

曲がり円管路内における非ニュートン流体の乱流構造解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 小出 律文^{*2}**Numerical Analysis of Turbulent Flow of Non-Newtonian Fluids
in Curved Pipes**

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Norifumi KOIDE

A numerical analysis has been performed for developing turbulent flow of non-Newtonian fluid in curved pipe. Numerical results are shown in two cases of power-law fluids, i.e. power index 0.76 and 0.9, at Reynolds number 19000. The ratio of bend mean radius of curvature to radius is 10 and straight duct of 40 and 100 diameters are attached to the inlet and outlet of the bend, respectively. In numerical analysis, an algebraic Reynolds stress model was adopted in order to predict precisely the anisotropic turbulent flow and boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. The numerical results are compared with the experimental data measured by laser-Doppler anemometer. Mean velocity and fluctuating velocity in axial direction are examined into detail to clarify the validity of the turbulent model and present numerical method. As a result of this research, it is found that the present method could predict well the streamwise mean-velocity in both cases of power-law fluids. As for the comparison of fluctuating velocity, characteristic features are reproduced except for the outer region of pipes. The present method predicts its value in outer region smaller than that of the experiment, while the present method realized the phenomenon of decaying mean fluctuating velocity with decreasing power index. The results of comparison with the experimental data suggest that algebraic turbulent model is applicable to the non-Newtonian fluid although agreement between both results is certainly not perfect in all detail.

Key Words: Numerical Analysis, Non-Newtonian Fluid, Turbulent Flow, Pipe Flow, Algebraic Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

非ニュートン流体にはワイセンベルグ効果、バラス効果、トムズ効果、層流場の非円形断面直線管路における二次流れなどニュートン流体には認められないいくつかの興味ある現象が観察され、研究のうえから多くの研究成果が報告されている⁽¹⁾。例えば、粘弹性流体の円断面を有する直線管路には二次流れが、だ円断面の4象限に生成されることをGreen-Rivlin⁽²⁾が摂動法を用いて解析して以来、非円形断面管路内の定常流問題が関心を集めようになつた。Townsend-Walters-Waterhouse⁽³⁾は正方形断面管路にて、堀川・森・三村⁽⁴⁾は偏心二重円管路にてこの二次流れの存在を報告している。同時に非ニュートン流体は機械工学、化学工学、生体工学など広範な分野にわたり活用される重要な要素であり、工業的にもその流動挙動を解析することは重要なことである。

こうした非ニュートン流体に関する研究のうち曲がり管路内の層流場を対象とした解析については、比較的多くの研究が系統的に報告されている。高見・須藤・富田^{(5)~(7)}はべき乗則流体の曲がり管路流れを対象に実験、数値解析の両面から管摩擦係数等の流動特性について報告している。また、ビンガム塑性流体の曲がり管路流れの特性についても実験、数値解析の両面から報告されている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。しかし、曲がり管路を流れる非ニュートン流体の乱流域における流動状態については実験、数値解析ともその報告例はきわめて少なくなる。

こうした観点から高見・須藤・富田⁽¹⁰⁾は、2種類の高分子水溶液(べき乗則流体)を曲がり半径比(管路中心までの半径/管路半径)10と30の曲がり円管路に乱流状態で流し助走区間領域、ならびに完全発達領域における主流方向速度をレーザ流速計により測定した。さらに完全発達領域における流れをレイノルズ応力モデルを用い解析し実験結果と比較することより、比較的良好に主流方向速度分布を予測できることを報告している。同時に彼らはべき指数0.9と0.76にて計算を行っているが、べき指数が0.76と小さくなると計算結果は実験結果と比較して大きな差異が生じ、乱流モデルの適用が困難となることを報告している。した

* 原稿受付 1998年7月8日。

^{*1} 正員、宇都宮大学大学院工学研究科 (〒321-8585 宇都宮市陽東7-1-2)。^{*2} 宇都宮大学大学院。

E-mail: sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp

がって、彼らはべき指数が 0.9 の結果のみを報告している。また、最近になって Nouri-Umur-Whitelaw⁽¹¹⁾ は曲がり管路ではないが偏心二重円管路内のニュートン、非ニュートン流体の乱流場を対象に、レーザ流速計を用いた乱流計測を報告している。

一方、非ニュートン流体を対象とした数値解析は、層流場の場合にはいくつかの解析結果⁽¹²⁾⁽¹³⁾ が報告されているが、乱流場になるときわめて少なくなる。乱流場を対象とした解析例としては中村・沢田⁽¹⁴⁾ の報告がある。彼らはビンガム塑性流体の直円管路内の乱流場を対象に $k-\varepsilon$ 二方程式乱流モデルを用い、乱流から層流への遷移領域における乱流エネルギー、管摩擦抵抗係数の挙動について検討しモデルの有用性について報告している。しかし、非ニュートン流体の乱流場を解析対象とした数値解析は、きわめて少ないのが現状である。

こうした現状を考慮し、本研究では高見・須藤・富田⁽¹⁰⁾ が行ったべき乗則流体の曲がり管路内における乱流場を対象に数値解析を試みる。解析結果は実験結果と比較することにより本解析手法の有用性について検討を加えるとともに、その流動特性について新たな知見を得ることを目的とする。解析に際し、乱流モデルとしては代数応力モデルを用いて解析する。本モデルは高見・須藤・富田⁽¹⁰⁾ のモデルとは異なる。高見ら⁽¹⁰⁾ は、べき指数が 0.76 と小さくなると、計算結果は実験と大きく異なることを報告しているが、本解析手法を適用した場合、小さなべき指数の流れをどの程度予測できるか、その予測精度について特に検討を加える。

2. おもな記号

- D : 円管直径
- k : 乱流エネルギー
- n : べき指数
- P : 時間平均圧力
- P_b : 断面内の平均圧力分布
- Re : レイノルズ数 $= \rho U_b^{(2-n)} D^n / \mu_0$
- R : 半径方向距離
- r : 断面内の半径方向距離
- R_c : 曲がり管中心までの曲がり半径
- $U_\phi, U_\theta, U_r : \phi, \theta, r$ 方向時間平均速度
- $u_\phi, u_\theta, u_r : \phi, \theta, r$ 方向の変動速度
- U_b : 断面内の主流方向平均速度
- ε : 乱流散逸
- θ : 断面内の円周方向角度
- λ : 管摩擦係数

μ : 粘性係数

μ_0 : 第 1 ニュートン領域の粘性係数

ν : 動粘性係数 $= \mu/\rho$

ϕ : 曲がり角度

ρ : 密度

3. 解析手法

3・1 計算対象実験 本解析で計算対象とした高見・須藤・富田⁽¹⁰⁾ の実験装置の概略図を座標系とともに図 1 に示す。円管路の内径は $D=4$ mm で、長さ $125D$ の入口直管部、 180° 曲がり円管路部、管路長さ $125D$ の出口直管部より構成されている。 180° 曲がり部の曲がり半径 R_c は 40 mm と 12 mm の 2 種類で、この二つの管路を対象に実験結果を報告しているが、本研究では実験結果の比較的豊富な $R_c=40$ mm の場合を計算対象とした。また $R_c=40$ mm の場合、べき指数は $n=0.9, 0.76$ の 2 種類の非ニュートン流体に対する実験結果を示している。 $n=0.9$ に対しては CMC(カルボキシメチルセルローズ)水溶液を、 $n=0.76$ に対しては PAA(ポリアクリラミド)水溶液を用いている。本解析においてもこの 2 種類のべき乗流体を計算対象とした。このときの実験レイノルズ数は、いずれの場合も 19 000 である。

3・2 非ニュートン流体解析 べき乗則に従う非ニュートン流体の粘性係数は三次元テンソル表示にて以下のように示される。

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{|\gamma_{ij}\gamma_{ji}|}{2} \right)^{(n-1)/2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

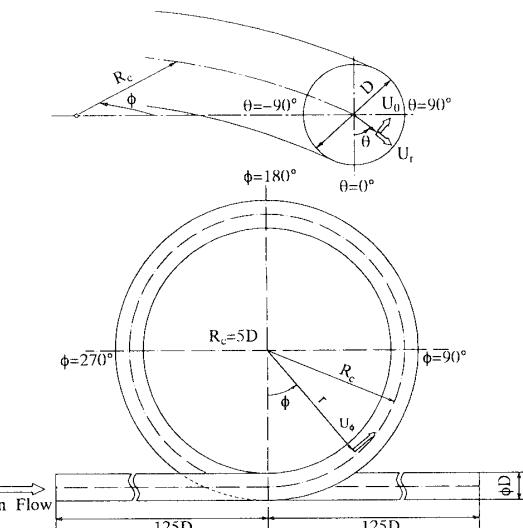


Fig. 1 Curved pipe and definition of coordinate system

ここで

$$\gamma_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \dots \dots \dots (2)$$

この粘性係数を各支配方程式に加味して計算を行うことをとした。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) - \overline{u_i u_k} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left(\nu \delta_{k1} + c_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_1} \right) \frac{\partial k}{\partial X_1} \right\} - \varepsilon \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left(\nu \delta_{k1} + c_{\varepsilon} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_1} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_1} \right\} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \dots \dots \dots (5)$$

粘性拡散を考慮した運動方程式、乱流エネルギー、乱流散逸輸送方程式は上式のように示される。ここで乱流エネルギー、乱流散逸方程式中の定数は、 $c_s=0.22$ 、 $c_{\varepsilon}=0.18$ 、 $c_{\varepsilon 1}=1.44$ 、 $c_{\varepsilon 2}=1.92$ である。

一方、レイノルズ応力輸送方程式はその対流項、ならびに拡散項に対し Rodi 近似⁽¹⁵⁾を用いてモデル化し、粘性拡散項を加味した輸送方程式形として以下のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left(\frac{Dk}{Dt} - D_k \right) &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left\{ P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial X_k} \right) \right\} \\ &= P_{ij} + \pi_{ij} + -\frac{\partial}{\partial X_k} \left(\nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} \right) - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \end{aligned} \dots \dots \dots (6)$$

上式中 D_k は乱流エネルギー方程式中、右辺第 2 項めの乱流拡散項である。また、圧力・ひずみ相關項 π_{ij} のモデル式ならびに定数系を表 1, 2 に示す。

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$\frac{-C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ $\frac{-8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w})$ $C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$
$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$	$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$
$P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l}$	$f\left(\frac{L}{X_w}\right) = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa} \frac{1}{\varepsilon X_w}$

Table 2 Constants in the pressure-strain correlation terms

C_1^*	C_2^*	ζ^*	C_1'	C_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

3・3 境界適合座標 本解析では境界適合座標系を用いた。境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へ座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots \dots \dots (7)$$

上式中 ξ 、 η 、 ζ は、変換された計算平面での座標軸を示している。

3・4 数値解析 計算に際しては、系の対称性を考慮して $1/2$ 断面を対象とした。実験結果の対称性について論文中では言及されていないが、須藤・高見らはニュートン流体の各種曲がり管路の乱流計測を行い、その結果を $1/2$ 断面で提示している⁽¹⁶⁾。また、正方形断面の繰返し曲がり管路では測定結果に対称性があることを明言している⁽¹⁷⁾。著者らは須藤・高見らのニュートン流体での実験を対象に、 $1/2$ 断面で計算しその結果を実験と比較した⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。計算は実験結果を比較的良好に再現し実験、計算は互いに対称分布となることを示した。こうした点を考慮し本解析でも $1/2$ 断面とした。実験では曲がり管路の出入口部に $125D$ の直円管路を設けているが計算では入口に $40D$ の、出口には $100D$ の直管路を設け計算を行った。曲がり管路入口では計算負荷の低減を考慮し $40D$ としたが、計算結果から、管路入口から $35D$ 以降主流方向速度等值線分布が変化することはないことを確認した。計算格子点は断面内で 21×41 、流れ方向に 140 の総数 $120\,540$ の格子を配列した。曲がり管路領域では角度 6° で等間隔に配列した。図 2 には断面内の格子配列を示す。図 2 中の η 、 ξ は計算平面上の座標系を示し格子に沿う座標を示している。計算時のレイノルズ数は実験と同じ $19\,000$ である。

流入境界条件に関しては主流方向速度に一様流を、乱流エネルギー、乱流散逸の値には $k = U_b^2 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を与えた。出口直管路部の境界条件にはノイマン条件を課した。また、本乱流モデル

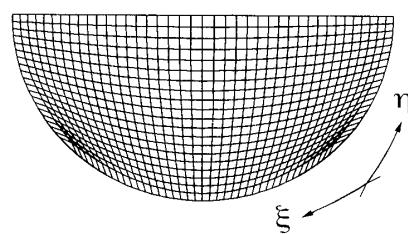


Fig. 2 Computational mesh of circular cross-section

は高レイノルズ形のモデルであり、乱流エネルギー、乱流散逸の壁面境界条件には壁関数を使用した。式の離散化は有限差分近似により行い各計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式中の対流項差分近似は QUICK を、それ以外の項に関しては中心差分を使用した。また、解析に際しては三次元だ円形方程式として解析を行った。

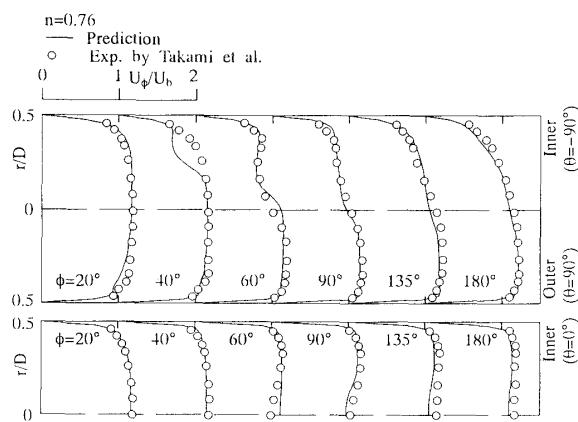


Fig. 3 Comparison of local streamwise velocity along horizontal and vertical lines

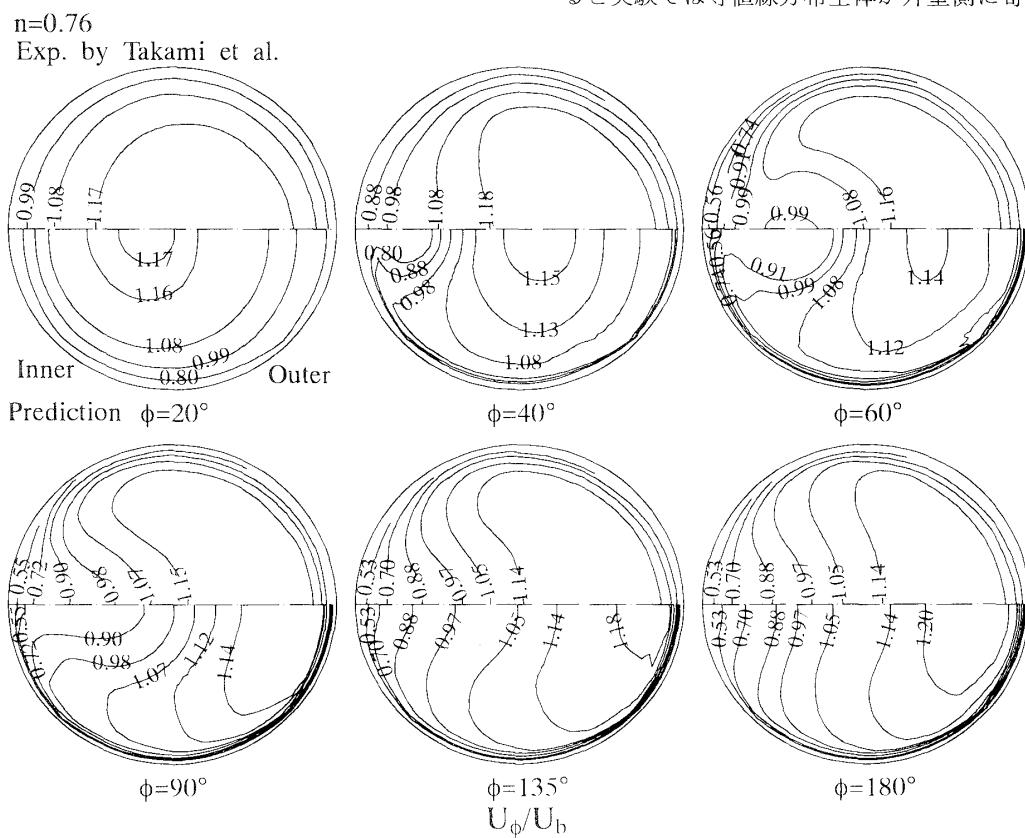


Fig. 4 Comparison of streamwise velocity in circular cross section for $n=0.76$

4. 結果と考察

4・1 べき指数 $n=0.76$ における比較 図 3 は上下対称軸 ($\theta=\pm 90^\circ$)、左右対称軸 ($\theta=0^\circ$) 上に沿う主流方向速度を断面内平均速度 U_b にて無次元化し比較した結果である。上段には上下対称軸 ($\theta=\pm 90^\circ$) に沿う、下段には左右対称軸 ($\theta=0^\circ$) に沿う速度分布の比較結果を示す。実験結果に特徴的な現象として、上下対称軸に沿う速度分布の曲がり角度 $\phi=60^\circ$ で速度分布は変曲点をもつひずんだ速度分布を示し、管路内壁側に低速領域が形成されることが指摘できる。また、左右対称軸に沿う主流方向速度分布は極小値をもつ速度分布となる。この傾向は $\phi=60\sim 135^\circ$ にて特に顕著である。こうした現象を計算も再現しているが、変曲点をもった主流方向速度は計算では $\phi=40^\circ$ からすでに認められる。定量的には、この曲がり角度において実験結果と誤差が最も大きく 30% 程度の差異が存在する。その他の曲がり角度において計算は比較的良好に実験値を予測している。

図 4 は実験結果に示されている主流方向速度等值線分布を実験、計算で比較した結果である。各値は断面内平均速度にて無次元化され、円形断面の左側が内壁に右側が外壁に相当している。 $\phi=20^\circ$ 断面を比較すると実験では等值線分布全体が外壁側に寄り、主流方

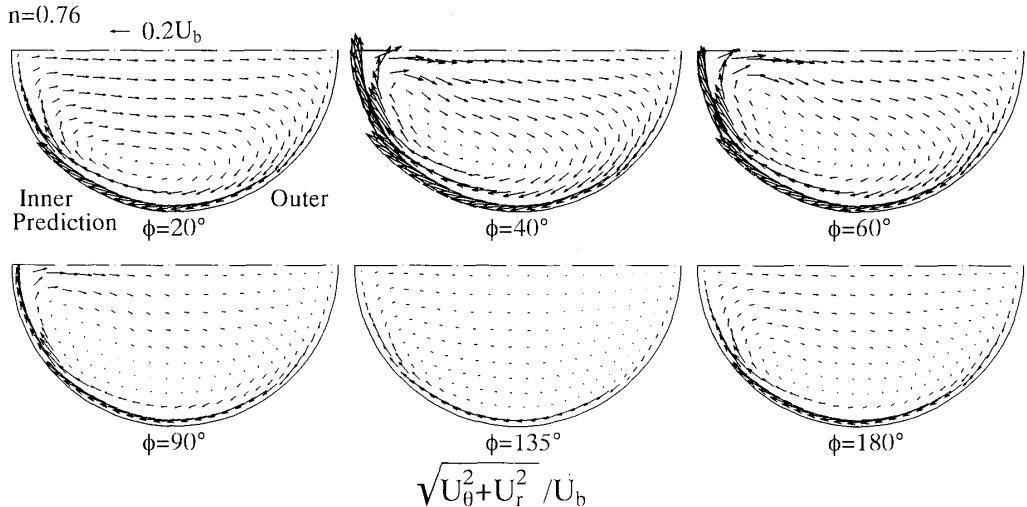


Fig. 5 Development of secondary flow vectors in circular cross-section

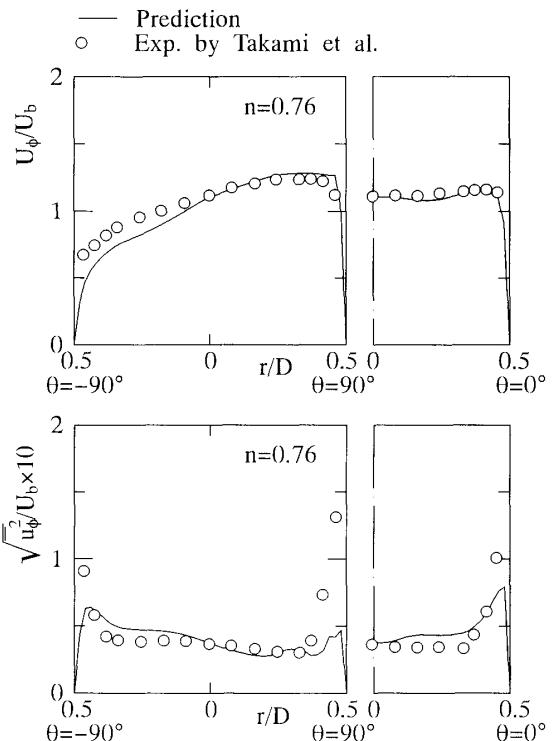
向最大速度の位置は外壁側に位置するが、計算では内壁側に寄り実験と異なる。 $\phi = 40^\circ$ 断面からは低速領域が内壁側に形成されることになるが、計算結果のほうが、その低速領域の生成は顕著である。こうした傾向は $\phi = 90^\circ$ 断面まで認められ、その後、内壁側での速度は回復する。計算も同様な傾向を示している。定量的には $\phi = 135^\circ, 180^\circ$ 断面で計算は実験結果には認められない 1.18, 1.20 の大きな値を予測しているが誤差にして 5%程度であり比較的良好に実験値を予測しているものと思われる。

以上に言及した内壁側における低速領域の生成、ならびに回復はその二次流れと相関が強い。実験では二次流れ分布は示されておらず直接比較はできないが、図 5 に主流方向速度の比較結果と同一位置における二次流れの計算結果を示す。ベクトルは見やすさを考慮し点数を省略し表示した。計算結果より $\phi = 40^\circ, 60^\circ$ 断面では強い二次流れが存在し、低速流体が上下対称軸近傍に移流する様子が理解できる。こうした低速流体の移流現象はニュートン流体にも認められる。 $\phi = 60^\circ$ 断面での最大二次流れ強度は断面平均速度の 29.6%程度の値をもつ。内壁側における低速領域はこの二次流れにより生成される。この二次流れは曲がりが進むにつれ減衰するが、 $\phi = 180^\circ$ 断面では再度増加する点が特徴的な点として指摘できる。

図 6 は上下対称軸に沿う主流方向の速度変動値を主流方向速度とともに比較した結果である。実験では完全発達領域での結果として言及され測定断面が明記されていない。高見ら⁽¹⁰⁾は乱流場において発達した流れとなるまでの曲がり角度 ϕ_f を次式により示している。

$$\phi_f = 810/\sqrt{R_c} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

本解析では $R_c = 10$ であり $\phi_f = 256.1^\circ$ となる。した

Fig. 6 Comparison of local streamwise and fluctuating velocities in axial flow direction for $n=0.76$

がって計算ではこれより下流の $\phi = 300^\circ$ 断面での結果と比較した。実験結果より主流方向の速度変動は内壁($\theta = -90^\circ$)、外壁($\theta = 90^\circ$)、底壁($\theta = 0^\circ$)近傍で大きな値を有するが、計算は外壁近傍で実験に比較し小さな値を予測し実験と異なる。それ以外の領域では比較的良好に実験値を再現した。

4・2 べき指数 $n=0.90$ における比較 次に先に示した $n=0.76$ の場合と同一曲がり形状、同一レイノルズ数で、べき指数のみが $n=0.90$ と異なる非ニュートン流体の解析結果について比較検討する。

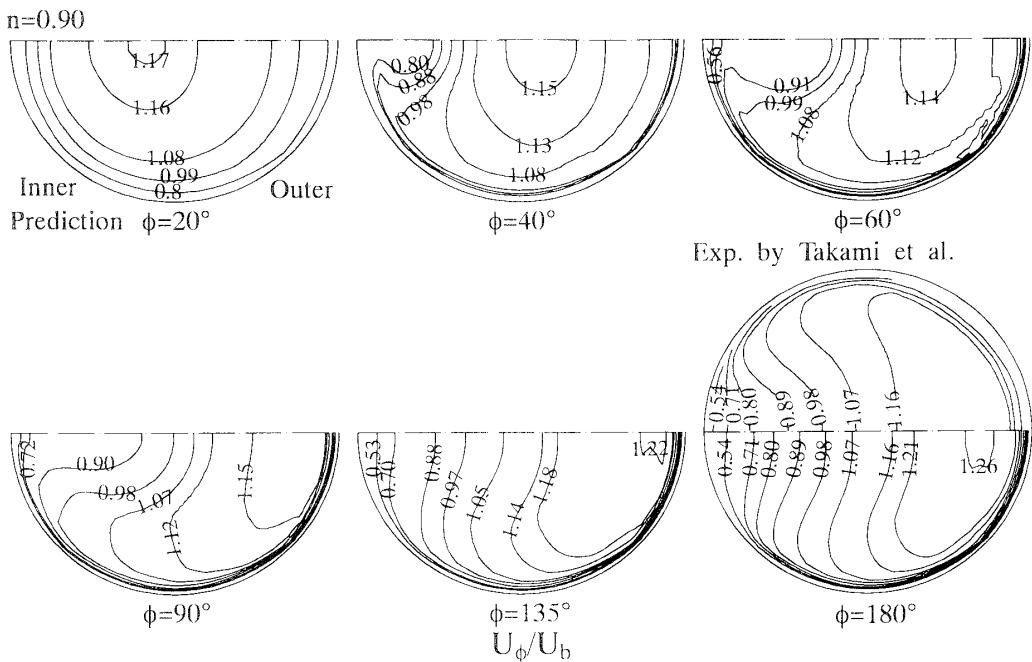
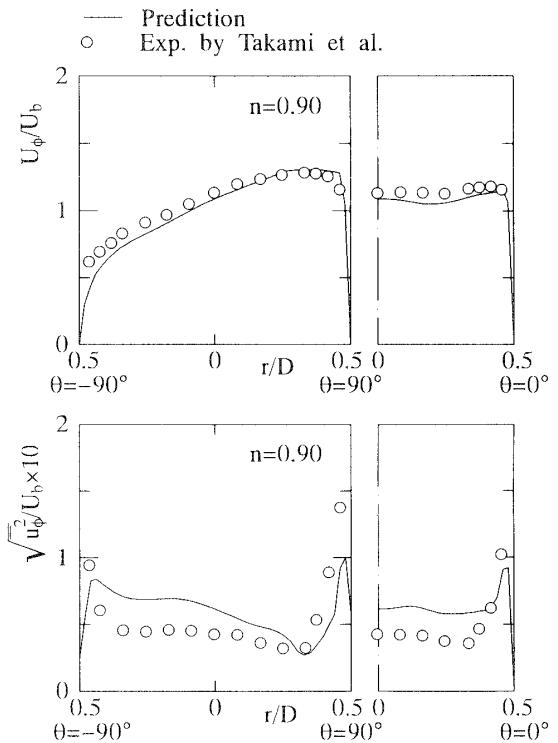
Fig. 7 Comparison of streamwise velocity in circular cross section for $n=0.90$

図7に主流方向速度等値線の比較結果を示す。実験では $\phi=180^\circ$ 断面の計測結果のみが示されているが、 $n=0.76$ の計算結果との比較検討を考慮し、 $n=0.76$ で示した同一断面位置での計算結果も同時に示した。 $\phi=180^\circ$ 断面での比較結果より、計算は1.26と実験では示されない等値線を予測し、実験の最大速度1.16の値に対し8.6%程度の誤差を含むが、他の領域では比較的良好に実験値を予測しているものと思われる。また、各断面の等値線分布を先の $n=0.76$ の計算結果と比較すると、 $\phi=90^\circ$ 断面までは両者とも類似の速度分布を示している。しかし、 $\phi=135^\circ$ 断面では、例えば1.05の等値ラインに着目すると、 $n=0.76$ のほうが大きくゆがみ等値線湾曲の程度に差が認められる。一般に、こうした曲がり管路による等値線のゆがみは二次流れに起因するものと思われがちであるが、図5に示した二次流れ分布から上下対称軸に沿う二次流れは微弱であり、むしろべき指数に起因する現象と思われる。こうした計算結果は、べき指数による主流方向速度分布への影響は流れが発達するに従い顕著になることを示唆している。また、 $\phi=180^\circ$ 断面の最大主流方向速度の値に着目すると、 $n=0.90$ のほうが0.76に比べわずかではあるが大きな最大速度を有することがわかる。すなわち式(1)で示される粘性値が低下すると、その最大主流方向速度も低下する傾向にある。

図8は上下対称軸に沿う主流方向の速度変動値を主流方向速度とともに比較した結果である。 $n=0.76$ の

Fig. 8 Comparison of local streamwise and fluctuating velocities in the axial flow direction for $n=0.90$

場合と同様、計算では $\phi=300^\circ$ 断面での結果と比較している。 $n=0.76$ の計算結果と比較すると速度変動等値線分布が異なり、外壁側での速度変動値も大きくなり実験値により近い値を示す結果となっている。また、計算の速度変動値分布の比較より、べき指数が小さくなると、その値も小さくなる傾向にあることがわ

かる。計算結果より断面内の主流方向速度変動値の断面内平均値を算出すると、べき指数の小さいほうが値が小さいという現象は $\phi=300^\circ$ 断面に限らず曲がり管路全体で確認された。図 9 は以下の式で定義される乱流エネルギーの断面内平均値 k_a の曲がり管路部における発達の様子を計算した結果である。管路全体で

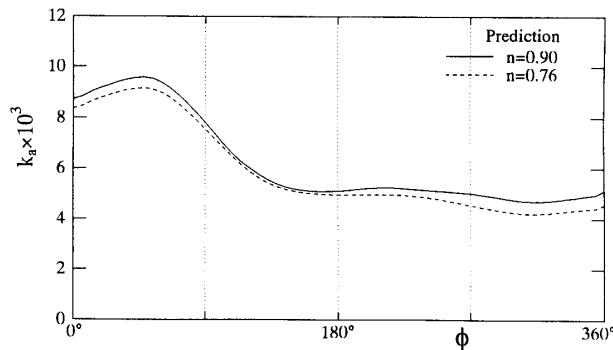


Fig. 9 Development of mean turbulent intensity along the axial flow direction

$$k_a = \frac{8}{\pi D^2 U_b^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{D/2} \frac{1}{2} (\bar{u}_\theta^2 + \bar{u}_\theta^2 + \bar{u}_r^2) r dr d\theta \quad \dots \dots \dots (9)$$

べき指数の小さい 0.76 のほうが、その値も小さいことがわかる。

実験も両べき指数の結果を比較すると、べき指数が小さい 0.76 のほうが値は小さく、計算結果と同様の傾向を示す。高見ら⁽¹⁰⁾も論文の中でべき指数の減少に従って乱流エネルギー値が減少することを報告している。

4・3 粘性係数分布、管摩擦係数の検討 式(1)

から算出した $n=0.76, 0.90$ における粘性係数分布を図 10, 11 にそれぞれ示す。両計算結果から明らかなように粘性係数は各断面で特徴的な分布を示し、流れの発達につれ粘性は空間的に変化することが理解できる。また、粘性係数は壁面近傍で小さく、管路中心部にて大きな値を示すことがわかる。 $\phi=40, 60^\circ$ 断面で主流方向速度の低速領域が二次流れにより内壁側に

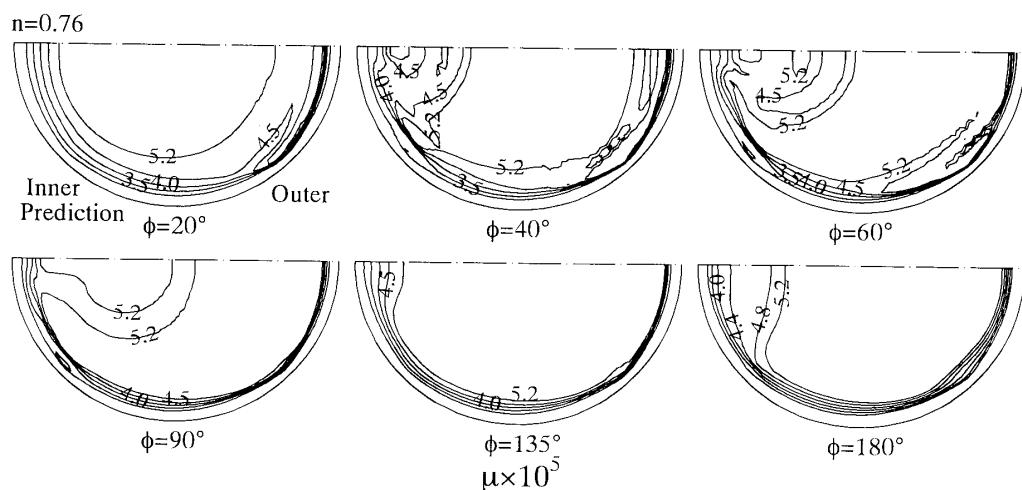


Fig. 10 Development of viscosity distribution for $n=0.76$

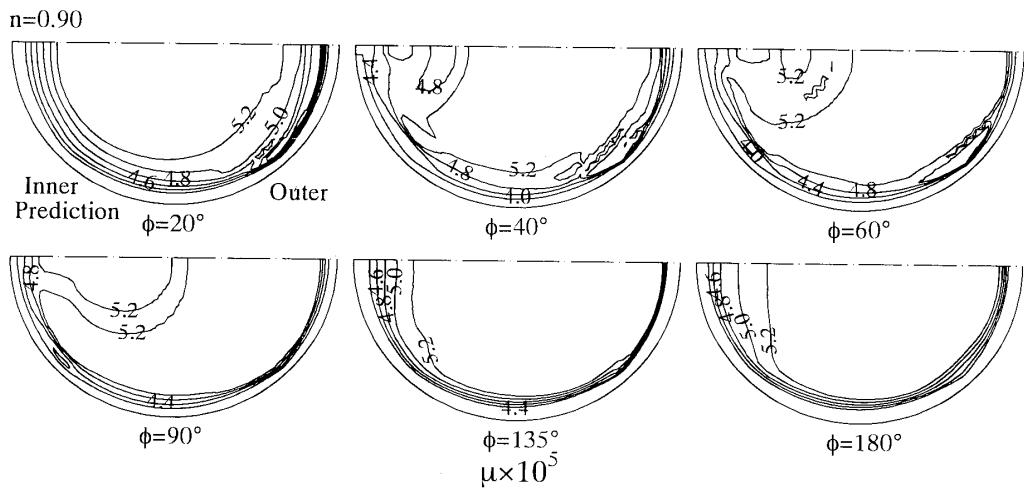


Fig. 11 Development of viscosity distribution for $n=0.90$

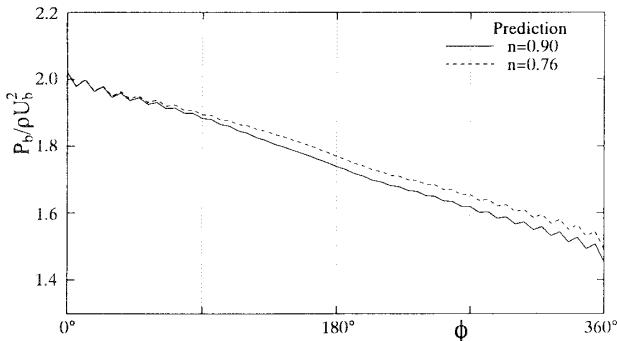


Fig. 12 Mean pressure distribution in the axial flow direction

生成されたが、粘性係数ものこの断面において比較的大きな等值線が舌状に内壁から中心部に向かい伸びており二次流れによる影響を受けている様子が両結果に認められる。また、両結果で異なる点として $n=0.76$ の $\phi=20, 40, 60^\circ$ 断面で 3.5 の等値ラインが、壁面から半径の 1 割程度離れた領域で認められるのに対して $n=0.9$ ではこの領域は 3.5 より高い値で占められている。この傾向は $\phi=180^\circ$ の内壁側で顕著に現れている。したがって、こうした曲がり管路流れにおいて、べき指数を小さくした場合には壁面からわずかに離れた領域における粘性が壁面に沿って変化することより流れ場が影響を受けることになるものと予測される。

本解析で対象とした流れは、べき指数が 1 以下の擬塑性流体であることより、べき指数が小さくなるにつれ以下の式で定義される管摩擦係数も小さくなる。すなわちべき指数の減少に伴って圧力こう配も小さくなる。

$$\lambda = -\frac{D}{R_c} \frac{\partial P}{\partial \phi} / \left(\frac{\rho}{2} U_b^2 \right) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

図 12 に断面内で平均化された圧力分布の計算結果を示す。圧力こう配の差を明らかにするため、便宜的に曲がり管路入口における圧力値を同一値として示した。図 12 に示すように、計算結果はこうした傾向と符合する結果となっているが、管摩擦係数を算出し実験結果と比較すると $n=0.76$ の場合、実験が 0.018 であるのに対し計算は 0.031、 $n=0.90$ の場合実験が 0.027 であるのに対し計算は 0.036 と計算結果はその値を大きく予測する結果となった。

5. 結 論

本解析結果から以下の結論を得た。

(1) $n=0.76$ の場合、計算は上下対称軸、左右対称軸に沿う主流方向速度分布を定性的にも、定量的にも比較的良好に予測した。ただし $\phi=40^\circ$ 断面の内壁

側で 30% 程度の誤差で主流方向速度を予測する領域がある。

(2) 主流方向速度等値線の発達分布から、管路内壁側に二次流れによる低速領域が形成される現象が認められるが、本解析手法もこうした現象を再現した。また、計算結果はべき指数が減少すると最大主流方向速度も減少することを示している。

(3) 主流方向速度変動値の予測に関しては、管路外壁近傍の最大値を正確に予測するには至らなかつた。計算は実験同様、べき指数の減少に伴って断面内の平均速度変動値が小さくなる現象を再現する。

(4) 本解析の場合、べき指数相違による粘性係数の変化は管路壁面から半径の 1 割程度離れた領域において顕著で、この粘性係数の変化が速度分布に影響を与えることになることを計算結果は示唆している。

最後に本研究遂行に際し文部省科学研究補助金〔基盤研究(C), No. 10650198〕の援助を得たことを付記し、謝意を表する。

文 献

- (1) 富田幸雄, 機論, 48-432, B(1982), 1423-1430.
- (2) Green, A. E. and Rivlin, R. S., *Q. Appl. Math.*, 14(1956), 299-308.
- (3) Townsend, P., Walters, K. and Waterhouse, W. M., *Non Newtonian Fluid Mech.*, 1(1946), 107-123.
- (4) 堀川明・森教安・三村宣治, 機論, 47-422, B(1981), 1971-1977.
- (5) 高見敏弘・須藤浩三・富田幸雄, 機論, 52-475, B(1986), 1228-1234.
- (6) 高見敏弘・須藤浩三・富田幸雄, 機論, 52-475, B(1986), 1235-1242.
- (7) 高見敏弘・須藤浩三・富田幸雄, 機論, 53-487, B(1987), 850-857.
- (8) 多田茂・福井康嗣・大島修造・山根隆一郎, 機論, 57-541, B(1991), 2956-2961.
- (9) 多田茂・大島修造・山根隆一郎, 機論, 58-546, B(1992), 349-355.
- (10) 高見敏弘・須藤浩三・富田幸雄, 機論, 55-516, B(1989), 2128-2138.
- (11) Nouri, J. M., Umur, H. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, 253(1993), 617-641.
- (12) 加藤保真・藤枝忠臣・棚橋隆彦, 機論, 61-592, B(1995), 4305-4311.
- (13) 久野孝希・里深信行・徳永宏, 機論, 58-552, B(1992), 2442-2448.
- (14) 中村雅英・沢田雅, 機論, 53-492, B(1987), 2313-2320.
- (15) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, 56(1976), 219-221.
- (16) 須藤浩三・高見敏弘, ターボ機械, 20-12(1991), 33-38.
- (17) 須藤浩三・高見敏弘, 藤田昭文, ターボ機械, 21-6(1993), 329-335.
- (18) 杉山均・秋山光庸・篠原康則・人見大輔, 機論, 63-609, B(1997), 1533-1540.
- (19) 杉山均・秋山光庸・篠原康則・人見大輔, 機論, 63-610, B(1997), 1920-1927.