響されることを報告している。また、須藤・高見・藤田⁽¹⁰⁾ は曲率半径比2(水力直径に対する曲がり流路中心までの半径比)で正方形断面を有し曲がり角 180° の管路を3個組合せた繰返し曲がり管路内の乱流場を対象に二次流れ分布、主流方向速度分布、乱流エネルギー分布の測定を熱線流速計を用い報告している。特に二次流れ、主流方向速度分布に関しては詳細な計測結果を報告している。

以上の実験解析に対し、繰返し曲がり管路を対象とした数値解析として、S字形管路がねじれた場合の数値解析例はあるが層流場である⁽¹¹⁾。多くの数値解析は 180° 曲がり, 90° 曲がり管路に代表されるように単一曲がり管路を対象とした解析が多数報告⁽¹²⁾⁽¹³⁾ さ

* 原稿受付 1996年12月2日。

^{*1} 正員, 宇都宮大学工学部(☎ 321-8585 宇都宮市石井町 2753)。^{*2} 宇都宮大学大学院。

れ、この種の繰返し曲がり管路を対象とした数値解析は著者の知る限り報告されていない。

こうした繰返し曲がり管路は曲率中心位置が左右にその位置を変化し、圧力こう配を大きく変化させる結果、主流方向速度、二次流れ分布、あるいは乱流特性量に大きく影響を及ぼすことは容易に推察される。特に曲がりの大きな繰返し曲がり管路は、この傾向が顕著でありその流動挙動も複雑である。こうした複雑な三次元曲がり管路内の流れを数値解析からも定量的に解明することは有意義なことである。

以上の研究経緯から、本研究においては須藤・高見・藤田⁽¹⁰⁾が行った正方形断面を有する繰返し曲がり管路を対象に、その流れ場を解析することを目的とする。彼らの実験結果には乱流エネルギーの一部が報告されているが、本研究においては、時間平均速度場における実験との比較を中心に検討することに加え、その流動挙動についても評価を行い新たな知見を得ることを試みる。解析に際しては乱れの非等方性を正確に考慮する意味から代数応力モデル、複雑形状への境界条件設定が容易な境界適合座標系を導入し三次元乱流場として解析する。

2. おもな記号

- c_p : 圧力係数 $= 2(P - P_{ref})/\rho U_b^2$
 D : 正方形断面の一辺長
 D_h : 水力直径
 D_e : デーン数 $= Re\sqrt{D/2R_c}$
 P : 時間平均圧力
 R_c : 曲がり流路中心位置までの半径
 r : 流路内の任意な位置までの半径
 r_i : 内壁面までの半径
 r_o : 外壁面までの半径
 Re : レイノルズ数 $= U_b D/\nu$
 R_c : 管路中心までの半径
 U_b : 断面内の主流方向平均速度
 U_r : 円筒座標上の半径方向時間平均速度
 U_θ : 円筒座標上の円周方向時間平均速度
 U_z : 円筒座標上の深さ方向時間平均速度
 u_i : i 軸方向の速度変動
 $\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力
 X_i : 直交座標系での i 方向座標軸
 θ : 曲がり角
 ξ, η, ζ : 計算格子に沿う座標軸
 ν : 粘性係数
 ρ : 密度

3. 解析手法

3.1 計算対象実験 解析対象とした須藤・高見・藤田⁽¹⁰⁾の実験装置概略図、ならびに座標系を図1に示す。実験管路は繰返し曲がり管路と直管部とから構成され、繰返し曲がり管路は曲がり角 180° で内壁曲率半径 $r_i = 120$ mm, 外壁曲率半径 $r_o = 200$ mm, 80×80 mm の正方形断面を有する管路を3個交互に反対方向に接続し構成してある。各曲がり管路は便宜的に上流側より ψ_1, ψ_2, ψ_3 として示してある。また、繰返し曲がり管路上流部、下流部にはそれぞれ水力直径の80, 30倍の直管路が設けられており、曲がり管路の入口部においては完全発達乱流が流入することになる。作動流体には空気をを用い熱線流速計を回転させて測定を行う回転プローブ法を採用し断面内の時間平均速度、変動速度を測定している。このときレイノルズ数 Re は40 000で、デーン数 De は20 000である。

座標系は直管部では直交座標系にて主流方向を X_1 軸、断面方向をそれぞれ X_2, X_3 軸とし原点は正方形断面中心とした。曲がり部においては便宜的に円筒座標系に従うものとし U_θ, U_r, U_z はそれぞれ主流方向、半径方向、深さ方向の各速度分布を示している。

3.2 レイノルズ応力輸送方程式 レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned}
 \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\
 & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\
 & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\
 & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

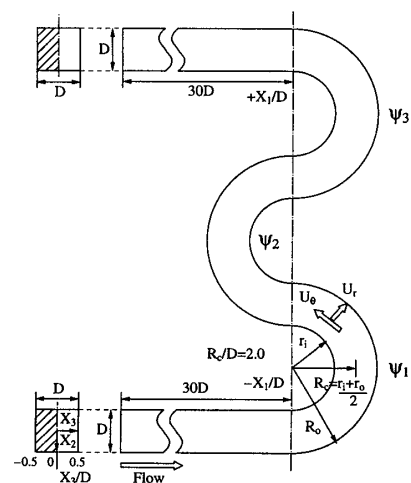


Fig. 1 Sinuous duct and definition of coordinate system

数値計算の際に、特に障害となるのが左辺の対流項、ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より、Rodi⁽¹⁴⁾ 近似を適用しモデル化を行った。さらにモデル化のうえで特に問題となる圧力・ひずみ相関項のモデル化、ならびにその定数については別報⁽¹⁵⁾ にて詳述した。

3・3 境界適合座標 境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots\dots(2)$$

上式中 ξ, η, ζ は、変換された計算平面での座標軸、すなわち各格子に沿う座標軸を示している。上式を用いた各方程式の変換法、変換により導出される輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した⁽¹⁶⁾。

3・4 数値解析 計算に際しては、系の対称性を考慮し図1の斜線で示す1/2断面にて解析を行った。また、実験⁽¹⁰⁾ では、流れが中央水平面に関して対称であることを確認後、上半断面にて計測を行っている。したがって、この種の繰返し曲がり管路を計算する際、流れの対称性を仮定しても問題はないと思われる。曲がり入口、出口部には須藤らの実験と同様、直管部を設けたが、計算の入口部は30Dの助走区間距離を設け計算負荷の軽減を図った。また、この程度の助走区間距離で完全発達乱流が得られることは正方形断面を

有する180°曲がり管路にて確認した⁽¹⁷⁾。図2に計算格子を示す。 X_3 軸方向に18、 X_2 軸方向に35、流れ方向に264の計算格子を配列した。繰返し曲がり管路では流れ方向に3°間隔に格子を配列した。計算時のレイノルズ数は実験と同じ40000である。本解析では高レイノルズ数形の乱流モデルを用いているため乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。流入条件、境界条件、対流差分等はこれまでの解析手法と同様である⁽¹⁸⁾。

4. 結果と考察

4・1 平均速度場における比較 図3に繰返し管路部における実験、計算の両解析結果を比較した主流方向速度等値線分布を示す。各等値線は、実験にならない断面内の主流方向平均速度 U_b にて無次元化した。第1曲がり管の $\phi_1=30^\circ$ にて等値線全体が内壁側に寄るのは外壁に生成される高い圧力によるものであり、きつい曲がりを有する管路に特徴的な現象である。また、 $\phi_1=90^\circ$ では内壁中心部に低速領域が現れ $\phi_1=180^\circ$ に至るとその領域は、第2曲がり管路の外壁の存在より減速され、さらにその領域を拡大することになる。こうした現象を計算は定性的、定量的にも比較的良好に予測している。

第2曲がり管路に流入すると $\phi_2=30^\circ$ にて明らかに上下対称軸に沿い中心部に向かい低速流体が、同時に上下壁近傍に沿い高速流体が内壁から外壁に向かい移流されることが理解できる。このことを計算も同様に予測している。 $\phi_2=90^\circ$ に至ると上下壁近傍での高速流体は外壁に到達し低速領域が消滅、高速域が管路全体に広がる。 $\phi_2=180^\circ$ では第3曲がり管路外壁の存在より第2曲がり管路内壁近傍の流れは減速され、逆に外壁近傍では加速傾向を示す。計算は $\phi_2=180^\circ$ の等値線分布に差が認められるものの比較的实验値を予測している。

第3曲がり管路での等値線分布は下流直管部の影響を受ける $\phi_3=180^\circ$ を除いて、第2曲がり管路の等値線と類似の分布を両結果も示している。計算結果は等値線分布の定性的な特徴は予測するものの、定量的には多少差が認められる。

図4は上下対称平面上(X_1 - X_2 平面)における主流方向速度等値線、および最大速度点を連ねた線(点線にて表示)を両結果にて比較したものである。実験結果より各曲がり管の30°近傍にて高速領域は内壁に偏ること、第1曲がり管内壁に認められた低速領域は第2, 3曲がり管では認められないこと、下流直管部の影響を受ける第3曲がり管路出口付近を除けば第2, 3

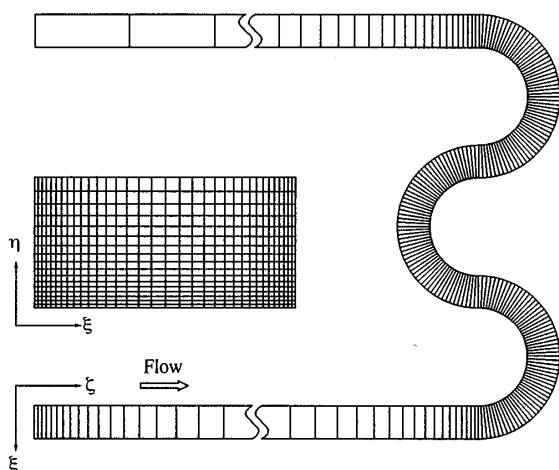


Fig. 2 Computational mesh

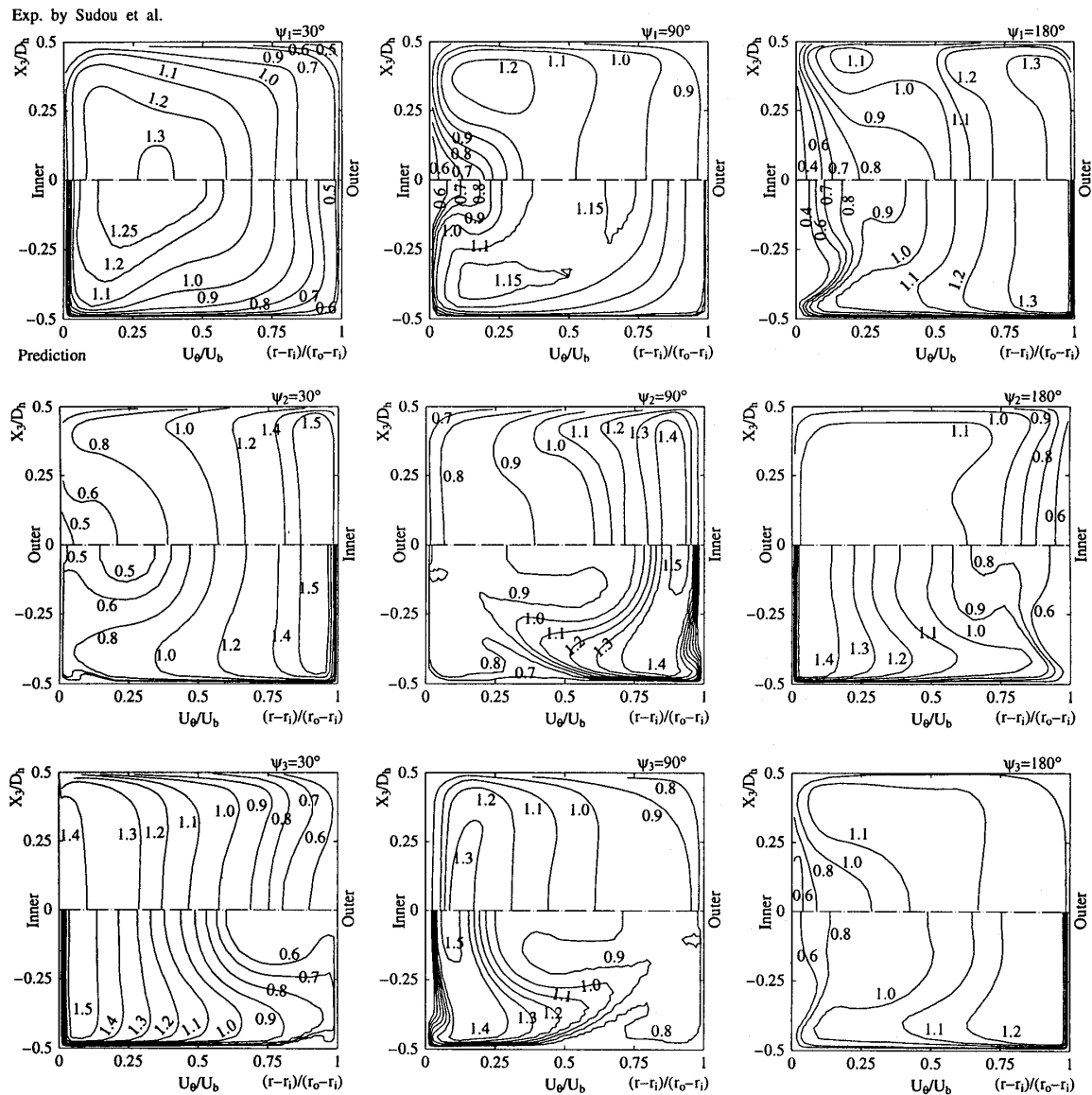


Fig. 3 Comparison of streamwise mean-velocity

曲がり管の流れは類似分布を示すことが理解できる。計算もこうした特徴的現象と符合する結果を示した。また最大速度点を連ねた線もほぼ実験同様の履歴を示していると思われるが詳細に見ると $\psi_2, \psi_3=150^\circ \sim 180^\circ$ における履歴は実験と異なる。こうした相違は静圧分布に影響を及ぼすものと思われる。図5は内外壁、および上壁中央点の流れ方向に沿う圧力係数を比較した結果である。第2, 3曲がり管にて計算は実験と異なる分布を示す結果となった。特に計算は $\psi_2, \psi_3=150^\circ$ の外壁にて第2のピーク値を有するが、これは図4よりわかるように高速流体が第2, 3曲がり管路外壁に衝突した結果と解釈される。実験では外壁と干渉することなく、滑らかに移動し、こうした外壁との干渉は認められない。計算におけるこうした現象は、内壁側の $\psi_2, \psi_3=90^\circ$ での大きな順圧力こう配に

よる急激な加速現象より誘発されたものと推察される。

こうした静圧分布の違いは二次流れ分布にも現れることになる。図6にその二次流れを比較した結果を示す。第1曲がり管では計算は比較的良好に実験値を予測するが $\psi_2=90^\circ$ では、その二次流れ分布は類似の傾向を示すものの、二次流れ強度は計算のほうが大きな値を有し実験とは異なる。第3曲がり管路に流入すると二次流れ強度、分布ともに実験と差が認められる。また、 $\psi_3=180^\circ$ 断面を除いて計算は第2, 3曲がり管で、ほぼ類似の二次流れ分布を示し、流れに変化がないことを示唆している。一方、実験ではその分布変化を子細に比較すると、こうした傾向は認められない。二次流れの特徴を示す指標として須藤ら⁽¹⁰⁾より定義された主流の偏り $\overline{X}/D$ 、二次流れの断面内平均量 I_s

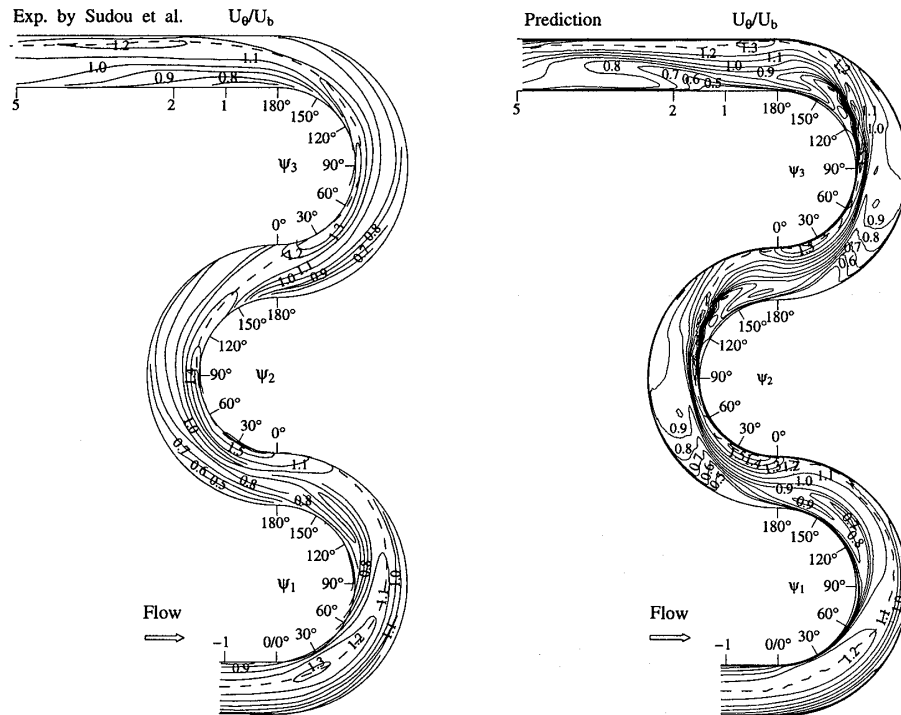
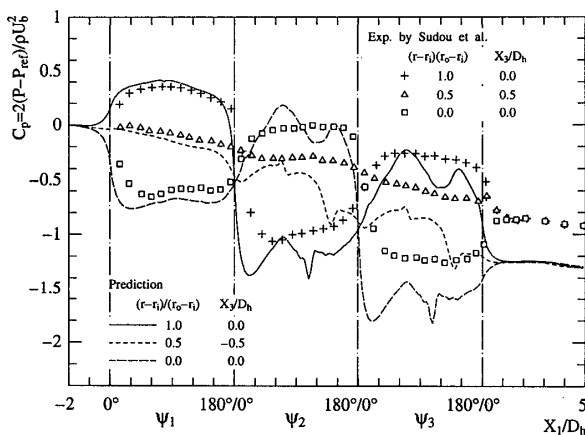

Fig. 4 Comparison of streamwise mean-velocity at X_1 - X_2 plane


Fig. 5 Comparison of distributions of wall static pressure

を比較した結果をそれぞれ図 7, 8 に示す。各値は以下の式にて示される。

$$\frac{\bar{X}}{D} = \frac{2}{D_h^2 U_b} \int_0^{D/2} \int_{-D/2}^{D/2} \frac{X_3 U_1}{D} dX_2 dX_3 \dots (3)$$

$$I_s = \frac{2}{D_h^2 U_b^2} \int_0^{D/2} \int_{-D/2}^{D/2} (U_2^2 + U_3^2) dX_2 dX_3 \dots (4)$$

図 7 より明らかなように主流の偏りは良好に予測するのに対し、図 8 より平均二次流れ強度は第 2, 3 曲がり管にて計算結果は実験値を大きく上回り異なる。

4.2 二次流れ生成力評価 二次流れは圧力こう配より生成される第 1 種二次流れと、乱れの非等方性より生成される第 2 種二次流れとに分類される。乱流場の曲がり管路はこうした 2 種類の二次流れが共存す

る典型的な流れ場であり、したがって曲がり管路では、圧力こう配による力、遠心力、および非等方性乱流による力の相互作用より二次流れは生成されるものと解釈される。しかし、こうした 3 種類の流体力を定量的に示した報告例はない。そこで、断面方向の運動方程式を用いて遠心力 [式 (5)], 圧力こう配より生成される力 [式 (6)], 非等方性乱流より生成される [式 (7)] をベクトル図として代表的断面にて表示し、各力の寄与を検討した。非等方性乱流より生成される力は運動方程式中の拡散項に相当している。ベクトル図は以下に示す諸量をベクトル表示した。その際速度は U_b 、圧力は ρU_b^2 で、長さは D にて無次元化した。結果を図 9(a), (b) に示す。

$$\left[F_{r, \text{cen}} = \frac{1}{r} U_b^2, 0 \right] \dots (5)$$

$$\left[F_{r, \text{pre}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, F_{z, \text{pre}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right] \dots (6)$$

$$\left[F_{r, \text{tur}} = -\frac{\partial \overline{u_r^2}}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_r u_\theta}}{\partial \theta} - \frac{\partial \overline{u_r u_z}}{\partial z} - \frac{\overline{u_r^2} - \overline{u_\theta^2}}{r}, \right. \\ \left. F_{z, \text{tur}} = -\frac{\partial \overline{u_r u_z}}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_\theta u_z}}{\partial \theta} - \frac{\partial \overline{u_z^2}}{\partial z} - \frac{\overline{u_r u_z}}{r} \right] \dots (7)$$

第 1 曲がり管 $\phi_1 = 30^\circ$ では遠心力と圧力こう配による力がほぼ同程度の大ききで均衡し方向が逆であることが理解できる。一方、非等方性乱流による力はまだこの位置では小さい。 $\phi_1 = 90^\circ$ に至ると圧力こう配による力が、特に内壁側で大きく変化していることが特

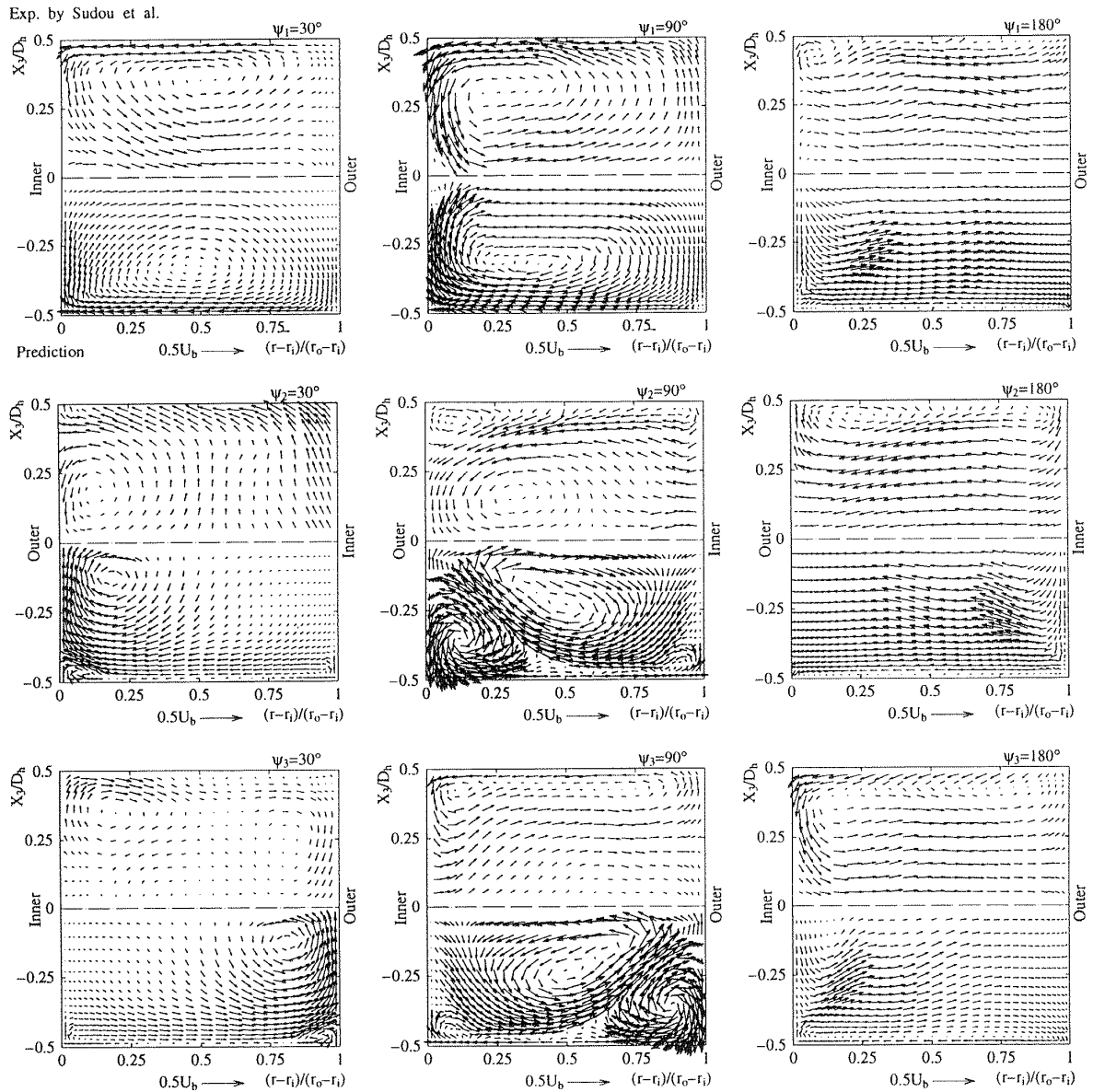


Fig. 6 Comparison of secondary flow

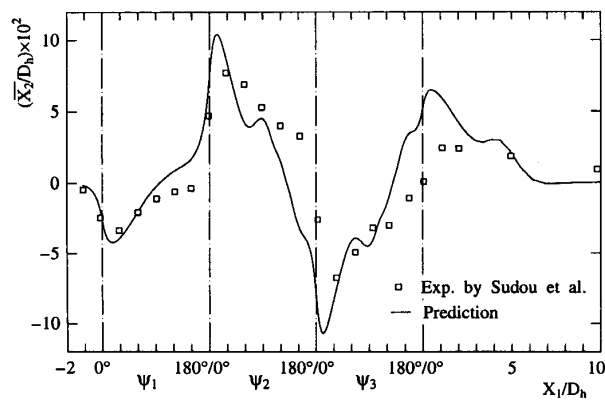


Fig. 7 Comparison of deviation for streamwise mean-velocity from the duct center

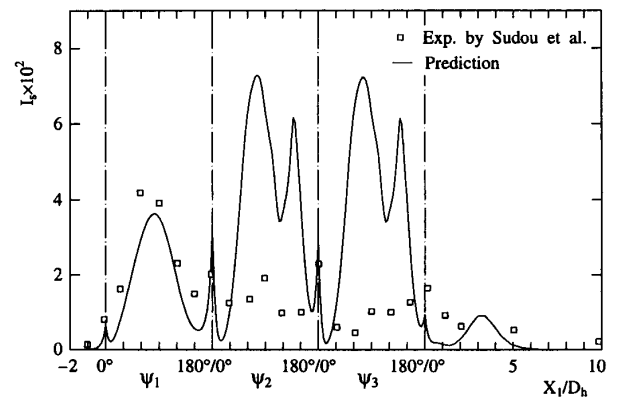
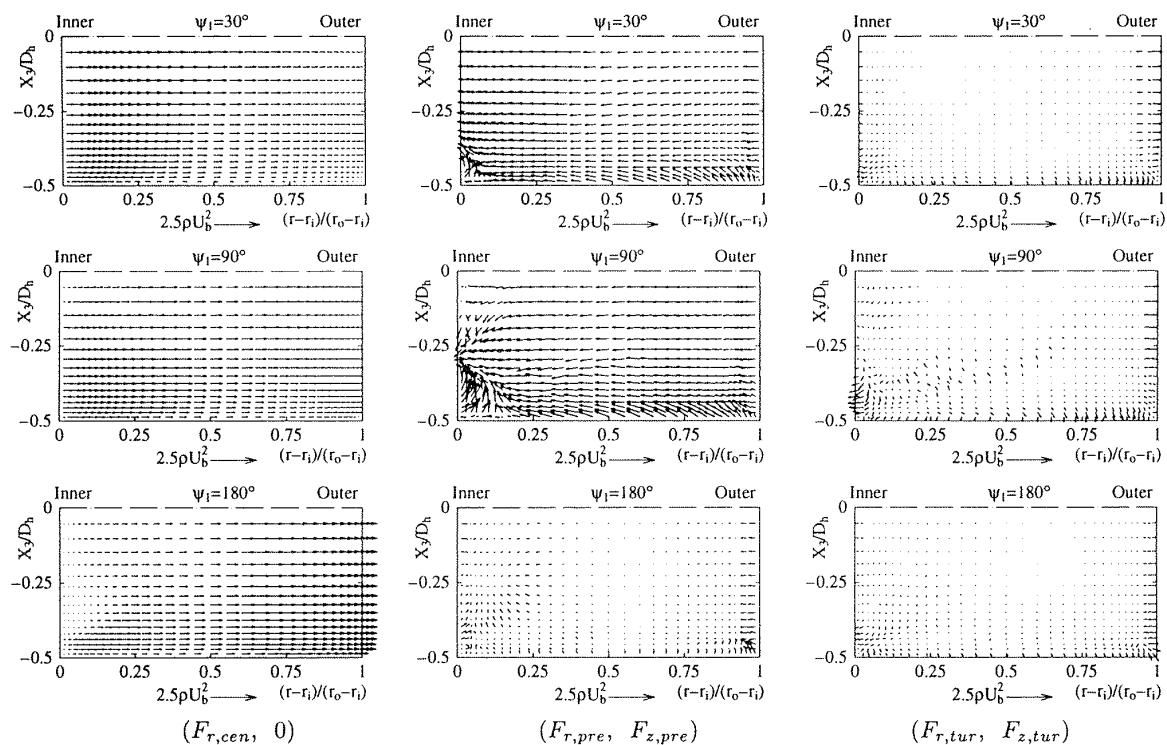
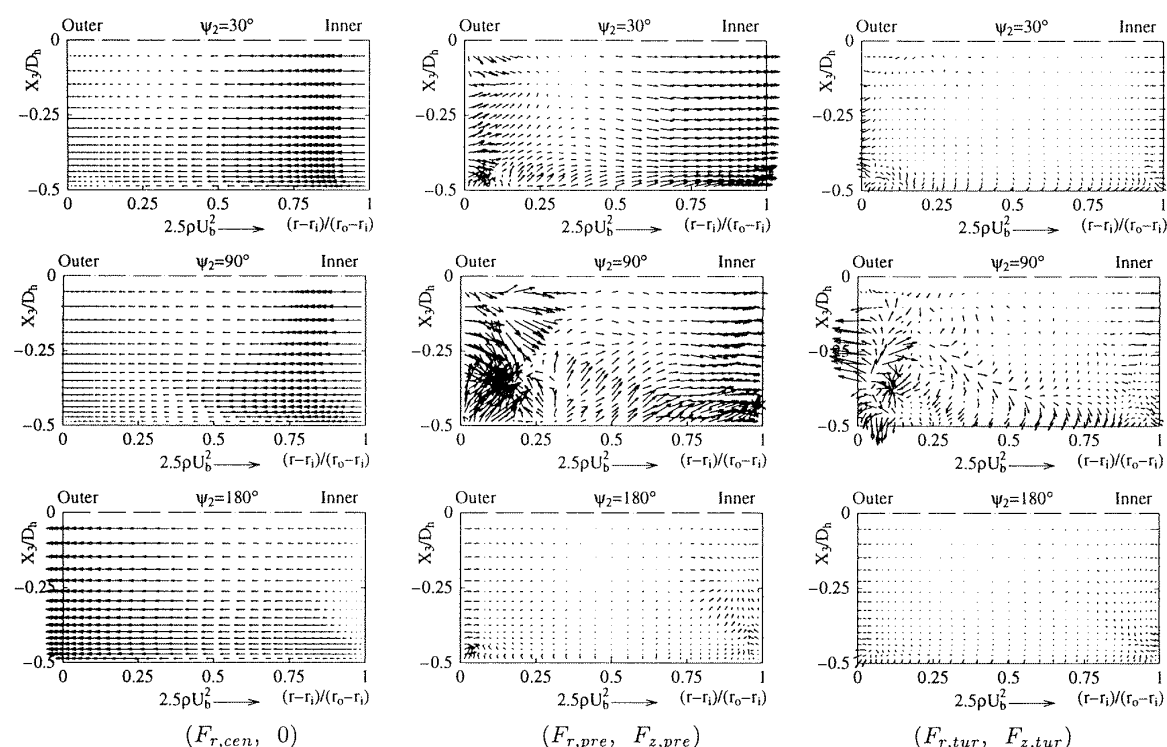


Fig. 8 Comparison of averaged intensity for secondary flow over the cross section



(a) Distributions of first bend



(b) Distributions of second bend

Fig. 9 Calculated results of centrifugal, pressure-driven and Reynolds stress-driven forces

徴として指摘できる。また非等方性乱流による力も内壁コーナー部においては比較的大きな値を有している。しかし、 $\psi_1=180^\circ$ では圧力こう配、非等方性乱流による力は減少して、遠心力のみが支配的となる。したがって図6に示した $\psi_1=180^\circ$ での二次流れ分布のよう

に循環流を形成することなく内壁から外壁への一方向への流れとなる。第2曲がり管に流入すると $\psi_2=90^\circ$ にて圧力こう配による力は、他の力に比較して大きくなり、その変化も外壁近傍にて大きいこと、同時に非等方性乱流による力も外壁近傍にて無視できない値を

有することが理解できる。このことは、非等方性乱流も第1種二次流れに少なからぬ影響を与えることを示唆している。 $\phi_2=180^\circ$ では $\phi_1=180^\circ$ と同様に遠心力が断面内で高い値を示し支配的となっている。以上のような特徴的現象は第3曲がり管でも同様に認められた。

以上の計算結果が示すように、この種の繰返し曲がり管路では、曲がりの位置により二次流れを左右する力は大きく変化すること、また第2, 第3曲がり管の90°近傍では非等方性乱流より生成される力も無視できず、乱流モデルの二次流れへの寄与も大きいことなどを二次流れ生成に関する新たな知見として指摘できる。

5. 結 論

正方形断面を有し曲がり角180°の管路を3個組合せた後繰返し曲がり管路内の乱流場を対象に、代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用い三次元乱流場の数値解析を行い、実験との差異分析を行うと同時に曲がり部における二次流れ挙動についても検討し以下の結論を得た。

(1) 本解析手法は主流方向速度の特徴的傾向を良好に予測するが、第2, 3曲がり管路においては定量的に差が認められた。

(2) 上下対称平面上(X_1 - X_2 平面)における主流方向速度等値線、および最大速度点を連ねた線を計算も定性的に予測するが、詳細に比較すると第2曲がり管路から第3曲がり管路への流入、第3曲がり管路から出口管路への流動状態が実験とは異なる。

(3) 流動状態の違いは内外壁中央部に沿う圧力係数分布に現れ、計算では外壁に第2のピーク値を示す。さらに第2, 3曲がり角90°内壁にて強い加速領域が形成される。

(4) 計算は第1曲がり管の二次流れを良好に予測するが第2, 3曲がり管の二次流れの値を大きく見積もる。また、その分布も両者で異なる。ただし、主流の偏りは全領域にて比較的良好に予測している。

(5) 二次流れを支配する力は曲がりの位置により大きく異なり各曲がり管出口($\phi_1, \phi_2, \phi_3=180^\circ$)では遠心力が支配的であること、90°付近では非等方性乱流による力も無視できないことを明らかにした。

本解析を遂行するに当たり岡山理科大学 高見敏弘教授からは貴重な助言をいただいた。ここに記して深甚の謝意を表す。

文 献

- (1) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., *J. Fluid Mech.*, **103** (1981), 443-463.
- (2) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., *Phys. Chem. Hydrodyn.*, **3** (1983), 243-269.
- (3) 須藤浩二・高見敏弘・矢野賢司, 機論, **58-548**, B (1992), 1015-1021.
- (4) Azzola, J., Humphrey, J. A. C., Iacovides, H. and Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **108** (1986), 214-221.
- (5) Bansod, P. and Bradshaw, P., *Aeronaut. Q.*, **23** (1972), 131-140.
- (6) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contract. Rep.*, 3759 (1984).
- (7) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contract. Rep.* 3550 (1982).
- (8) Shimizu, Y., Futaki, Y. and Martin, C. S., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **114** (1992), 593-600.
- (9) 清水幸丸・二木善希・Martin, C. S.・安井雅二・杉野公一, 機論, **57-537**, B (1991), 1592-1598.
- (10) 須藤浩三・高見敏弘・藤田昭文, ターボ機械, **21-6** (1993), 329-335.
- (11) Finlay, W. H., Guo, Y. and Olsen, D., *Phys. Fluids*, **A**, **5-11** (1993), 2689-2701.
- (12) Choi, D., Iacovides, H. and Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **111** (1989), 59-68.
- (13) Iacovides, H., Launder, B. E., Loizou, P. A. and Zhao, H. H., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **112** (1990), 409-415.
- (14) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56** (1976), 219-221.
- (15) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56-531**, B (1990), 3328-3335.
- (16) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57-539**, B (1991), 2269-2276.
- (17) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤誉之, 機論, **61-584**, B (1995), 1301-1309.
- (18) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤誉之, 機論, **61-581**, B (1995), 48-55.