

断面形状変化を伴うだ円断面管路内の乱流構造解析*

杉 山 均^{*1}, 秋 山 光 庸^{*1}
渡 辺 岳 男^{*2}, 加 藤 洋 幸^{*3}Numerical Analysis of Developing Turbulent Flow
in a Distorted Elliptical DuctHitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA,
Takeo WATANABE and Hiroyuki KATO

Numerical study of developing turbulent flow in a distorted elliptical duct was carried out at Reynolds number 0.988×10^5 by using algebraic Reynolds stress model. In a distorted elliptical duct, the configuration of cross section varies from elliptical to circular and from circular to elliptical along streamwise direction with keeping cross sectional area constant. Calculated results for three components of velocity and the five of the six Reynolds stress components were compared with the measuring data at seven different locations to clarify the validity of the present method and the development of turbulent structure. As a result of this numerical study, it was found that the distributions of streamwise velocity, the secondary flow and the averaged intensity of the secondary flow over cross section were reproduced by the present method. Adding to these points, both results displayed that the secondary flow of the second kind at inlet section transformed that of the first kind induced by the pressure gradient at a little distance from the inlet and that of the first kind again transformed that of the second kind at the outlet section. As for the comparison of Reynolds stresses between both results, the present method was able to realize characteristic features of normal and shear stresses qualitatively except for the spanwise normal stress.

Key Words: Turbulent Flow, Secondary Flow, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System, Distorted Elliptical Duct

1. 緒 言

断面形状が流れ方向に沿って変化する管路は、断面内圧力分布が変化することより、その平均速度場は断面変化のない管路の流れと比較すると大きく変化する。乱流場においては、レイノルズ応力場も変化する流れはさらに複雑となる。例えば非円形断面直管路から断面形状変化を伴う管路に流れが流入すると、乱れの非等方性により直管部に生成された第2種二次流れは、圧力こう配により誘起される第1種二次流れに変化する。

非円形断面直線管路に生成される第2種二次流れは、断面内主流方向平均速度のたかだか2~3%程度と微弱でその分布、および強度は乱流構造に大きく影響される。したがって熱交換器の伝熱促進を考えた場合、乱流構造を変化させ第2種二次流れ分布、およびその強度を変化させることより伝熱促進の向上が期待できる。粗面壁を設けることは、乱流構造を容易に変

化させ伝熱促進を図るうえで最も一般的な手法と考えられるが、そのとき、圧力損失を極力抑えるように工夫することも要求される。この意味から断面形状変化を伴う管路は乱流構造を変化させ、圧力損失を抑えることが可能な要素を含む管路であり、こうした管路の乱流構造を明らかにすることは重要である。同時にこうした断面形状が変化する管路にて第2種二次流れがどのように変化するかも興味あるところである。

こうした断面形状が変化する管路内の乱流計測に関しては、古くはMayer⁽¹⁾により実験が報告され彼は円形から長方形断面へ変化する管路を対象に静圧分布変化を報告している。Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽²⁾は、逆に一辺が40mmの正方形断面から水力直径を一定に保って直径40mmの円形断面に変化する管路内の時間平均速度分布を示している。またPatrick-McCormick⁽³⁾は円形より長方形断面に変化する管路内の乱流構造計測を行った最初であり、レーザ流速計(LDV)より応力場の計測結果を報告している。しかし彼らの測定結果は測定格子間隔が大きいためレイノルズ応力分布、二次流れ分布等を正確に捕そくしているとはいえない。この種の管路の乱流計測結果には、乱流特性量の測定結果は示されてはいるが、全レイノルズ応力成分を詳細に測定した報告はないこ

* 原稿受付 1997年7月9日。

^{*1} 正員, 宇都宮大学大学院工学研究科(☎321-8585 宇都宮市石井町2753)。^{*2} (株)日立製作所(☎101-8010 東京都千代田区神田駿河台4-6)。^{*3} 宇都宮大学大学院。

と、またそれらの計測データが数値解析手法、乱流モデル評価に寄与することを考慮し Davis-Gessner⁽⁴⁾ は全応力成分、二次流れ分布など詳細な測定を長方形断面縦横比 3、ダクト長さが入口円管直径の 1.5 倍の遷移ダクトを対象に報告している。また、非円形断面でその断面形状が変化する場合には前述のように 2 種類の二次流れが存在することになるが、こうした 2 種類の二次流れの発達挙動を計測した結果が報告されていないことより、著者ら⁽⁵⁾ は、だ円断面形状を有し、断面積一定のもとに流れ方向に形状が変化し出口部においては入口だ円断面形状が 90° 回転した形状となる管路の二次流れ分布、レイノルズ応力分布等を LDV により計測した。

一方、この種の断面形状変化を伴う管路を対象にした数値解析は管路形状が複雑であることより、報告例は実験に比較し少ない。Lien-Leschziner⁽⁶⁾ は Davis ら⁽⁴⁾ の実験を対象に 3 種類の $k-\varepsilon$ 二方程式モデルを用い解析を行った。Lien らは等方性乱流モデルなため乱流エネルギー分布のみの比較を行っている。また、二次流れ分布に関しても実験と比較しているが計算では顕著な二次流れ生成が認められない。そこで著者ら⁽⁷⁾ も Davis ら⁽⁴⁾ の実験を対象に代数応力モデルにて計算を行い、比較的良好に二次流れ、レイノルズ応力分布を再現できることを示した。しかし、これまで発生要因の異なる 2 種類の二次流れの変化を数値予測し定量的に比較した報告は少ない。

以上の研究経緯から、だ円断面形状が流れ方向に沿って断面積一定の条件のもとに、断面形状が変化する著者ら⁽⁵⁾ の行った実験を対象にその三次元乱流構造、二次流れ変化を代数応力モデルにて数値予測することを目的とする。解析結果は実験値と比較し、解析手法の妥当性を検証する。

2. 記 号

C_p : 圧力係数 $= 2(P - P_{\text{ref}}) / \rho U_b^2$

D_h : だ円断面管路での水力直径

I_s : 断面内の平均二次流れ強度

k : 乱流エネルギー

P : 時間平均圧力

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$

u_i : i 方向時間変動速度成分

$\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力

U_i : i 方向時間平均速度分布

U_b : 断面内主流方向平均速度

X_i : 物理平面上の i 方向座標軸

ε : 乱流散逸

ρ : 密度

3. 解 析 手 法

3.1 計算対象実験 図 1 に筆者ら⁽⁵⁾ の断面形状変化を伴うだ円管路の概略図ならびに座標系を示す。作動流体には水を用い、入口流路はだ円断面形状をしておりその長軸は 64 mm、短軸は 32 mm、長短軸比は 2 である。図 1 に示す湾曲だ円断面管路は、だ円断面直管路の途中に設置されており、湾曲だ円断面管路の上流部には完全発達乱流を得るため $72.5 D_h$ ($D_h = 41.5$ mm) の長さに相当するだ円断面直管部が、湾曲だ円断面管路の下流部には $15 D_h$ のだ円断面直管部が設けてある。ここで D_h はだ円断面にて算出した水力直径である。さらに実験時のレイノルズ数は 0.988×10^5 である。

湾曲だ円断面管路は、だ円形状から真円形状へ、そして入口断面を 90° 回転させただ円形状に再度変化する。上、下流に設けられただ円断面直管部との接続に支障がないよう上流に 37 mm、下流に 63 mm の直管部を設けてある。湾曲だ円断面管路では、流れ方向への圧力変化を抑える意味から断面積一定のもとに断面形状を変化させた。座標系は主流方向を X_1 、長軸、短軸方向をおのおの X_2 , X_3 と定義し、図 1 に示す湾曲だ円断面管路の入口を便宜的に原点とする。断面輪郭形状は別報にて詳細した⁽⁵⁾。測定領域は系の対称性を考慮して図 1 の斜線部にあたる 1/4 断面とした。また乱流計測位置は図 1 に示す Station ①から⑦の 7 断面として 50 mm 間隔に配置されている。測定はレーザドップラー流速計にて行い、入射レーザ光の屈折を極力抑え正確な位置決めを確保する意味から、湾曲だ円断面管路は、その全体が直方体形状の水槽に没する構造としてある。

3.2 レイノルズ応力輸送方程式 本解析においては乱れの非等方性をより正確に予測するためレイノ

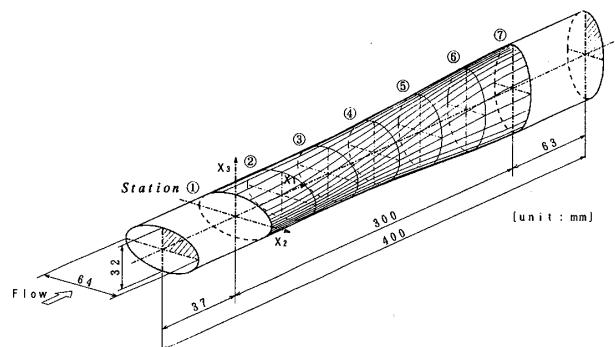


Fig. 1 Distorted elliptical duct and definition of coordinate system

ルズ応力輸送方程式を解くものとする。輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} = & - \left(u_i u_k \frac{\partial u_j}{\partial X_k} + u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

上式左辺の対流項，ならびに右辺第3項の拡散項に対しては Rodi⁽⁸⁾ 近似を適用しモデル化を行った。さらにモデル化のうえで特に問題となる圧力-ひずみ相関項のモデル化，ならびにその定数の導出，決定に関する詳細については別報⁽⁹⁾にて詳述した。

3.3 境界適合座標 境界適合座標系による計算手法は，物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定，方程式の離散化が容易な反面，変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots\dots\dots (2)$$

上式中 ξ, η, ζ は変換された計算平面での座標軸を示している。上式を用いた各方程式の変換法，変換により導出される輸送方程式，反変速度，計量テンソルなどは別報にて詳述した⁽¹⁰⁾。

3.4 数値解析 計算に際しては湾曲だ円断面管路入口 ($X_1=0$) の上流部は $51.8D_h$ の助走管路を，出口 ($X_1=7.23D_h$) 下流部には $40.7D_h$ の直管路を設け計算を行った。計算領域は，実験同様 $1/4$ 断面とし，レイノルズ数も同一に設定した。計算格子数は断面内で 15×15 ，主流方向に 181 の計 40 725 点とした。計算格子を図2に示す。断面形状が変化する領域は特に

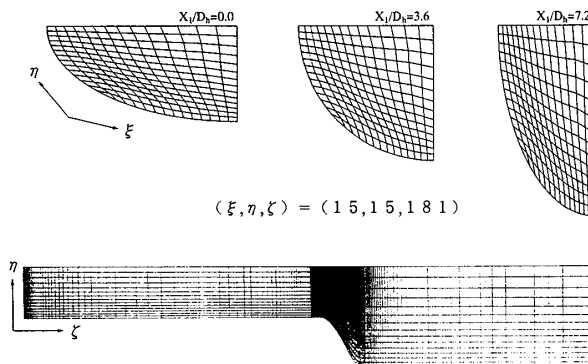


Fig. 2 Computational mesh

格子を密に配置した。本解析では高レイノルズ数形の乱流モデルを用いているため乱流エネルギー，および乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。流入条件は一様流で $k=U_b^2 \times 10^{-5}$ ， $\epsilon=k^{1/2}/D_h$ と小さな値を設定した。出口境界条件はレイマン条件として計算を行った。式の離散化は有限差分近似により行い各計算諸量の格子点配置は，変化の大きな壁面近傍にて密になるよう不等間隔格子とし Regular Grid 法によった。支配方程式中の対流項差分近似は，QUICK (三次精度の風上差分) を使用し，主流方向拡散項の省略のない三次元だ円形方程式として解析した。本解析手法は，非等方性乱流場を予測でき，かつ複雑形状に沿う境界条件を容易に設定可能であり，本研究で対象とした流れ場を解析するに妥当な手法と考えられる。

4. 結果と考察

実験における乱流測定は， $X_1/D_h=0.0, 1.2, 2.4, 3.6, 4.8, 6.0, 7.2$ の7断面にて行っており，同位置における計算結果との比較を以下に示す。断面内全体での流動挙動を把握する意味から，等値線分布をもって両結果を比較した。

4.1 平均速度場の比較 図3に各測定断面における主流方向速度等値線の比較図を示す。実験結果より短軸壁面近傍の等値線の密な分布は下流に行くにしたがい粗な等値線分布へと変化していくことがわかる。逆に長軸壁面近傍の粗な等値線分布は密な分布へと変化していく。計算もこうした特徴的現象を再現している。また，計算は管路中央部にて1.2の等値線を予測し，実験とは異なるが比較的良好に実験等値線分布を再現している。

図4は二次流れ分布を両結果にて比較したものである。湾曲だ円断面管路の入口に相当する $X_1/D_h=0.0$ では，断面平均速度の2%程度の第2種二次流れが形成されている。第2種二次流れは管中心部から長軸に沿って管壁に向かい流れ，管壁に到達後だ円壁に沿って流れ，大きな循環流を形成する。計算もこの第2種二次流れを再現している。

$X_1/D_h=1.2$ に至ると循環流は消滅し，側壁から上壁に向かう一方の二次流れ分布となる。これは断面形状変化により断面内の圧力分布が変化し，上壁近傍に比較し側壁近傍に高い圧力が形成された結果と推察される。したがって，こうした側壁から上壁に向かう二次流れは先の第2種二次流れとは異なり，第1種二次流れと解釈される。 $X_1/D_h=0.0$ と1.2の断面形状変化はわずかであるが，入口で見られた第2種二次流れの循環流は大きく変化している。このことは第2種

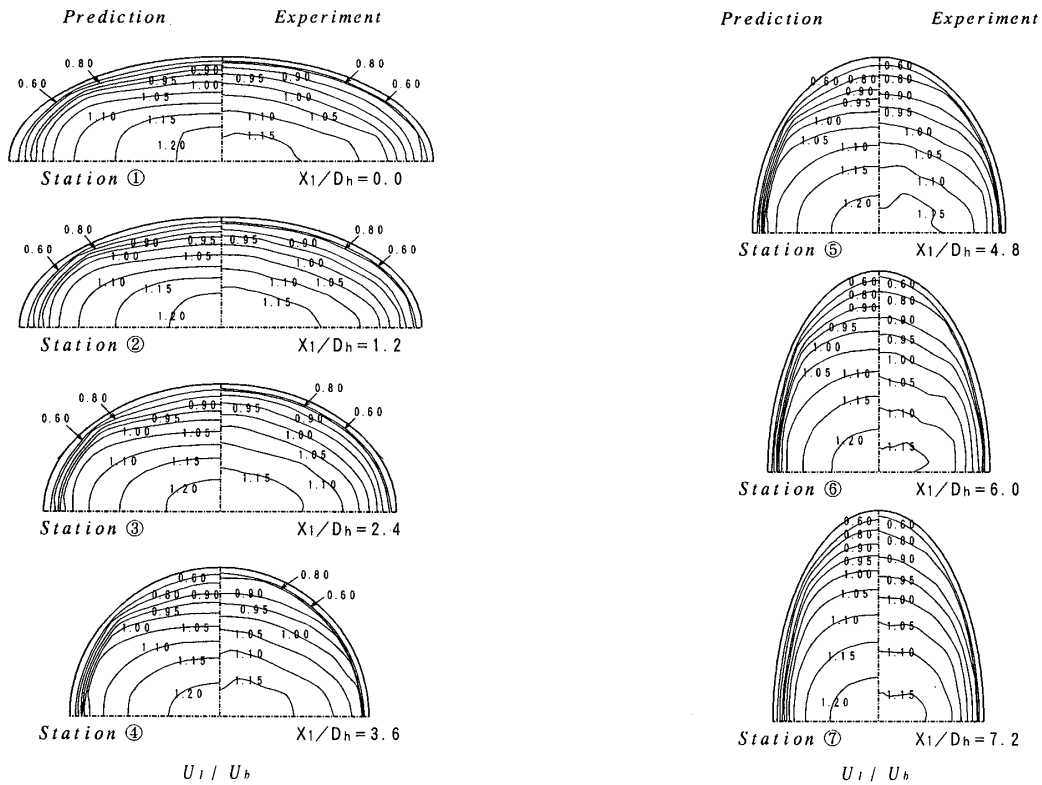


Fig. 3 Comparison between calculation and experiment of streamwise velocity

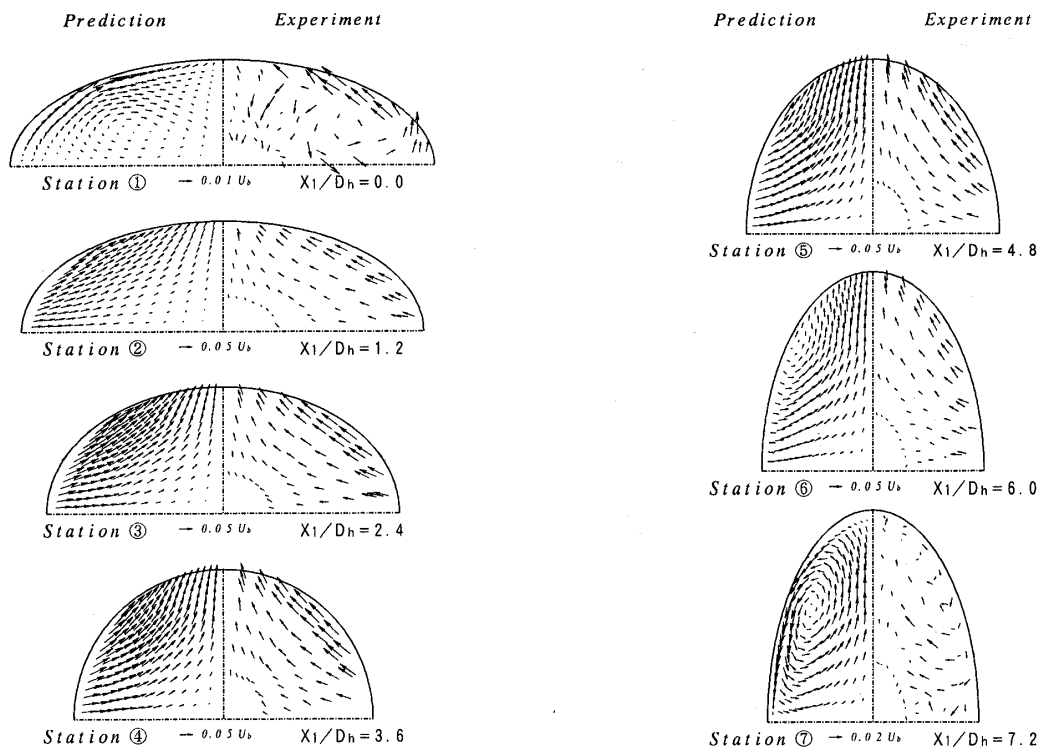


Fig. 4 Comparison between calculation and experiment of secondary flow

二次流れは形状変化に敏感に変化することを示唆している。計算結果もこうした現象を再現している。

$X_1/D_h=2.4\sim6.0$ 断面では $X_1/D_h=1.2$ と相似な側壁から上壁に向かう一方の二次流れ分布となるが、その強度は断面にて変化する。また二次流れは壁面近傍に沿って大きな値を示し、壁面近傍の低速流体を上壁側に移流する。断面形状変化が完了する $X_1/D_h=7.2$ では、再度第2種二次流れが形成されている。こうした傾向を計算は比較的良好に予測している。

次に二次流れ強度の定量比較のため、以下に示す二次流れの断面内平均強度を定義し各断面における二次流れの平均強度を比較した。結果を図5に示す。

$$I_s = \frac{\int \sqrt{U_2^2 + U_3^2} dA}{\int dA} \dots\dots\dots (3)$$

上式中 dA は微小分割面積を示す。図5の実験結果より二次流れの平均強度は流れ方向に単調増加し最大値を取ったのち減少する。その最大値は湾曲だ円断面管路の中央部に相当する $X_1/D_h=3.6$ で断面内主流平均速度の4.28%の値をもつ。 $X_1/D_h=3.6$ を境に二次流れ強度が減少するのは、この断面より下流では上壁近傍の圧力が側壁近傍の圧力より高くなり二次流れ生成を抑制する方向に作用するためと予測される。計算はこうした実験結果を比較的良好に再現した。

図6は管上壁の $X_2=0.0$ の位置に沿った静圧分布を両結果にて比較したものである。 P_{ref} は $X_1/D_h=0.0$ における静圧を示している。実験結果より静圧は直線的に単調に減少するのではなく増加、減少を伴いながら全体的に減少する。 $X_1/D_h=3.5$ までは比較的大きな減少を伴い、 $X_1/D_h=3.5$ 以降では増加傾向を示す。計算結果も実験ほど顕著ではないが、減少傾向を示したのち、増加傾向を示し実験結果の現象を再現している。

4.2 レイノルズ応力場の比較 図7に乱流エネルギー等値線を比較した結果を示す。各値は断面内の平均速度 U_b にて無次元化した。図7中のハッチング領域は、レーザ光の屈折などにより十分な計測が行われずデータが欠落した領域を示している。実験結果の各断面での最大値に注目すると $X_1/D_h=3.6$ の位置を境にして上流部では上壁近傍に、下流では側壁近傍に最大値は存在することがわかる。計算もこうした現象を再現はするが、定量的な一致までには至っておらず、実験値を大きく予測している。

図8は X_2 軸方向に沿う垂直応力を比較した結果である。実験結果より垂直応力 $\overline{u_2^2}$ は $X_1/D_h=3.6$ までは上壁近傍にその最大値が存在し、比較的大きな領域を占めることが認められるが、 $X_1/D_h=3.6$ の下流で

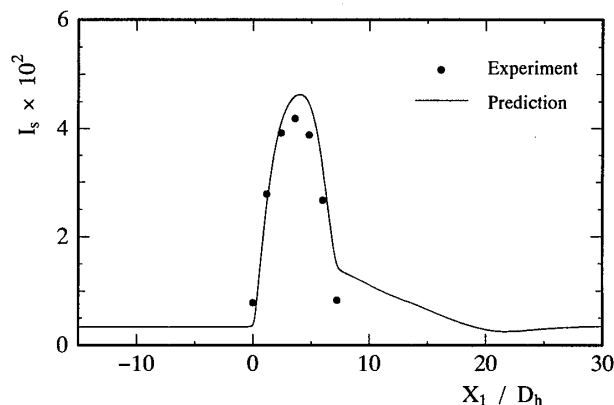


Fig. 5 Comparison of secondary flow intensity

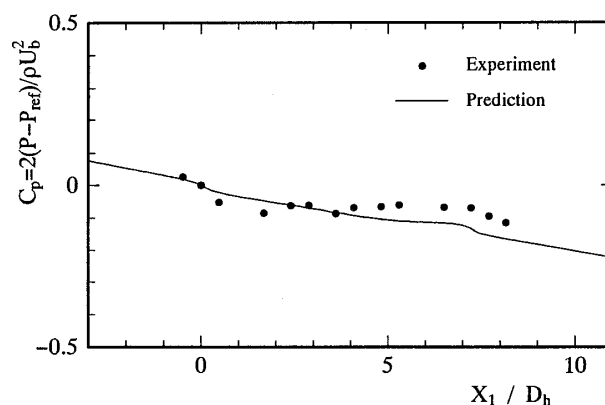


Fig. 6 Comparison of pressure coefficient along streamwise direction

は上壁に認められた最大値の領域は減少傾向を示すことが認められる。一方、計算結果は上壁近傍にて最大値を示すが、その最大値は下流に行くにしたがい上壁近傍から管路中央部に向かって移動し、実験と異なる。また、その値も実験値と比較して大きく実験とは異なる結果を示した。

図9は X_3 軸方向の垂直応力 $\overline{u_3^2}$ の両結果を比較したものである。実験結果よりその最大値は側壁近傍に存在し下流に発達するにつれ、比較的大きな値を占めるようになる。垂直応力 $\overline{u_3^2}$ の場合、上壁はその生成を抑制する方向に働き、側壁はその生成を促進する方向に作用することになる。計算結果もこうした傾向を再現するが計算は実験値を大きく予測している。先の垂直応力 $\overline{u_2^2}$ の計算結果では、最大値の管路中央部への移動が認められたが垂直応力 $\overline{u_3^2}$ では認められない。

図10はせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の比較結果である。実験、計算結果に共通する点として、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の等値線は X_3 軸とほぼ平行に壁面から管中央部へ発達するのが理解できる。かつその絶対値の最大は側壁近傍に存在し流れの発達に従って、その領域を拡大してい

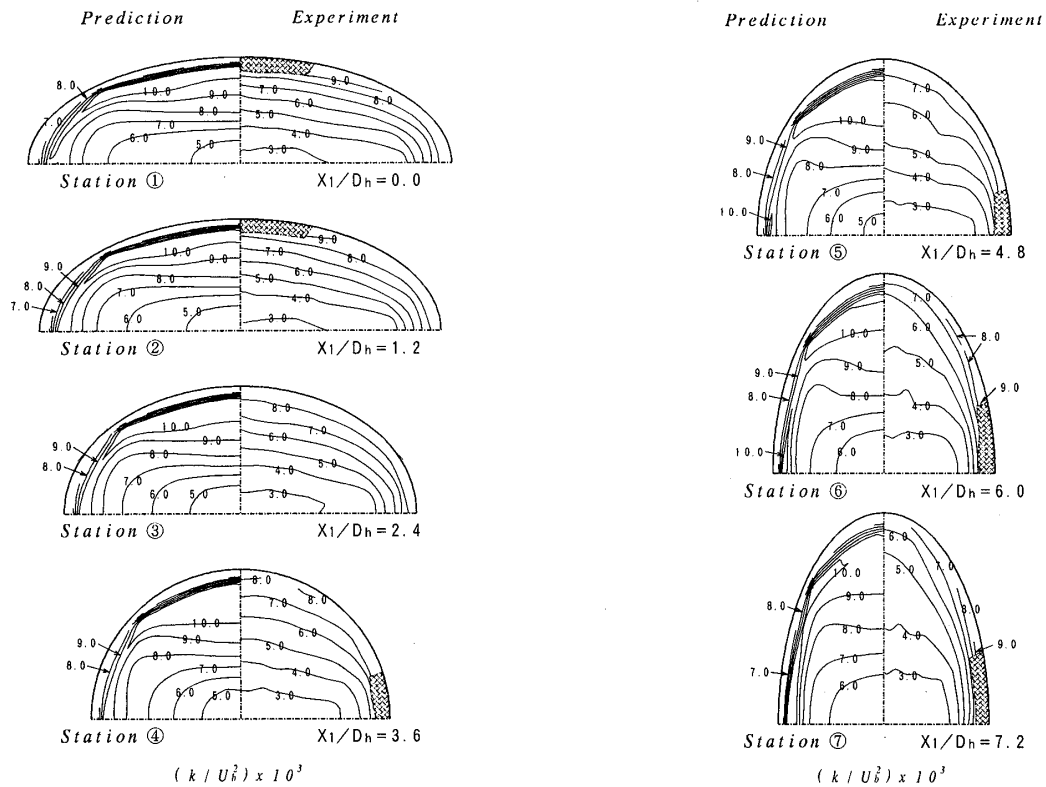
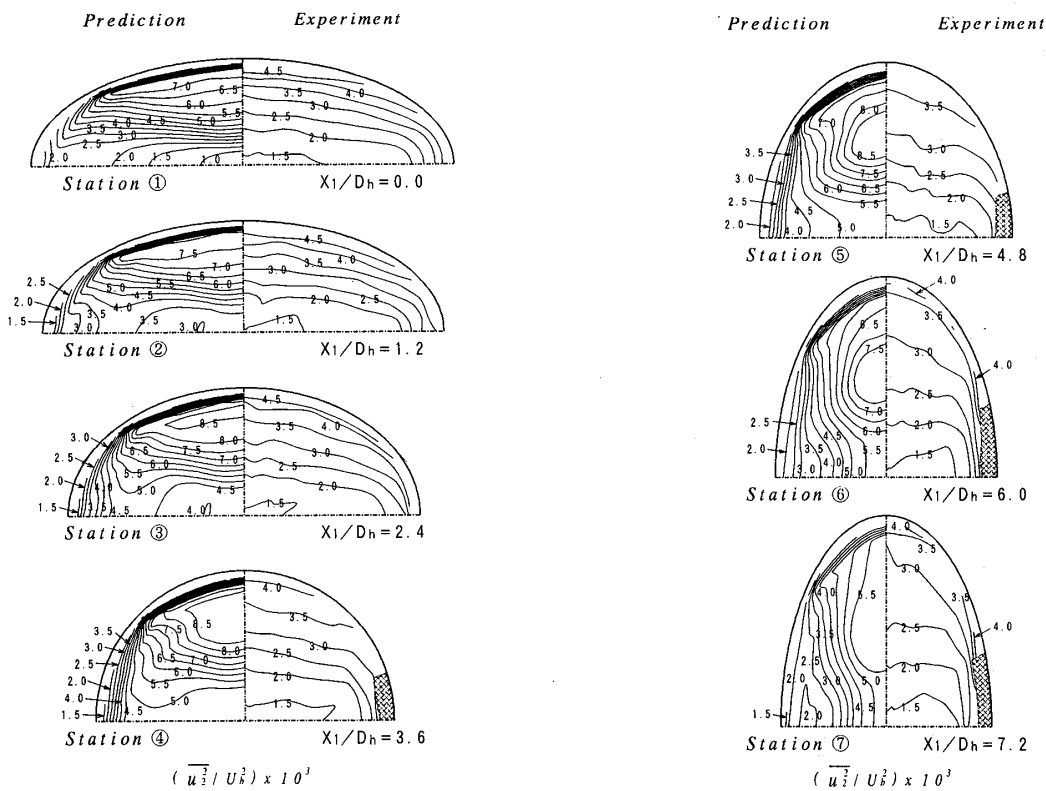
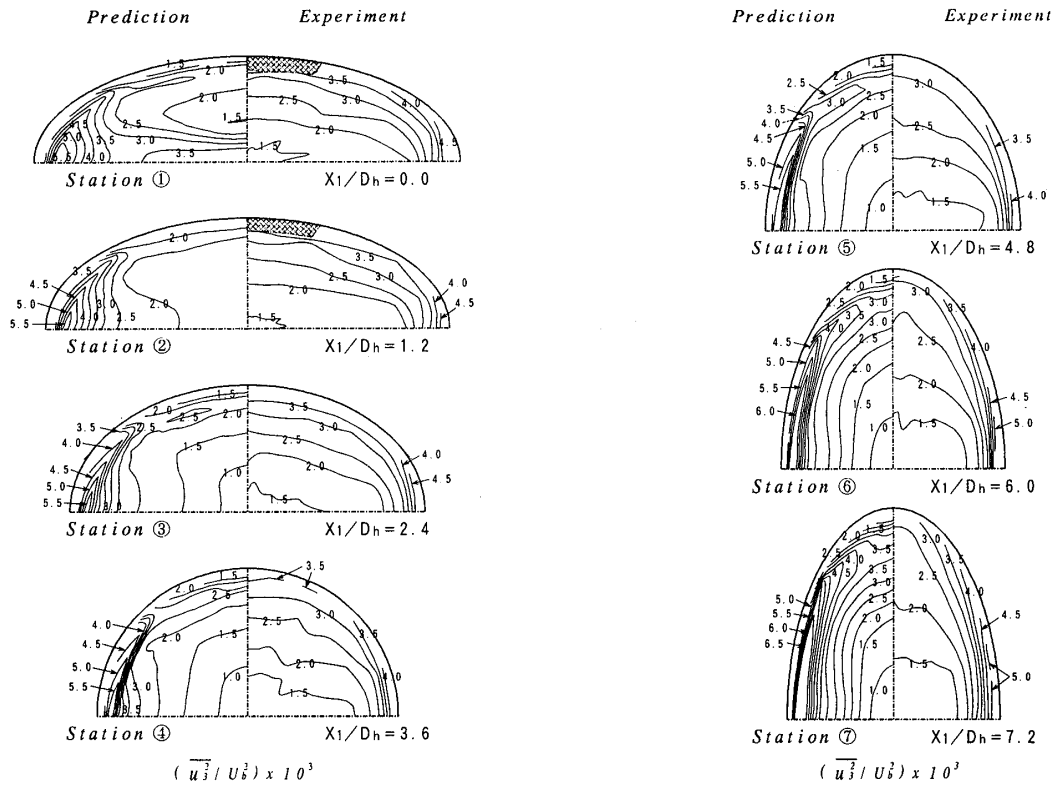
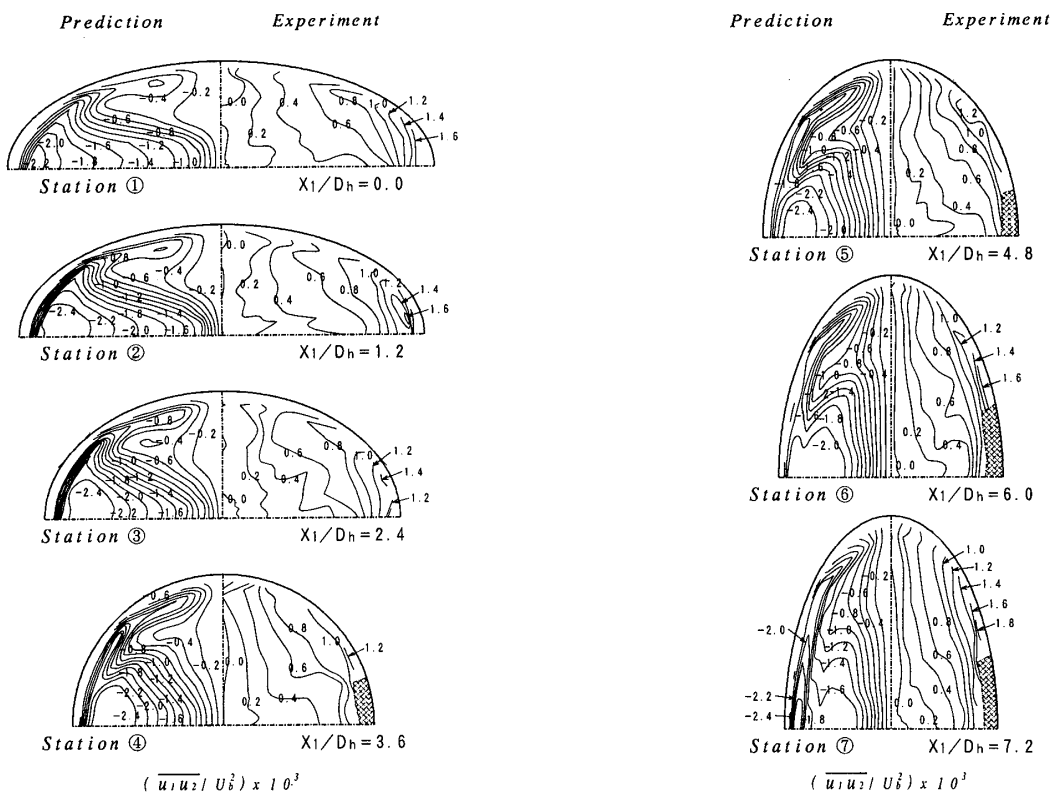
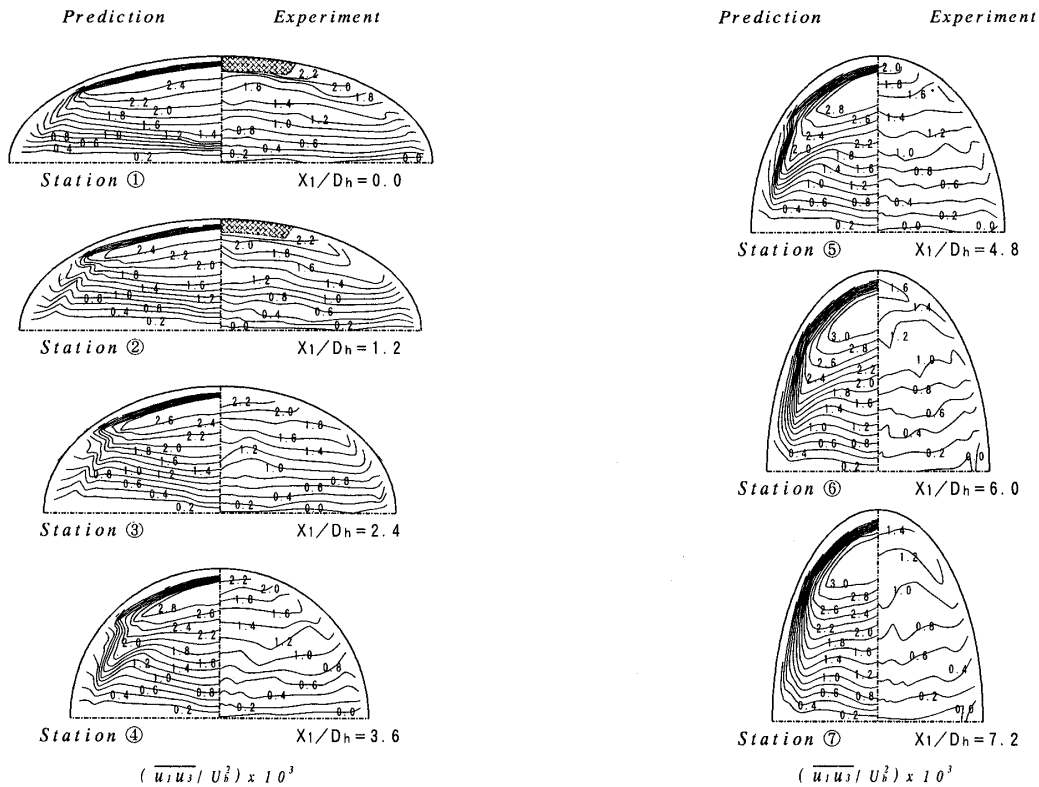


Fig. 7 Comparison between calculation and experiment of turbulent energy

Fig. 8 Comparison between calculation and experiment of spanwise normal stress $\overline{u_2^2}$

Fig. 9 Comparison between calculation and experiment of vertical normal stress $\overline{u_3^2}$ Fig. 10 Comparison between calculation and experiment of shear stress $\overline{u_1 u_2}$

Fig. 11 Comparison between calculation and experiment of shear stress $\overline{u_1 u_3}$

くことが理解できる。ただし、計算結果の最大値を示す領域は大きな島状分布を示し実験とは多少異なる。

図 11 はせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ を比較した結果を示している。図 11 より明らかなようにせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ と比較すると両者の等値線分布は大きく異なりせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ は、 X_2 軸に平行な等値線分布を形成する。またその最大値はせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ の場合には側壁近傍に、 $\overline{u_1 u_3}$ の場合には上壁近傍に生成される。このことはせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ は主流方向速度の X_2 軸方向の速度こう配、せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ は主流方向速度の X_3 軸方向の速度こう配に支配されることから理解できる。計算もこうした特徴的な現象を再現しているが、定量的には差が認められ下流に行くにしたがい顕著である。

5. 結 論

だ円断面形状が流れ方向に変化する湾曲だ円断面管路を対象に代数応力モデル、境界適合座標にて解析し実験結果と比較することより、以下の結論を得た。

(1) 主流方向速度は流れ方向に沿って変化すが、本解析手法は比較的良好にその等値線分布を再現する。

(2) 湾曲だ円断面管路入口の 1/4 断面にて第 2 種二次流れによる 1 個の渦が形成され、その後わずかな

形状変化によって第 1 種二次流れへと変化するが、計算もこうした現象を良好に再現した。

(3) 断面内の平均二次流れ強度は流れ方向に沿って増加し流れ方向管路中央の位置にて最大値を取ったのち減少するが計算結果も同様な結果を示し、比較的良好に二次流れ強度を再現した。

(4) 垂直応力分布について、計算は特徴的な現象を予測するものの、実験値を大きく予測する傾向にある。特に実験結果と異なる点として、計算結果による垂直応力 $\overline{u_2^2}$ の最大値の管中央部への移動を指摘できる。

(5) せん断応力分布 $\overline{u_1 u_2}$ は鉛直軸に平行に $\overline{u_1 u_3}$ は水平方向軸に平行な等値線分布を形成し、その絶対値の最大はせん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ は側壁近傍にせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ は上壁近傍に生成されるが計算もこうした現象を再現した。

文 献

- (1) Mayer, E., NACA, Tech. Mem., 903 (1939).
- (2) Taylor, A.M.K.P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., NASA, Contr. Rep., 3447 (1981).
- (3) Patrick, W. P. and McCormick, D. C., NASA, Contr. Rep., 182286 (1988).
- (4) Davis, D. O. and Gessner, F. B., AIAA, 30 (1992), 367-375.
- (5) 杉山均・秋山光庸・渡辺岳男, 機論, 64-621, B(1998),

- 1335-1342.
- (6) Lien, F. S. and Leschziner, M. A. *Eng. Turbulence Modell. Exp.*, **2** (1993), 217-228.
- (7) 杉山均・秋山光庸・人見大輔, 機論, **62**-601, B (1996), 3309-3316.
- (8) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56** (1976), 219-221.
- (9) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56**-531, B (1990), 3328-3335.
- (10) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57**-539, B (1991), 2269-2276.
-