

弾性振動平板まわりの流動解析*
(たわみを含む連成を考慮したアプローチ)高藤 圭一郎^{*1}, 筒井 壽博^{*1}
秋山 光庸^{*2}, 杉山 均^{*2}Numerical Analysis of Flow around a Vibrating Elastic Plate
(An Approach Considered with Interaction of Distortion)Keiichiro TAKATO, Toshihiro TSUTSUI,
Mitsunobu AKIYAMA and Hitoshi SUGIYAMA

A flexible vibrating plate with distortion, fluid transport system of comparatively simple structure, accelerates surroundings fluid locally. However, it is not well known how the vibrating plate with deflection drives the fluid around it in the CFD field. Therefore, a practical finite-difference method that is able to handle such complicated phenomenon is desired strongly. In the present study we have not used the ALE method, which is often applied these problems. All terms of NS equation are assigned by the velocity which is observed from the grid on the moving mesh in this method. In addition, we used the new mesh generation technique because the solver needs quick response. As the mesh is moving with the elastic plate, we call this Elastic Mesh Generation (EMG) method. As the results, this solver which indicated good agreement between the experiment and the calculation can be used as a practical tool to predict the velocity field near the plate and the reacting force from the fluid to the plate.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Fluid-Structure Interaction, Elastic Vibrating Plate, Elastic Moving Mesh

1. 緒 言

流体中で構造体が振動し、流れを引き起こす現象は数々の現象のなかで最も基本的なものの一つである。なかでもたわみを有するカンチレバー状の弾性振動平板は周囲流体を局所的に加速する比較的簡素な構造の流体輸送機構としていろいろな応用^{(1)~(3)}が期待される。一様流中に置かれたカンチレバー状に振動する平板は流体をさらに駆動しカルマン渦と逆回転の渦を発生することは渡部ら⁽⁴⁾、黒田ら⁽⁵⁾の実験により知られている。従来これらの現象はおもに実験的に評価されてきた。

またこのような振動板の流体駆動メカニズムと類似した問題として魚類の推進メカニズムがある。この問題についての実験的研究は比較的多く、Hertel⁽⁶⁾の先駆的な報告から、最近では中島⁽⁷⁾や、宮江⁽⁸⁾、西尾⁽⁹⁾などの多関節魚形ロボットの研究が盛んである。しかし数値解析ではたわみまで考慮できる計算手法はほとんど見られず、秋元ら⁽¹⁰⁾による圧力コンターのみ

の部分的な報告にとどまっている。

以上のように広義でたわみのある振動体によって生成される流れは注目されつつあるにもかかわらず数値計算手法は確立されておらず解析例も著者の知る範囲でほとんど存在しない。

この問題を複雑にしている要因として構造体から流体への伝達力のみではなく流体から構造体への反力の存在がある。一般に振動する構造体まわりの流体力をその振動解析に取り込むことは困難な場合が多く、魚のような複雑な運動はいうにおよばず、最も簡単なカンチレバー振動子(以下 L 寸が数 mm 以下の小形平板について振動子という)についてもその運動は周囲流体に影響される。すなわち流体輸送機構としての振動子の運動は周囲流体の連成効果まで考慮した流体力学的理解が非常に浅い。

例えば著者らが既報⁽¹¹⁾⁽¹²⁾で用いた振動子の機構は圧電ポリマをアクチュエータとしており、システムを作動させるために系外から電力の形でエネルギーを与え振幅や振動数をコントロールしている。ところがこのカンチレバー状の振動子は周囲流体の影響により十分大きな密閉空間においても、その共振振動数は真空中と比較して変位振幅の増大とともにその共振振動数は低振動数側に遷移するが、この基本的特徴でさえ数

* 原稿受付 1997年5月20日。

^{*1} 正員, (株)本田技術研究所栃木研究所(☎ 321-3393 栃木県芳賀郡芳賀町下高根沢 4630)。^{*2} 正員, 宇都宮大学工学部(☎ 321-8585 宇都宮市石井町 2753)。

値計算的に予想することは困難である。

そのような流体輸送機構としての振動子の運動はその構造や材料によって決まる振動子の動特性と周囲流体の種類や流路形状の効果を含んだ圧力などの反作用によって決まる負荷特性との相互に連成した(以下、相互連成と略す)現象のバランスで決定すると考えられる⁽¹²⁾が、このような複雑現象を扱い得る実用的な数値計算手法が待望される。

そこで本研究は流体-構造体の相互連成の解法を開発するための第1段階として構造体表面の運動を既知とし、流体からの反力による表面の変形を考慮しない連成の場合(以下、片連成という)を仮定し検討する。ここでは比較的流れの構造が安定であると考えられる低レイノルズ数領域の強制対流場を対象としている。

まず、この種の解析によく用いられるALE法への本研究対象への適合性を述べたあと、新たに開発した格子から見た相対的な流れの速度を直接NS方程式に代入することで、先の格子生成法により得られた計算格子と結びつける方法について述べる。

さらに、本解析手法の特徴として、時々刻々変化する振動子表面に追従する計算格子を簡便に短時間で生成する方法を提案する。

次にこの数値解析による振動子表面まわりの速度場の結果を、同時に行った実験と比較し、その有効性を確認する。さらにこれまで困難であった表面の運動に伴う抗力係数 C_D の変化について言及する。

2. おもな記号

Re : レイノルズ数 $= u_{1in}L/\nu$

u_{1in} : x_1 方向の入口速度

L : 振動子の長さ (x 方向)

ν : 動粘性係数

u_1, u_2, u_3 : x_1, x_2, x_3 方向の物理空間座標の速度

V : 流れの速度ベクトル $= (u_1, u_2, u_3)$

V' : 格子から見た流れの相対速度ベクトル
 $= (u'_1, u'_2, u'_3)$

V_G : 計算格子の速度ベクトル $= (u_{G1}, u_{G2}, u_{G3})$

x_1, x_2, x_3 : 物理空間座標

ξ, η, ζ : 計算座標

p : 圧力

f : 振動子の振動周波数

T : 振動子の振動周期 $= 1/f$

t : 時間

ρ : 密度

C_D : 抗力係数

D : 抗力

3. 解析対象の概略

3・1 実験解析手法 本研究における数値解析の査証のための実験は循環形の風洞を含め、基本的に著者らの既報⁽¹⁾⁽²⁾と同じものを用いた。振動子の外形を図1、供試空間および計測システムの概略を図2に示す。振動子はレバー長さ20 mmのユニモルフ構造のものであり、運転条件は100 V_{pp}の交流電圧を一次の共振振動数(61 Hz)で与えた場合である。このとき後縁の変位振幅は1.1 mmであった。ただし強制対流については数値計算時間の短縮を意図し既報⁽¹⁾⁽²⁾に対しやや大きいレイノルズ数 ($Re=965$) とした。振幅の計測には図2の⑤ Laser Doppler Vibrometerを用い、流れの速度の計測は③ Laser Doppler Velocimeterで行った。

3・2 計算解析対象 計算空間は図3のように x_1 方向に300 mm, x_2 方向100 mmの二次元流路を想定した。空間座標の原点は振動子の前縁に置いている。振動子はレバー長さ $L=20$ mmで、流路入口から90 mmの位置を原点とした。また格子点数の節約と格子密度のなめらかな変化とを両立させる目的から、ス

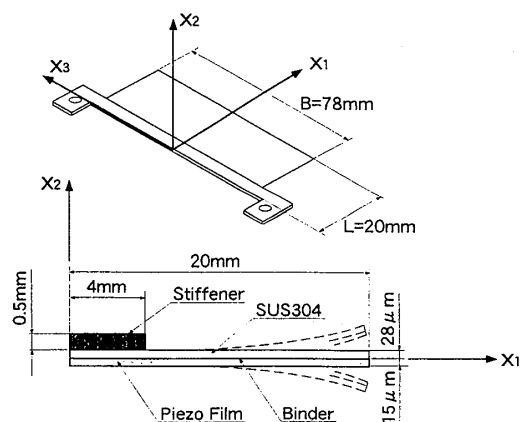


Fig. 1 Test piece

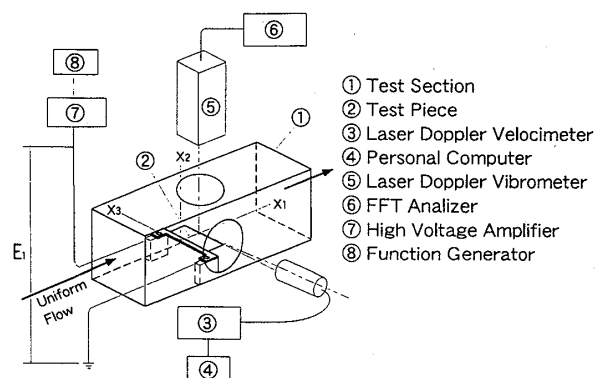


Fig. 2 Schematic of experimental setup

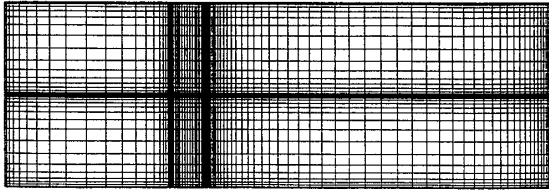


Fig. 3 Test section for calculation

ティフナ部分を加味しピエゾフィルム部分より厚く一定の0.2 mmとして実物を模擬した。振動子の運動は振動数60 Hzの一次共振モードを想定し後縁変位振幅1 mmとしている。

4. 数値解析手法

4.1 座標系と支配方程式 解析対象である弾性振動子まわりの流体力を正確に予測するためにはたわみを考慮する必要がある。このため本計算では表面の形状を正確に扱うことのできる境界適合座標系(BFC)を採用した。物理量の格子点への配置はRegular Grid法によった。今回開発したプログラムは将来三次元に発展させる予定であるためここでは格子点数を113×43×3点とすることで二次元を模擬している。

非圧縮のNS方程式を移動境界問題で解く場合、通常ALE法⁽¹³⁾(Arbitrary Lagrangian-Eulerian technique)が多用され、層流領域では岡島ら⁽¹⁴⁾や杉山ら⁽¹⁵⁾の振動角柱まわりの流動解析例がある。また、移動格子法により流れと構造体の連成解析にまで振張した例としては定岡⁽¹⁶⁾の乱流領域での振動円柱まわりの数値解析をあげることができる。

定岡⁽¹⁶⁾によればALE法は式(1)で示される。

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \{(V - V_G) \cdot \nabla\} V = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 V \quad \dots\dots\dots (1)$$

この式(1)に対し移動格子による書き方を適用すると、 $V = V' + V_G$ とすることで式(2)のようになる。これは対流項の方向微係数を格子と流体の相対速度 V' で表現しようとするものである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (V' + V_G)}{\partial t} + (V' \cdot \nabla)(V' + V_G) \\ = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 (V' + V_G) \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

一方、NS方程式に $V = V' + V_G$ を代入したものは式(3)と書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (V' + V_G)}{\partial t} + \{(V' + V_G) \cdot \nabla\} (V' + V_G) \\ = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 (V' + V_G) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

後述するように式(3)の運動方程式をカーテシアンテ

ンソル形式に書き下すと式(4)を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (u'_i + u_{Gi})}{\partial t} + \frac{\partial (u'_i + u_{Gi})(u'_j + u_{Gj})}{\partial x_j} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \frac{\partial (u'_i + u_{Gi})}{\partial x_j} \right\} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

計算空間への変換は以下になる。

すなわち、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots\dots\dots (5)$$

により座標変換を行うと最終的に式(6)を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial t} \\ + \alpha' \frac{\partial u'_i}{\partial \xi} + \beta' \frac{\partial u'_i}{\partial \eta} + \gamma' \frac{\partial u'_i}{\partial \zeta} \\ + \alpha' \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \xi} + \beta' \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \eta} + \gamma' \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \zeta} \\ + \alpha_G \frac{\partial u'_i}{\partial \xi} + \beta_G \frac{\partial u'_i}{\partial \eta} + \gamma_G \frac{\partial u'_i}{\partial \zeta} \\ + \alpha_G \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \xi} + \beta_G \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \eta} + \gamma_G \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \zeta} \\ = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) \\ + \nu \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \left(\xi_{x1}^2 + \xi_{x2}^2 + \xi_{x3}^2 \right) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \xi} \right) \right. \\ \left. + (\xi_{x1} \eta_{x1} + \xi_{x2} \eta_{x2} + \xi_{x3} \eta_{x3}) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \eta} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \eta} \right) \right. \\ \left. + (\xi_{x1} \zeta_{x1} + \xi_{x2} \zeta_{x2} + \xi_{x3} \zeta_{x3}) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \zeta} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \zeta} \right) \right\} \\ + \nu \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ (\xi_{x1} \eta_{x1} + \xi_{x2} \eta_{x2} + \xi_{x3} \eta_{x3}) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \xi} \right) \right. \\ \left. + (\eta_{x1}^2 + \eta_{x2}^2 + \eta_{x3}^2) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \eta} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \eta} \right) \right. \\ \left. + (\eta_{x1} \zeta_{x1} + \eta_{x2} \zeta_{x2} + \eta_{x3} \zeta_{x3}) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \zeta} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \zeta} \right) \right\} \\ + \nu \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ (\xi_{x1} \zeta_{x1} + \xi_{x2} \zeta_{x2} + \xi_{x3} \zeta_{x3}) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \xi} \right) \right. \\ \left. + (\zeta_{x1} \eta_{x1} + \zeta_{x2} \eta_{x2} + \zeta_{x3} \eta_{x3}) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \eta} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \eta} \right) \right. \\ \left. + (\zeta_{x1}^2 + \zeta_{x2}^2 + \zeta_{x3}^2) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \zeta} + \frac{\partial u_{Gi}}{\partial \zeta} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha' &= u'_1 \xi_{x1} + u'_2 \xi_{x2} + u'_3 \xi_{x3}, \\ \alpha_G &= u_{G1} \xi_{x1} + u_{G2} \xi_{x2} + u_{G3} \xi_{x3} \\ \beta' &= u'_1 \eta_{x1} + u'_2 \eta_{x2} + u'_3 \eta_{x3}, \\ \beta_G &= u_{G1} \eta_{x1} + u_{G2} \eta_{x2} + u_{G3} \eta_{x3} \\ \gamma' &= u'_1 \zeta_{x1} + u'_2 \zeta_{x2} + u'_3 \zeta_{x3}, \\ \gamma_G &= u_{G1} \zeta_{x1} + u_{G2} \zeta_{x2} + u_{G3} \zeta_{x3} \end{aligned}$$

である。また上式中の ξ, η, ζ の添字は、添字にて微分することを意味しており、例えば ξ_{x1} は $\partial \xi / \partial x_1$ を意味する。

ALE法では式(6)と比較して左辺の6, 7, 8, 12,

13, 14 項が省略されているが、動いている格子の移動速度が流れの強制対流の速度に対して十分小さい場合や格子同士が相対的に動かない場合にはあらゆる物体まわりの流れを表現すると考えられる。

しかしながら振動子まわりの流れ場は表面の速度がその近傍の流体の駆動力源として顕在化するので、境界近傍の流体粒子の運動は NS 方程式の精度に大きく影響され、妥当な計算結果にならないことも予想される。

そこで ALE 法では省略される式(6)の左辺 6, 7, 8 項目のうち最も大きいと考えられる $E = \partial u_{1c} / \partial \eta$ をパラメータとして比較してみる。岡島⁽¹⁴⁾らの解析では計算格子は同じ位置関係を保ちながら主流方向に並進振動しているため $E = 0.0$ 、定岡⁽¹⁶⁾の解析でも $E = 0.2$ と小さい。一方本解析では $E = 7.5$ と大きい。特に本解析対象のようなカンチレバー振動子⁽²⁾では格子速度に大きな空間分布⁽²⁾がある。このような格子速度の分布がある場合式(2)を満たさないと考えられる。

以上のことから、計算負荷が増えるものの、格子の速度ベクトル V_c と格子上から見た相対的な流れの速度ベクトル V' の和を直接 NS 方程式のすべての項に代入することで計算を行う、式(6)のような格子の速度を代入する方法(以下、格子速度代入法と略す)を採用した。

4.2 移動格子の生成法 本計算では流体-構造体の片連成問題を対象としているが、相互連成問題へと発展させるため移動格子は刻々変動する振動子表面に追従するように短時間で効率よく生成される必要がある。このためなんらかの方法で流れ場の計算格子を構造体の表面と結びつけ自動的に調整しなければならない。

そこで計算格子を振動子の構成材料より十分に柔らかいちょうどくもの巣のような網として仮想することとした。本格子生成法では格子点間を伸縮ばね要素のみで結合した配列構造を仮定することで、各格子点の変位と反力の関係を有限要素法の考え方に沿って解いている。このような格子生成法はばねの模擬による Nakahashi らの解適合格子法⁽¹⁷⁾に発想的に近いと考えられるが、この方法はねじりばねを用いて静止している翼の超音速の衝撃波を正確にとらえるために考案されたものであるのに対し、本手法は構造体まわりのダイナミックな動きをとらえるものである。さらに計算負荷を軽減するため収縮ばねのみで簡易化しマトリックス法を用いて再計算時間の短縮を計っていることを特徴とする。

いま、剛性マトリックスを $[K]$ 、変形前の格子位置ベクトルを $\{X^0\}$ 、変形後の格子位置ベクトルを $\{X\}$ 、また境界の変形による仮想的な反力のベクトルを $\{A\}$ とすれば

$$\{X'\} = \{X^0\} + [K']^{-1} \{-\{A\}\} \dots \dots \dots (7)$$

となり、すべての格子の変位を知ることができる('は境界上の格子データを元のベクトルから抜いたことを表す。基本的には有限要素法を用いた構造体の解析手法の用途を変えただけであるが付録に示す)このとき得た剛性マトリックスの逆行列 $[K']^{-1}$ の計算は構造体位置を示す境界値が変形しても再計算の必要はなく、二度め以後の計算ステップにおいては境界位置によるベクトル $\{A\}$ を与えるだけで計算空間内の全格子位置が決定される。

このような特徴にちなんで、本格子生成法を Elastic Mesh Generation Method(以下、EMG 法と略す)ということにする。

図4に変形時の格子を示す。図4(b)は最大変位時の振動子後縁における生成格子の詳細図である。振動子後縁の格子点 C(直交格子時に $x_1 = 2.0, x_2 = 0$) 近傍の格子は直方体からやや変形するものの、その他の格子においてはほぼ良好な形状が形成できている。このように非常に簡素な手法により境界の変形に滑らかに追従する自動格子生成を実現することができる。

4.3 数値解法および境界条件 本プログラムの流れ図を図5に示す。NS 方程式の離散化は対流項に QUICK を用い、その他のすべての項に中心差分を用いた。また、圧力補正はポアソン方程式を解くことで行っている。

境界条件は図6によった。今回開発したプログラムを、1 振動周期につき 1 440 ステップで用いたところ

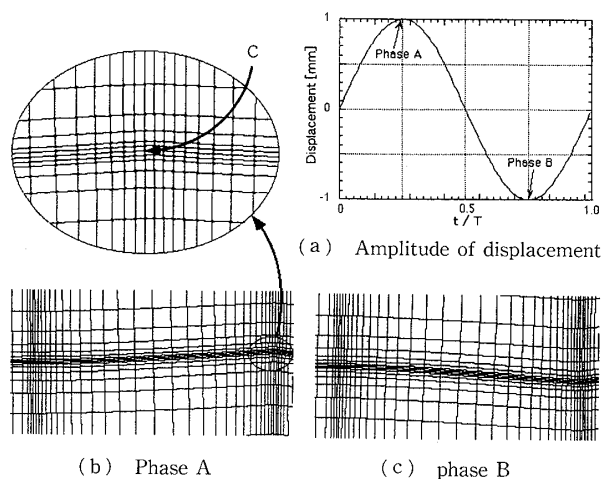


Fig. 4 Detail of Grid at trailing edge

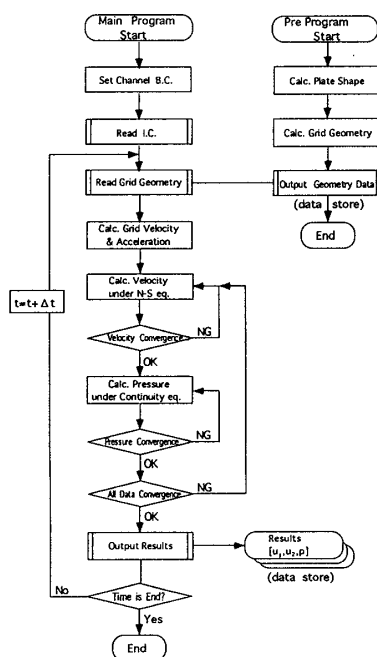


Fig. 5 Flow chart

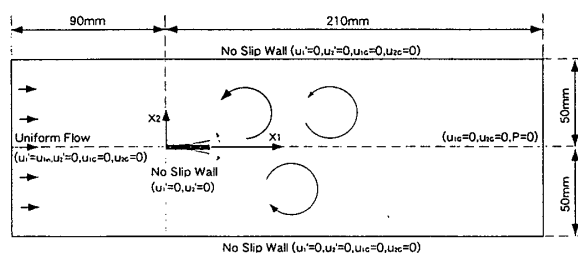


Fig. 6 Boundary conditions

処理速度はEWSで約5h/cycleであった。

5. 計算結果および考察

5・1 時間平均速度 図7右側に数値計算結果を左側にサンプリング周期を1msで計測した主流方向の時間平均速度分布を $x_1=0$ mm から40mmまでを示す。静止時の計算結果は実験に対して格子点が少なめではあるが傾向はよく一致している。

振動時には $x_1=15$ mm のところでは振動子近傍で流体が加速され速度が増加しはじめている。 $x_1=25$ mm では振動子の存在していた $x_2=0$ mm 近傍が最も速度がでており実験では $u_1=0.9$ m/s, 計算では $u_1=1.1$ m/s となっている。他方外側の $x_2=3\sim 8$ mm の広い範囲において実験、計算ともに小さい速度をとっている。

$x_1=20$ mm については計算と実験が大きく異なっているが $Re=133$ の既報⁽¹⁾ では $x_2=0$ mm の極近傍で計算結果に近い主流に対して加速した速度分布が見られることから実験のトレーサ粒子の不足、レーザー光

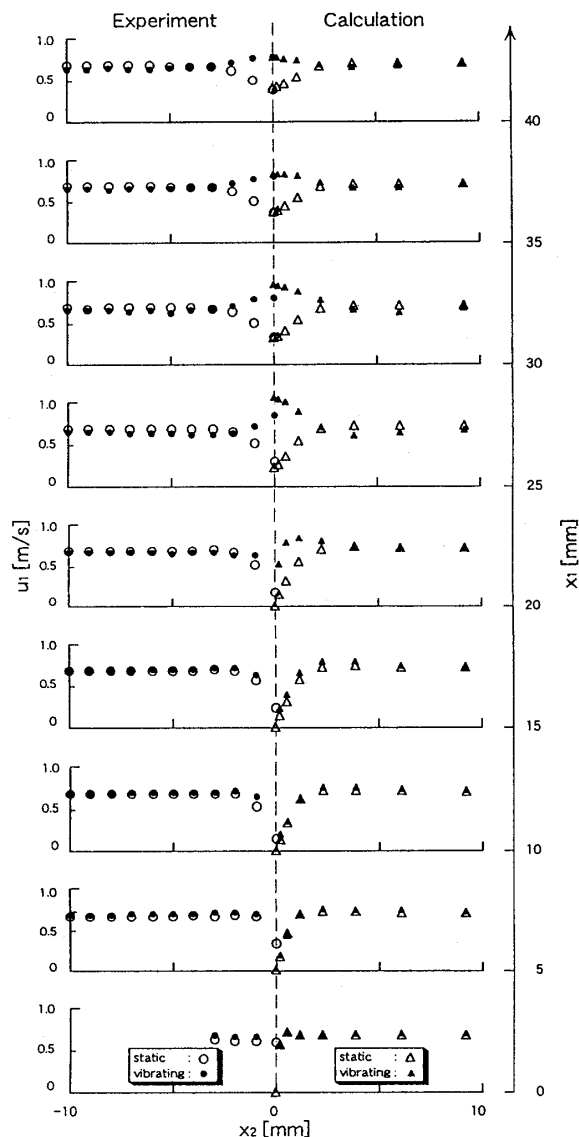


Fig. 7 Velocity profiles

の振動子との直接の干渉等による計測誤差と考えられる。

振動時の速度分布は、実験と計算ともに静止時の速度分布に対し極大点をもつように壁側に張り出している。またここで弾性振動時の速度分布の極大点より壁側で再び主流速度と同じになる位置を弾性振動時の相当速度境界層⁽¹⁾として注目する。図8より実験と計算ともにこの相当境界層は後縁になるほど薄くなり後端でその境界層は消滅している。このことは、遠心力およびコリオリの力⁽¹⁾によって後端部に近づくにつれ流体が加速されたためと考えられる。

次に振動子まわりの時間平均速度ベクトルについて検討する。図8の上部は実験の測定点に合せて一次補間した数値計算結果を、下部は実験結果をそれぞれ示す。図8より時間平均的には噴流状の速度分布を示す

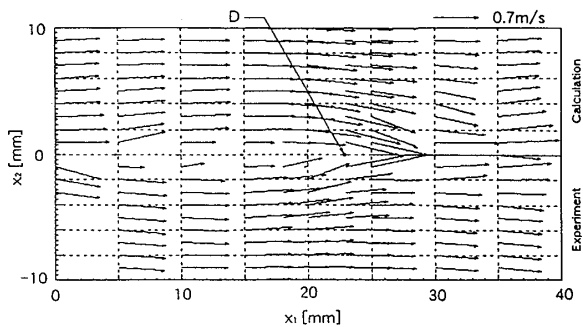


Fig. 8 Time averaged velocity vector (cal: upside, exp: downside)

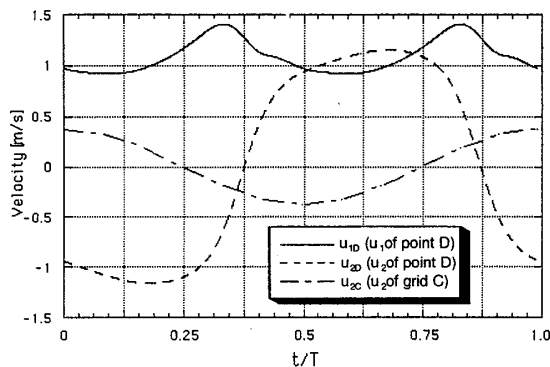


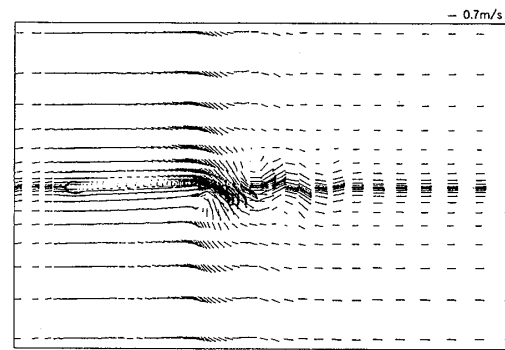
Fig. 9 Phase-averaged velocity changes

点が特徴的である。計算結果は実験結果と同様 $x_1 = 20$ mm で振動子側に吸い込まれるように増速するようすをとらえている。

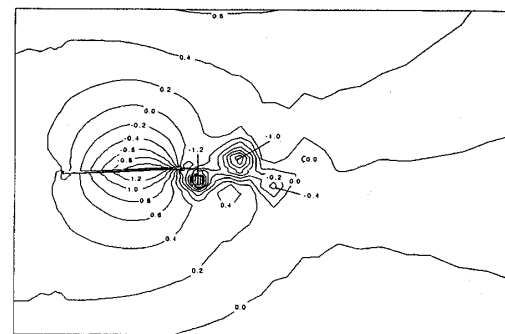
計算条件は実験条件に対し振動数で約 1.6%, 振幅では 10% の異差を有するものの、これらのことから本計算結果は振動子まわりの流れを比較的良好に予測していると考えられる。

5.2 速度の時間変動 次に図 8 の速度ベクトル図において増速の顕著である振動子の後縁近傍の位置 ($x_1 = 23$ mm, $x_2 = 0$ mm) に着目し、この点を D とする。点 D での u_1, u_2 を u_{1D}, u_{2D} としそれらを積算平均化処理した値の無次元時間 t/T における変動を図 9 に示す。比較のため図 4 で示した振動子後端部の格子点 C の x_2 方向速度 u_{2C} を同じく図 9 中に示した。 u_{2D} は基本振動周期と同じ周期を有し、時間平均ではほぼ零となるのに対して u_{1D} は基本振動周期の 1/2 となり、時間平均では 0.7 m/s の u_{1in} に対して大きく正の値をとっている。このことは振動子の表面近傍 (以下、単に表面という) の流体粒子は、表面自身の運動のために x_1 方向には慣性力として作用する遠心力が、また x_2 方向にはコリオリの力⁽¹⁾ のみならず後述する表面圧力による影響が複合していると思われる。

このような振動子後端部近傍での u_{1D}, u_{2D} の積算



(a) Velocity vector



(b) Pressure contour

Fig. 10 Stream around vibration plate ($t/T = 0.3$)

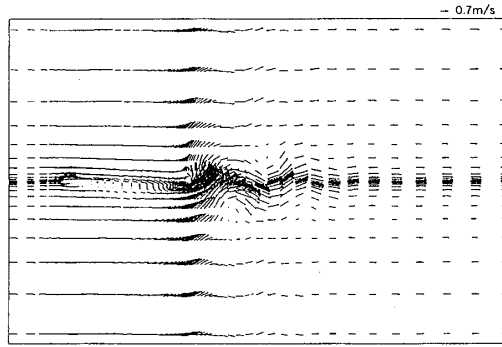
平均化速度における同様な周期性は振動子の近傍では、渡部ら⁽⁴⁾の実験結果では密閉空間、著者の既報の実験⁽¹⁾では $Re = 133$ であるものの同様に確認されている。

5.3 瞬時の速度ベクトルと圧力分布 図 10 に $t/T = 0.3$ における振動子まわりの速度ベクトル図と圧力コンターを示す。図 10(a) 後流の蛇行に対応し図 10(b) の同じ位置に負圧の中心がありカルマン渦と逆回転の渦の放出がうかがわれる。図 11 は $t/T = 0.6$ の位相であり、放出渦が下流に移動しているようすがわかる。

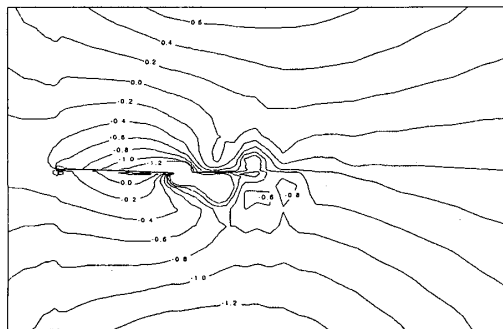
$t/T = 0.3, 0.6$ で振動子の後端は負圧になっているが、上下対称であることから $t/T = 0.8, 0.1$ でも負圧である。したがって振動子後端は瞬時だけでなく時間平均でも負圧となる。

以上のことから瞬時の速度ベクトル図、圧力分布図は振動子の速度位相と連動する堅牢な流れ構造を有することが理解された。

5.4 表面圧力分布の時間変動 次に振動子上側の表面圧力分布の時間変動について検討する。表面境界圧力分布を $t/T = 0.25$ ずつの位相と、1 周期を 1440 分割して計算したすべての位相を用いた平均値について図 12 に示す。振動子後端の速度 u_{2C} が正の値で最大となる $t/T = 1.0$ のときでさえ後端の圧力は負とな



(a) Velocity Vector



(b) Pressure contour

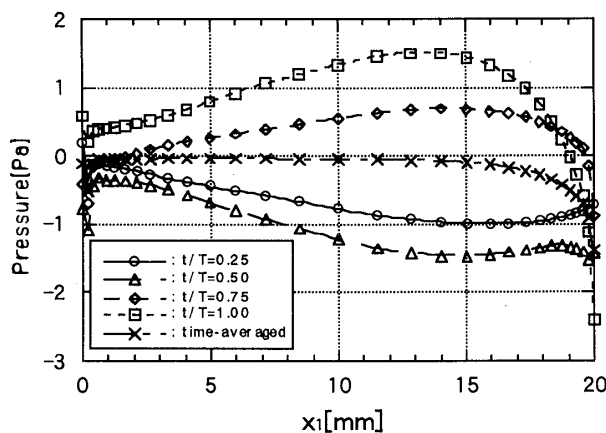
Fig. 11 Stream around vibration plate ($t/T=0.6$)

Fig. 12 Pressure on Fin

っている。また時間平均では $x_1=1\sim 15$ まではほぼ $p=0$ で推移するが $x_1=15$ 以上では圧力が次第に負へと大きく変化しており後端では大きく負の値をとっている。このことは図8で実験と数値計算の双方に見られた $x_1=20$ mm で振動子側に吸い込まれるように増速していた理由と考えられる。

5.5 振動子に作用する抗力 通常物体まわりの抗力を定義する場合式(8)のような式を用いる。ただし、スカラーである p と構造体との表面 ds に対する x_1 方向の単位ベクトルをかけたものを p_1 とした。

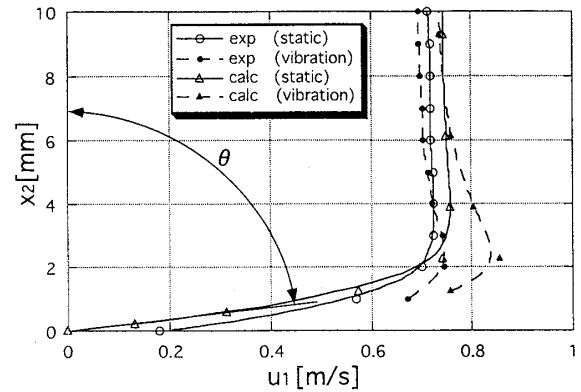
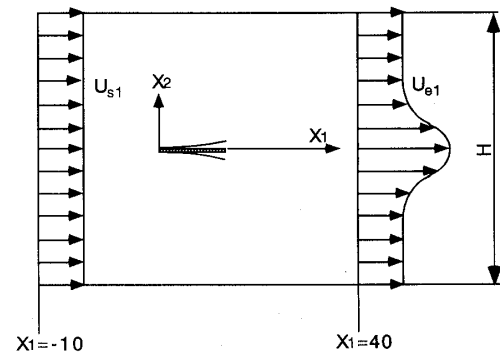
Fig. 13 Velocity distribution ($x_1=17.5$ mm)

Fig. 14 Calculation volume

$$D = \int_s \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} ds + \int_s p_1 ds \dots\dots\dots (8)$$

$x_1=17.5$ mm ($x_1/L=0.875$) での表面近傍 ($x_2=0\sim 10$ mm) の u_1 の分布(図13, ただし実験の静止時 $x_2=0$ mm で u_1 が零になっていないのは x_2 方向位置の測定誤差と考えられる)より抗力を考える。式(8)の右辺第1項の速度の境界での空間的な傾き $\theta = du_1/dx_2$ は、表面静止時の傾き θ に対し振動時の θ は定義が困難である。

そこで本研究での抗力係数は既報の考え方⁽³⁾と同じく、図14に示すような振動子を囲む検査空間 ($H=30$ mm) をとることにより定義する。振動子の振動時の $x_1=0$ mm での流入速度を u_{s1} , $x_1=40$ mm での流出速度を u_{e1} とすると運動量はそれぞれ

$$Q_{s1} = \frac{1}{2} \rho \int u_{s1}^2 dx_2 + \int p_s dx_2 \dots\dots\dots (9)$$

$$Q_{e1} = \frac{1}{2} \rho \int u_{e1}^2 dx_2 + \int p_e dx_2 \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここで $x_2=\pm 15$ mm の位置では u_2 の大きさは u_1 に対して $1/1000$ のオーダーであったことから x_2 方向の交換運動量を無視できる。また振動子を検査空間内に設置しない状態で管路の境界層排除効果による影響は既報⁽³⁾と同じく式(11)とした。ただし u'_{s1} , u'_{e1} は振動子がない状態での u_{s1} , u_{e1} を示す。振動子振動

時の抗力係数を次式(11), (12)により求めた結果, 時間平均で $C_D=0.01$ となる.

$$\Delta P_s = \frac{1}{2} \rho (u_{s1}^2 - u_{e1}^2) H \dots\dots\dots (11)$$

$$D = Q_{s1} - Q_{e1} + \Delta p_s \dots\dots\dots (12)$$

$$C_D = \frac{D}{(1/2) \rho u_{s1}^2 L} \dots\dots\dots (13)$$

また既報⁽³⁾の実験で得られなかった流れ場での圧力による影響(式(9), (10)の右辺第2項)を省略して算出した場合を C_b とすると $C_b = -0.15$ となる. 同様に既報の実験値⁽³⁾を算出し直すと $Re=70$ において $C_b = -0.86$, $Re=133$ において $C_b = -0.29$, 一方 $Re=133$ の静止時には $C_b = 0.03$ となる. またレイノルズ数が大きくなるにつれ入口からの流体の慣性力が増大し振動子からの遠心力とコリオリの力の影響が小さくなり C_b 値は静止時の値に近づく. これらのことは C_b 値に関する本計算結果の妥当性を支持するものと考えられる.

6. 結 論

流体-構造体の連成の解法を開発するため, 低レイノルズ数領域の強制対流場において, 境界の運動が既知の場合を対象とした片連成問題の数値解析手法を開発した. その結果以下のような結論を得た.

(1) たわみを有する構造体に対し簡便な移動計算格子の作成が可能となった.

(2) 多くの実験において報告されているカルマン渦と逆回転の渦を確認できた.

(3) たわみを有する構造体に加わる時間平均での流体力が予測できた.

(4) これらのことから流体駆動源が境界にもあり, かつ格子速度の空間分布が著しい解析対象において, NS 方程式に直接に格子速度と流体速度を代入した格子速度代入法の妥当性が確認された.

以上本解析手法を用いることにより, 特にたわみを有する振動子まわりの流れの様子や振動子にかかる流体力の予想が可能となったことから, 今後さらに流体-構造体の相互に影響しあう流体駆動システム解明のための端緒を得た.

最後に, 移動格子の取扱いについて有益なご議論ならびにご助言を給った東京大学大学院工学系研究科松本洋一郎教授ならびに高木周博士に謝意を表す.

[付 録]

図 15 の格子一次元格子変形図において強制変位は格子点 m の位置 $x_i^0 m$ を位置 x_{im} に移すことによって

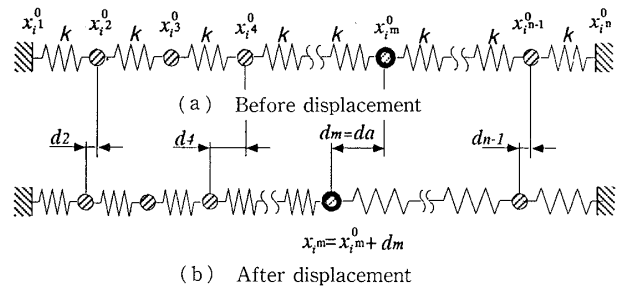


Fig. 15 Grid generation (1D Mode)

与えられ, ここでの変化後と前の差は $dm=da$ であるとする. 格子点 1 および格子点 n は流路壁に相当しておりその変位はない. いま, ばね要素はすべて同じ剛性 k であるとする次式を得る.

$$\begin{bmatrix} k & -k & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -k & 2k & -k & & & & \cdot \\ 0 & -k & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & & -k & 0 & \cdot \\ \cdot & & & & -k & 2k & -k \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ d_2 \\ \cdot \\ d_a \\ \cdot \\ d_{n-1} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \\ \cdot \\ F_a \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

壁に相当する格子点 1 と格子点 n および変位を与えた格子点 m についてはそれぞれの反力が未知, 変位が既知となるので 1 項, m 項, n 項を抜いて, 式(14)は次のように変形される.

$$\begin{bmatrix} 2k & -k & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -k & 2k & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & 2k & -k \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & -k & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_2 \\ \cdot \\ d_{n-1} \\ d_{m+1} \\ \cdot \\ d_{n-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \cdot \\ -kd_a \\ -kd_a \\ \cdot \\ 0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

式(15)の右辺第2項を $\{A'\}$ と置き, 左辺の剛性マト

リックス, 変位マトリックスをそれぞれ $[K']$, $\{X'\}$ とすると, $[K'] \cdot \{d'\} = \{0'\} - \{A'\}$ (16)

となる。これを $\{d'\}$ について解くと,

$$\{d'\} = [K']^{-1} \{-\{A'\}\} \text{ (17)}$$

変形前の位置ベクトルが次のようであるから変形前の位置ベクトル $\{X_i^0 = (x_i^0, x_i^0, \dots, x_i^0, m-1, x_i^0, m+1, \dots, x_i^0, n-1)\}$ との和により式(7)を得る。

本研究では x_1 方向, x_2 方向の2方向で計算を行っている。また本格子生成法では計算機メモリへの負荷軽減のためスカイライン法⁽¹⁸⁾により剛性マトリックスを圧縮し計算している。

文 献

- (1) 筒井壽博・秋山光庸・杉山均, 機論, **61**-585, B(1995), 1804-1810.
- (2) 筒井壽博・秋山光庸・杉山均・高藤圭一郎, 機論, **62**-595, B(1996), 1129-1135.
- (3) 筒井壽博・秋山光庸・杉山均・島中謙二, 機論, **62**-602, B(1996), 3667-3674.
- (4) 渡部英夫・庵原昭夫・平間英生・林崎伸一, 機論, **56**-532, B(1990), 3708-3715.
- (5) 黒田成昭・仙北谷直美・山崎薫, 可視化情報, **15**(1995), 233-236.
- (6) H. ヘルテル(土屋喜一訳), バイオエンジニアリング, (1985), 朝倉出版.
- (7) 中島求・小野京右, 機論, **59**-558, B(1993), 407-413.
- (8) 宮江伸一・松井良雄・樟和典, ターボ機械, **24**-6(1996), 28-34.
- (9) 西尾茂・秋吉洋, 可視化情報, **16**(1996), 247-250.
- (10) 秋元博路・宮田秀明・朱明, 第6回数値流体シンポジウム講演論文集, (1992), 385-388.
- (11) 筒井壽博・高藤圭一郎・宮永喜一郎・秋山光庸・杉山均, 日本音響学会誌, **52**-7(1996), 510-515.
- (12) 筒井壽博・高藤圭一郎・秋山光庸・杉山均・田島文敬, 日本音響学会誌, **54**-1(1998), 21-30.
- (13) Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L., *J. Comput. Phys.*, **14**(1974), 227-253.
- (14) 岡島厚・北島和幸, 第6回数値流体シンポジウム講演論文(1992), 559-562.
- (15) 杉山均・秋山光庸・立野岡誠・筒井壽博, 第31回日本伝熱シンポジウム講演論文集(1994), 1135-1137.
- (16) 定岡紀行・梅垣菊男, 機論, **60**-577, B(1994), 3640-3645.
- (17) Nakahashi, K. and Deiwert, G. S, *AIAA J.*, **25**-4, 513-520.
- (18) 例えば, 村田健郎・小国力・唐木幸比古, スーパーコンピュータ科学技術計算への適用, (1985), 105-107, 丸善.