

三次元表面張力場における VOF 関数離散化手法の評価*

人見大輔^{*1}, 秋山光庸^{*2}, 杉山 均^{*2}Assessment of Volume Tracking Algorithms
in a Three-Dimensional Flow Field Dominated by Surface Tension

Daisuke HITOMI, Mitsunobu AKIYAMA and Hitoshi SUGIYAMA

In this study, numerical analysis has been performed to clarify the assessment of volume tracking algorithms in a three-dimensional flow field dominated by surface tension. The FLAIR method has been extended to three-dimensional problems in this study. The distinct feature of FLAIR developed in two-dimension is that the slope of line segment is estimated based only on two neighboring volume fractions. This feature is also adopted in the three-dimensional FLAIR method proposed in this study, even if the three-dimensional slope of interface is neglected. This three-dimensional FLAIR is applied to a non-straining flow field and a surface tension dominated flow field. The results are compared with those of the donor-acceptor method, the SURFER method and the CIP method with digitization. Consequently, it has been found that the precision of translation of interface is much more improved by the use of the CIP method with digitization and the three-dimensional FLAIR method than that of the other methods. However, the CIP method with digitization will produce an uneven interface.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Multi-Phase Flow, Three-Dimensional Flow, VOF, Volume Tracking Algorithms, Donor-Acceptor Method, SURFER, CIP, FLAIR

1. 緒 言

工学的に興味ある流れとして自由界面流れがある。自由界面が存在する流れ場は、例えば、津波や船舶のまわりに生じる波、タンク内の液面振動、さらには液滴の落下、液膜流れなど多岐にわたり存在する。このような流れ場は界面が大きく変形、合体、分裂することに加え、多種の流体が存在する流れ場でもある。また、界面には表面張力が作用し、さらには相変化が生じる流れ場も存在する。このような流れ場を数値的に解析する手法としてVOF (Volume of Fluid) 法⁽¹⁾が考えられる。

富山^{(2)~(5)}はダクト内気泡流の解析にVOF法を用い、実験結果と計算結果がよく一致することを示している。しかしながら、VOF法では検査体積内の流体の体積占有率 F の移流方程式を解くことにより界面をとらえるため、VOF関数の移流方程式に対する高精度な離散化手法の必要性が高い。また、VOF関数移流方程式の離散化には(1)界面を1セル幅でとら

えること、(2)体積を保存すること、(3)界面の輸送精度が高いことが求められる。

VOF関数の移流方程式の離散化手法にはさまざまな方法が提案されている^{(6)~(11)}。VOF法の開発者であるNicholsら⁽¹⁾は、VOF関数 F の数値拡散を抑えるために、Donor-Acceptor法(DA法)を適用している。しかしながら、この方法は進行方向に対して斜めな界面は計算を続けるうちにやがて流れ方向に垂直な界面となる。Ashgrizら⁽⁸⁾はセル境界で界面こう配が連続となる、界面こう配を考慮した輸送法FLAIRを提案し、二次元の計算において、格子を斜めに横切るように円を移動させた場合、界面形状を正確に輸送でき、かつ体積の保存に関しても精度がよいことを示した。切刀⁽¹¹⁾は界面こう配をセル内で評価する界面こう配を考慮した輸送法MARS (Multi-interfaces Advection and Reconstruction Solver)を開発し、二次元気泡塔内流動解析に適用した結果、気泡の発生、離脱、合体および連続発生のシミュレーションが可能となることを示した。

このようにVOF関数 F の移流方程式に対する数多くの離散化手法が提案されている中、Buggら⁽¹²⁾はDA法、修正DA法、SLIC (Simple Line Interface Calculation) 法⁽⁶⁾、修正SLIC法、FLAIR法を円の二

* 原稿受付 1998年6月23日。

*¹ 正員、宇都宮大学大学院 (☎ 321-8585 宇都宮市陽東7-1-2)。*² 正員、宇都宮大学工学部。

E-mail: hitomi@mech.utsunomiya-u.ac.jp

次元輸送問題に関して調べ、DA法が界面の輸送に関して最も悪く、FLAIR法が最もよいと報告した。しかしながら、Buggらは界面の数値拡散に関しては報告していない。白川ら⁽¹⁰⁾はFLAIR法をBuggらと同じく円の二次元輸送問題に適用した結果、FLAIR法では時間発展とともに界面がぼやけていくことを示し、このことから気液二相流の解析に対しては問題があることを指摘している。一方、Souら⁽¹³⁾は二次元単一上昇気泡流に対しDA法とFLAIR法を適用し計算した結果、気泡の界面形状および終端速度に関して、DA法とFLAIR法とも実験結果とよく一致することを示しているが、体積誤差および界面の数値拡散に関しては報告していない。

以上の計算はそのほとんどが二次元計算であり、三次元非定常流に対するVOF関数移流方程式の離散化手法に対する評価はまだなされていない。そこで本研究では、界面こう配を考慮した界面輸送法FLAIRを新たに三次元に拡張した三次元FLAIR法を提案し、球の輸送問題および表面張力が支配的な非定常流の問題に適用し、従来の手法であるDA法、SURFER法⁽⁹⁾、CIP法⁽¹⁴⁾と比較検討することを目的とする。この結果から三次元の流れ場における各手法の特徴を明らかにする。以下、Ashgrizらによって開発されたFLAIRを二次元FLAIR法と呼び、本研究で提案する三次元FLAIR法と区別する。

2. おもな記号

F :	VOF関数(流体の体積率)
δF :	移動流束
U :	速度ベクトル
u :	セル境界での速度
F_{sv} :	表面張力による体積力
σ :	表面張力係数
κ :	界面の曲率
n :	界面の法線ベクトル
τ :	粘性応力
ρ :	密度
μ :	粘度
p :	圧力
t :	時間
δt :	時間きざみ幅
x, y, z :	座標軸
h :	格子幅
添字	
g :	気体
l :	液体

$\sim$: 時間発展における中間値

$\langle \rangle$: 局所平均

3. 三次元 FLAIR 法

3.1 三次元 FLAIR 法 検査体積内の流体の体積占有率を表すVOF関数 F の移流方程式は次式で示される。

$$\frac{\delta F}{\delta t} + \nabla \cdot (FU) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

三次元FLAIR法ではVOF関数 F の移流方程式の計算は座標軸に沿った方向ごとに多段階で行う。このとき式(1)は次のように差分化される。

$$F^* = F^n + \delta F_{i-1/2}^n - \delta F_{i+1/2}^n \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$F^{**} = F^* + \delta F_{j-1/2}^* - \delta F_{j+1/2}^* \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$F^{n+1} = F^{**} + \delta F_{k-1/2}^{**} - \delta F_{k+1/2}^{**} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで δF は、時間 δt の間に輸送される流体の移動量を表す。また n は時間ステップ、 i, j, k はそれぞれ x, y, z 座標軸方向の格子点を表す。以下に三次元FLAIR法における移動量 δF の求め方を説明する。

二次元FLAIR法では隣り合う二つのセルの境界における界面こう配の連続性を考慮したline-segment関数

$$y = ax + b \quad \dots\dots\dots (5)$$

を仮定し、その積分値と界面パターン判定図によって界面こう配を決定する。隣り合った二つのセルのVOF関数 F だけから界面こう配を求めることにFLAIR法の特徴がある。

図1に示される格子幅が h である界面セル、すなわち隣り合った二つのセルが両方とも $0 < F < 1$ となるセルを考える。左側のセルの体積率を F_a 、右側の体積率を F_b と表す。隣り合った二つの界面セルはつねに $F_a > F_b$ となるように再配置することができる。以下ではこのような界面セルを標準界面セルと呼ぶ。

図1に示す四つのセルパターンは図2の界面パターン判定図によって判別される。図2において図1に示される各界面パターンは次のような曲線によって定義

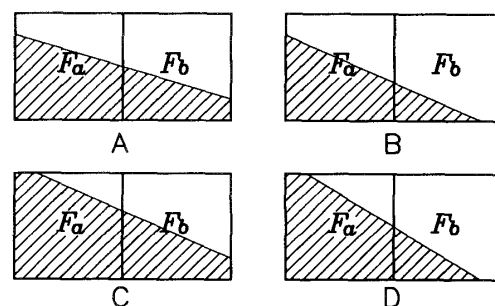


Fig.1 Standard interface cells applied in FLAIR

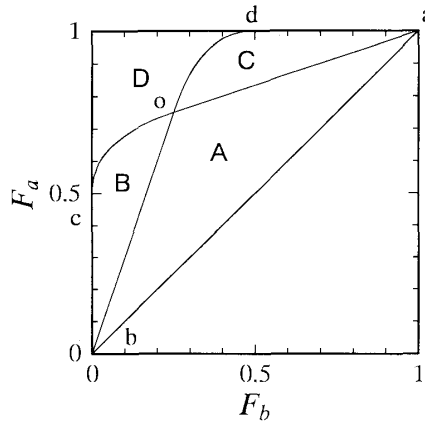


Fig. 2 Case distinction diagram for standard interface cells

される。

$$od : F_b + \{F_b(1 - F_a)\}^{1/2} = \frac{1}{2} \quad (6)$$

$$oa : 3F_a - F_b = 2 \quad (7)$$

$$ob : F_a - 3F_b = 0 \quad (8)$$

$$oc : F_a - \{F_b(1 - F_a)\}^{1/2} = \frac{1}{2} \quad (9)$$

$s = u\delta t/h$ とすると、各界面パターンにおいて、式(5)中の a , b およびセル境界の移動量 δF は次のように評価される。ただし、 u はセル境界における速度、 δt は時間きざみ幅、 h は格子幅である。

● CASE A

$$a = F_b - F_a \quad (10)$$

$$b^* = \frac{b}{h} = \frac{1}{2}(3F_a - F_b) \quad (11)$$

$$\delta F^+ = s(a + b^* - as/2) \quad (12)$$

$$\delta F^- = s(a + b^* + as/2) \quad (13)$$

● CASE B

$$a = 2(F_a - b^*) \quad (14)$$

$$b^* = 2\{F_a + F_b - (F_a F_b + F_b^2)^{1/2}\} \quad (15)$$

$$\delta F^+ = s(a + b^* - as/2) \quad (16)$$

$$\delta F^- = \begin{cases} F_b & \text{if } s+1 \geq x_b^* \\ s(a + b^* + as/2) & \text{if } s+1 < x_b^* \end{cases} \quad (17)$$

● CASE C

$$a = 2\{2F_a + F_b - 3 + 2[(1 - F_a)(2 - F_a - F_b)]^{1/2}\} \quad (18)$$

$$b^* = 3\left\{3 - 2F_a - \frac{2}{3}F_b - 2[(1 - F_a)(2 - F_a - F_b)]^{1/2}\right\} \quad (19)$$

$$\delta F^+ = \begin{cases} s(a + b^* - as/2) & \text{if } s \leq 1 - x_a^* \\ s + F_a - 1 & \text{if } s > 1 - x_a^* \end{cases} \quad (20)$$

$$\delta F^- = s(a + b^* + as/2) \quad (21)$$

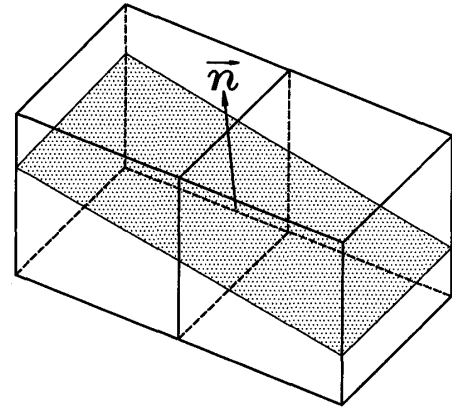


Fig. 3 Interface cells for 3-D FLAIR

● CASE D

$$a = \frac{1}{x_a^* - x_b^*} \quad (22)$$

$$b^* = -\frac{x_b^*}{x_a^* - x_b^*} \quad (23)$$

$$\delta F^+ = \begin{cases} s(a + b^* - as/2) & \text{if } s \leq 1 - x_a^* \\ s + F_a - 1 & \text{if } s > 1 - x_a^* \end{cases} \quad (24)$$

$$\delta F^- = \begin{cases} F_b & \text{if } s+1 \geq x_b^* \\ s(a + b^* + as/2) & \text{if } s+1 < x_b^* \end{cases} \quad (25)$$

ここで移動量 δF は、セル境界の速度 u が正のときは δF^+ を用いて、負のときは δF^- を用いて評価する。また x_a^* はセルの上側境界と界面との交点の x 座標を、 x_b^* はセルの下側境界と界面との交点の x 座標を表す。

三次元の場合に一般の界面を平面で近似するには、二つの隣り合ったセルの VOF 関数 F からだけでは求めることはできない。この平面を求めようとするには二つの隣り合ったセル以外の F 値も必要とするため、たった二つの F 値から界面こう配を求めるという二次元 FLAIR 法の利点をなくしてしまう。そこで、二次元の場合と同様に隣り合った二つのセルの F 値だけから界面を近似するものとする。図3のようになる。例えば、 x 方向の F の移動量を評価しているものとする。図3は x - y 平面で考えれば界面の法線ベクトル $\mathbf{n}$ の z 成分は $n_z = 0$ 、 x - z 平面で考えると $n_y = 0$ となる界面を表している。表面張力を評価するには界面の曲率を求めなければならないので、表面張力の精度は格子分割幅以上には期待できないことを考えれば、二次元 FLAIR 法をそのまま用いることができる。

三次元 FLAIR 法ではセル境界で連続となる界面こう配を求める。しかし、 $0 < F_a < 1$ かつ $F_b = 0$ となる場合、セル a とセル b の境界で界面こう配を求める

ことはできない。したがって、このような場合セル b とは異なるセル a と隣接するセルを調べることにによって界面こう配を求め、セル a とセル b 間の移動量 δF を評価する。例として図4に示されるような場合を考える。

まずセル c を調べると標準界面セルとなるのでセル a とセル c を用いて界面こう配を求める。セル d とセル a は標準界面セルではないのでセル a とセル d からは界面こう配を求めることはできない。セル a とセル e は標準界面セルとなるので界面こう配を求めることができる。 z 方向も同様に考える。以上の方法でそれぞれ求めた界面こう配からセル a とセル b 間の移動量を求め、それらを平均することによってセル a とセル b 間の移動量とする。またセル a のまわりのセルすべてが $F=1$ あるいは $F=0$ となる場合には標準界面セルに帰着できないのでDA法を適用する。

3.2 三次元 FLAIR 法の精度 三次元 FLAIR 法の精度を検証するため、DA 法、SURFER 法、CIP 法と比較計算を行った。計算問題は、直径が0.4である球が立方体計算領域のコーナ部から対角コーナ部方向へ等速直線運動で移動したあとの界面形状を求める。計算格子幅は $h=1/63$ で、 x, y, z 方向速度ともに1であり、時間間隔を $\delta t=2.0 \times 10^{-3}$ として計算を行った。図5に125ステップ後の界面形状を示す。体積誤差はDA法、SURFER法、CIP法、三次元 FLAIR法でそれぞれ、 $-1.24, -5.98, -1.27, -1.79\%$ であった。

DA法とSURFER法ではVOF関数 F の移流方程式(1)を一段階で計算するため、例えば図4に示されるセル a からセル f へは界面は1ステップでは移動

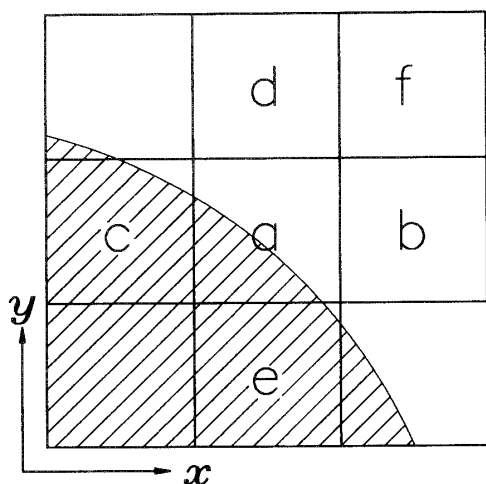


Fig. 4 Exceptional interface cells

できない。したがって球の進行方向前部がつぶれた形状を示す。CIP法で得られた結果はDA法、SURFER法に比べ界面形状の輸送はかなり精度がよい。しかしながら、CIP法はVOF関数をtan関数によって変換することにより界面を1セル以内でとらえることができるが、界面に細かい凹凸を生じさせている。

三次元 FLAIR 法では図6に示されるように球の進行方向後部において数セルにわたって数値拡散が生じている。しかしながら、図5に示されるように三次元 FLAIR 法で得られた結果は界面形状が精度よく輸送されており、また体積保存に関しても精度がよいことが示された。

4. 表面張力場への 三次元 FLAIR 法の適用

4.1 計算対象 球の輸送問題を三次元 FLAIR 法で計算した結果、界面形状は精度よく求められるものの、数値拡散が数セルにわたって生じていることがわかった。この数値拡散の問題は円の二次元輸送問

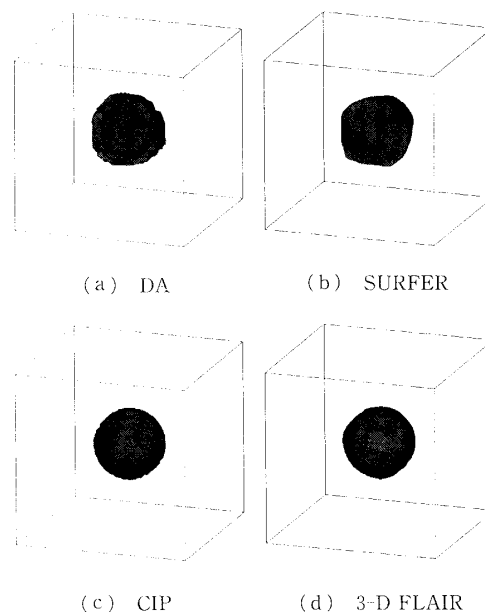


Fig. 5 Calculated results

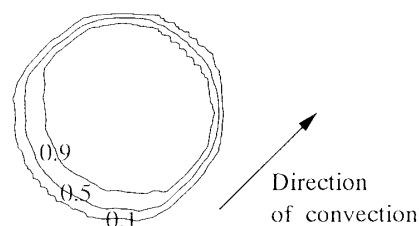


Fig. 6 Contours of volume function obtained with 3-D FLAIR at central cross-section of sphere

題⁽¹⁰⁾でも生じていたことであるが、Souら⁽¹³⁾の二次元単一上昇気泡流の計算では、二次元FLAIR法による計算結果は実験結果とよく一致していることから、球の輸送問題だけでは三次元FLAIR法の精度を判断することはできないと考えられる。そこで、表面張力が支配的な系である、無重力場における壁付着条件によって生じる流れ場の計算を行った。作動流体は水とし、周囲気体には空気を想定した。計算条件を表1に示す。計算空間は一辺が $L=1\text{ m}$ の立方体で、格子点数は $65 \times 65 \times 65 = 274\,625$ 点とし、等間隔格子を用い、格子幅は $h=L/63\text{ m}$ とした。供試空間を図7に示す。初期条件では、界面は下側に偏っており 90° で壁に接触している。液相の深さは 0.15 m とした。境界条件は図7に示される立方体のすべての面でno-slip条件とし、液相と壁との接触角は 175° とした。またCFL(Courant-Friedrichs-Lewy)数が 0.2 以下となるように δt を設定した。この流れ場は、界面形状が大きく変形し、かつ界面が計算領域全体にわたって移動するため、三次元FLAIR法の数値拡散の問題を調べるためには適切な問題であると考えられる。

4.2 支配方程式 ここで、液相、気相ともに非圧縮、層流と仮定した。流れ場を支配する方程式は連続の式とNavier-Stokes方程式で以下に示される。

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\langle \rho \rangle} \nabla p$$

Table 1 Calculation conditions

	unit	air	water
density(ρ)	kg/m ³	1.205	998.2
viscosity(ν)	Pa s	1.82×10^{-5}	1.0×10^{-3}
surface tension(σ)	mN/m		72.8
contact angle	degree		175

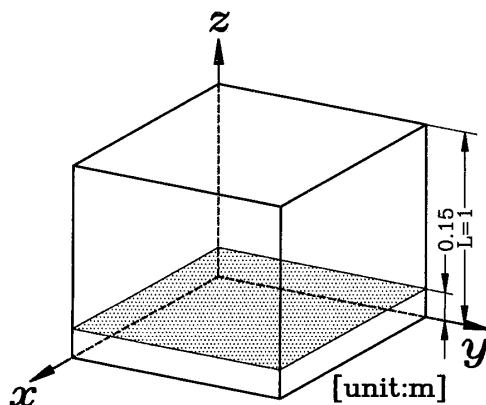


Fig. 7 Computational domain and definition of coordinate system

$$+\frac{1}{\langle \rho \rangle} (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + F_{sv}) \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここで p は圧力、 $\langle \rho \rangle$ は流体の密度の局所平均値で次式で定義される。

$$\langle \rho \rangle = F\rho_l + (1-F)\rho_g \quad \dots\dots\dots (28)$$

ρ_g , ρ_l はそれぞれ気相、液相の密度を表す。また $\boldsymbol{\tau}$ は粘性応力で次式によって定義される。

$$\boldsymbol{\tau} = \langle \mu \rangle \{ (\nabla \mathbf{U}) + (\nabla \mathbf{U})^T \} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$\langle \mu \rangle$ は流体の粘度の局所平均値である。

$$\langle \mu \rangle = F\mu_l + (1-F)\mu_g \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで μ_g , μ_l はそれぞれ気相、液相の粘度を表す。

表面張力はCSF(Continuum Surface Force)モデル⁽¹⁶⁾によって表され、Navier-Stokes方程式において体積力 $\mathbf{F}_{sv}$ として考慮される。

$$\mathbf{F}_{sv} = 2\sigma \kappa(\mathbf{x}) \mathbf{n}(\mathbf{x}) \rho(\mathbf{x}) / (\rho_g + \rho_l) \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで σ は表面張力係数、 κ は界面の曲率、 $\mathbf{n}$ は界面の法線ベクトルである。

4.3 数値解法 本研究ではFractional Step法を用いた。部分段階速度 $\tilde{\mathbf{U}}$ は次式から求められる。

$$\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U}^n + \delta t \left\{ -(\mathbf{U}^n \cdot \nabla) \mathbf{U}^n + \frac{1}{\langle \rho \rangle} (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^n + \mathbf{F}_{sv}^n) \right\} \quad \dots\dots\dots (32)$$

ここで対流項にはCIP法⁽¹⁵⁾を適用した。

圧力 p^{n+1} は部分段階速度 $\tilde{\mathbf{U}}$ を用いて、以下のポアソン方程式から求められる。

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\langle \rho \rangle} \nabla p^{n+1} \right) = \frac{\nabla \cdot \tilde{\mathbf{U}}}{\delta t} \quad \dots\dots\dots (33)$$

VOF関数 F の体積誤差は連続の式(26)と密接に関係するため、圧力のポアソン方程式(33)を精度よく解くことが求められる。本研究では固定 V サイクルの多重格子法⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を用いた。収束判定は残差ノルムが 10^{-6} 以下とした。

以上より得られた部分段階速度 $\tilde{\mathbf{U}}$ と圧力 p^{n+1} より速度 $\mathbf{U}^{n+1}$ は次のように求められる。

$$\mathbf{U}^{n+1} = \tilde{\mathbf{U}} - \frac{\delta t}{\langle \rho \rangle} \nabla p^{n+1} \quad \dots\dots\dots (34)$$

4.4 計算結果と考察 無重力場における壁付着条件によって生じる流れ場は、表面張力が支配的であり、また表面張力を評価するには界面の曲率を求めなければならない。したがって、界面形状を正確に求める必要がある。図8はDA法、SURFER法、CIP法、三次元FLAIR法で求めた界面の時間発展を示している。図8には界面が壁付着条件によって壁面からはがれていく様子が示されており、表面張力の効果によって界面が振動しながら時間発展していくことがわかる。図9に $y=0.5$ における x - z 断面の速度ベクトルを示す。

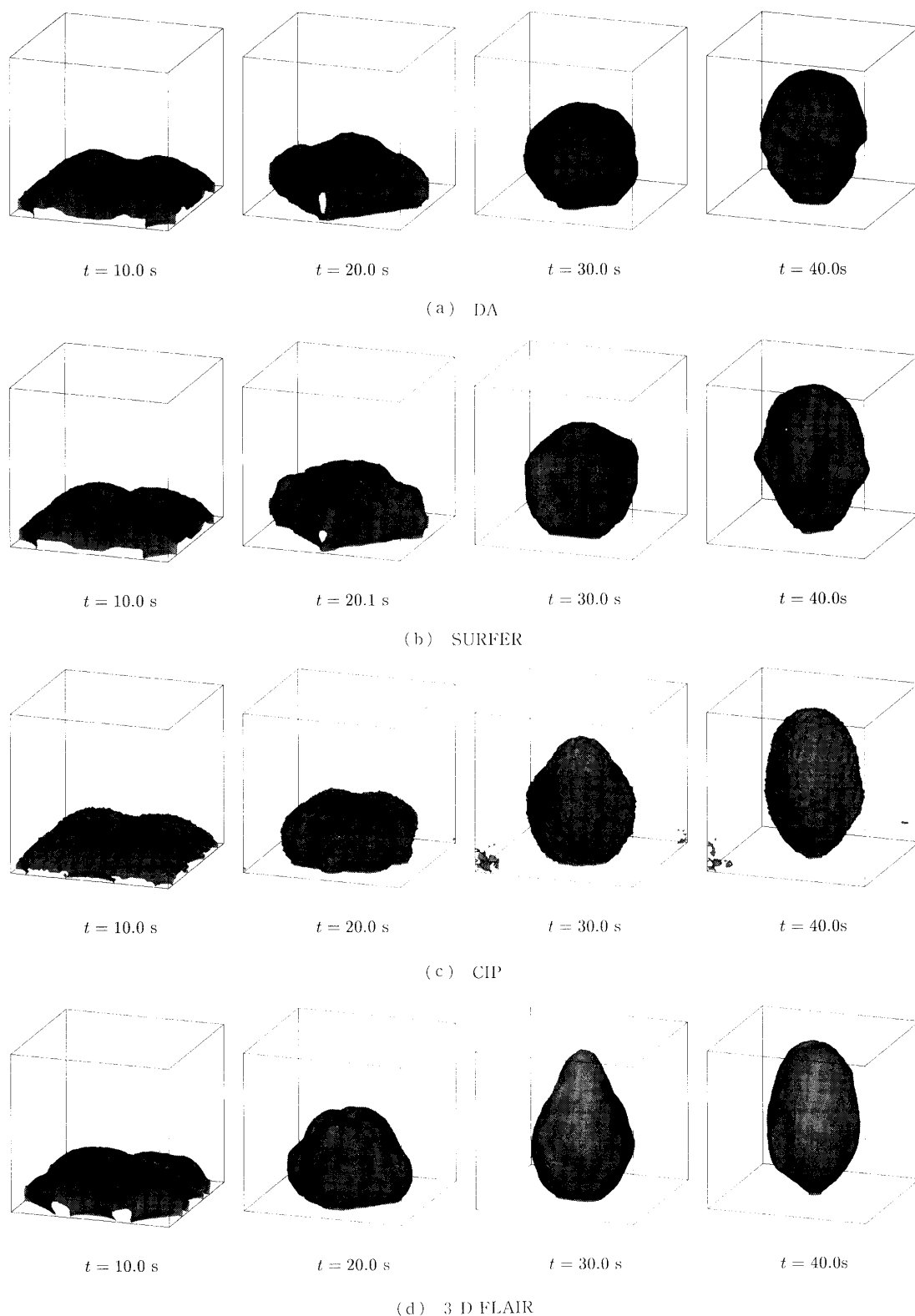
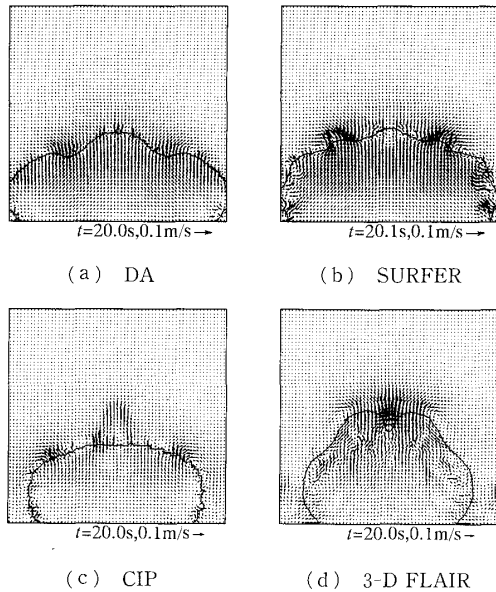


Fig. 8 Time evolution of fluid configurations

DA法とSURFER法はVOF関数 F の輸送量 δF の評価の仕方が基本的に同じであるため、界面の時間発展は特にその初期において同様の傾向を示す。しかしながら、DA法によって得られた界面形状は

SURFER法と比べると界面が底壁面から離れるのに時間がかかっている。これはDA法が数値拡散を抑えるために、セル内が液相(あるいは気相)で満たされないうちは隣のセルに輸送させないためである。

Fig. 9 Velocity vectors of x - z cross-section at $y=0.5$

CIP法で得られた結果には界面に細かい凹凸が見られる。これは球の輸送問題で得られた結果と同様に、VOF関数が $\tan$ 関数により変換されるために F 値が零あるいは1の近くに集中するためである。また、CIP法が本研究で比較した手法の中では界面の大きなスケールの振動が最も少ない。これは界面の凹凸により表面張力の効果が相殺されるためと考えられる。

図10はCSFモデルによって得られた表面張力ベクトルである。CIP法で得られた結果は、界面形状の凹凸によって曲率の符号が変化し、表面張力ベクトルの向きが隣り合ったセルで逆になるところが多く見られる。このことが界面の大きなスケールの振動を抑えるものと考えられる。界面の凹凸により曲率が過大に評価されるため、CIP法で得られた表面張力の大きさは、DA法、SURFER法、三次元FLAIR法で得られた結果に比べ、約2倍大きい。したがって、表面張力が支配的な流れ場をCIP法を用いて解析する際には注意する必要があると考えられる。

図10に示される表面張力ベクトルにおいて、三次元FLAIR法で得られた結果に液相内のほとんどの領域で表面張力ベクトルが描かれているのは、液相内のほとんどの領域が界面セル($0 < F < 1$)となっていることを示す。NicholsらのDA法⁽¹⁾では得られた F 値が 10^{-6} 以下であるときには $F=0$ とし、 F 値が $1-10^{-6}$ 以上であるときには $F=1$ として丸め誤差の影響を排除している。しかし、SURFER法⁽⁹⁾、CIP法⁽¹⁴⁾、FLAIR法⁽⁸⁾では F 値の補正に関して記述されていない。このため、本研究においてはSURFER法、CIP法、三次元FLAIR法では F 値の補正は行っていない。

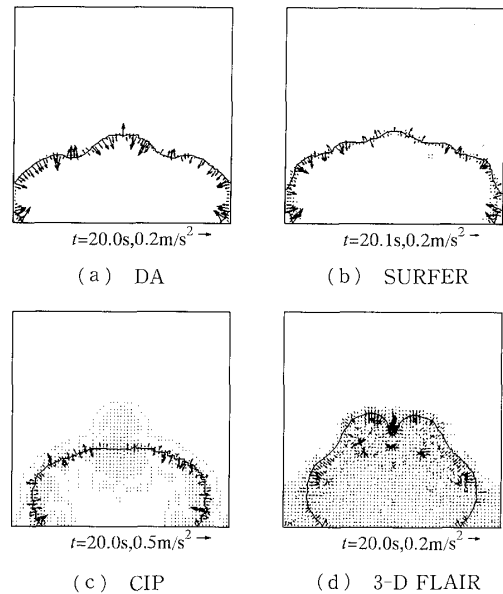
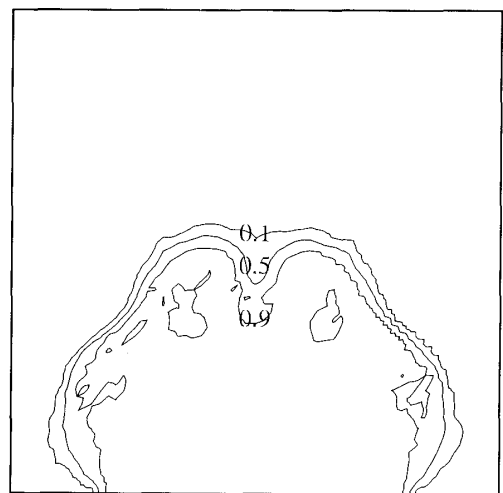
Fig. 10 Surface tension vectors of x - z cross-section at $y=0.5$ 

Fig. 11 Contours of volume function obtained with 3-D FLAIR

い。実際、SURFER法では本計算結果に影響するような数値拡散は生じていない。またCIP法では、 F 値の補正を行えば図10(c)に示される界面付近以外での非合理的な表面張力を除去することはできるが、界面の凹凸によって表面張力を過大評価することにかわりはない。

図11に三次元FLAIR法で得られた $t=20.0$ sにおけるVOF関数 F の等値線図を示す。 $t=20.0$ sにおいてすでかなりの拡散が見られるが、三次元FLAIR法ではDA法で用いられる F 値の補正を行っても数値拡散は生じてしまう。したがって、三次元FLAIR法では界面の再構築モデル以外に、丸め誤差

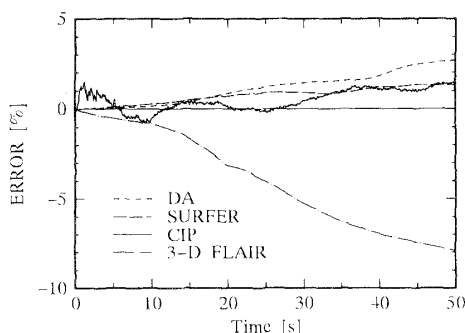


Fig. 12 Time evolution of volume error

の影響を排除するためだけでなく、数値拡散を防ぐための方法が本質的に必要になると考えられる。

図 12 には体積誤差の時間発展が示されている。三次元 FLAIR 法によって得られた結果は、球の輸送問題においては DA 法、CIP 法と同じくらいの体積誤差であったにもかかわらず、数値拡散が広がるにしたがって体積誤差も大きくなっていくことがわかる。

本研究で提案した三次元 FLAIR 法は、図 3 に示されるように界面の輸送に関して界面の三次元性を考慮していない。このため、式(2)、(3)、(4)の各段階でオーバーフロー($F > 1$)あるいはアンダフロー($F < 0$)が生じてしまう。このような場合、本研究では三次元 FLAIR 法の特徴を明確に示すため、オーバーフローが生じた場合には $F=1$ とし、アンダフローが生じた場合には $F=0$ としている。これが体積誤差を生じさせる原因であり、また数値拡散を拡大させる原因の一つとなっている。

5. 結 論

本研究では二次元 FLAIR 法を三次元に拡張し、球の輸送問題、および表面張力が支配的な流れ場の問題に対して適用し、従来の手法である DA 法、SURFER 法、CIP 法と比較することで各手法の特徴を明らかにし、以下の結論を得た。

(1) 球の輸送問題において、DA 法、SURFER 法は体積保存に関しては精度がよいものの、界面こう配を無視した界面輸送を行っているため、界面形状を保つことができない。

(2) 球の輸送問題において、CIP 法は界面形状を精度よく保つことができる。しかし、表面張力場の問

題では VOF 関数を $\tan$ 関数を用いて変換することにより界面に細かい凹凸が生じるため、他の手法に比べ表面張力を過大に評価する。

(3) 球の輸送問題において、本研究で提案した三次元 FLAIR 法は界面こう配を考慮した界面輸送を行うため、DA 法、SURFER 法に比べ界面形状を精度よく保つことができる。しかし、数値拡散が生じるため、界面の再構築モデル以外に数値拡散を防ぐ方法が本質的に必要となる。

文 献

- (1) Nichols, B. D., Hirt, C. W. and Hotchkiss, R. S., Los Alamos Sci. Lab., Rep. No. LA-8355(1980).
- (2) 富山明男・宋明良・南川久人・坂口忠司, 機論, **57**-539, B (1991), 2167-2173.
- (3) Tomiyama, A., Zun, I., Sou, A. and Sakaguchi, T., *Nucl. Eng. Des.*, **141**(1993), 69-82.
- (4) 富山明男・宋明良・坂口忠司, 機論, **60**-575, B(1994), 2439-2446.
- (5) 富山明男・宋明良・吉川秀雄・坂口忠司, 機論, **60**-576, B (1994), 2678-2685.
- (6) Noh, W. F. and Woodward, P., *Proceeding of the 5th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, **59**(1976), 330-340, Springer-Verlag.
- (7) Youngs, D. L., *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, (1982), 273-285, Academic Press.
- (8) Ashgriz, N. and Poo, J. Y., *J. Comput. Phys.*, **93**(1991), 449-468.
- (9) Lafaurie, B., Nardone, C., Scardovelli, R., Zaleski, S. and Zanetti, G., *J. Comput. Phys.*, **113**(1994), 134-147.
- (10) 白川英観・高田保之・黒木虎人・伊藤猛宏, 機論, **62**-604, B(1996), 4068-4075.
- (11) 刃刀資彰, 機論, **63**-609, B(1997), 1576-1584.
- (12) Bugg, J. D. and Naghashzadegan, M., *Computational Modelling of Free and Moving Boundary Problems*, **III** (1995), 83-90, Computational Mechanics Publications.
- (13) Sou, A., Tomiyama, A., Zun, I. and Yabushita, Y., *Computational Modelling of Free and Moving Boundary Problems*, **IV** (1997), 219-227, Computational Mechanics Publications.
- (14) Yabe, T., Xiao, F. and Mochizuki, H., *Nucl. Eng. Des.*, **155**(1995), 45-53.
- (15) Yabe, T., Ishikawa, T., Wang, P. Y., Aoki, T., Kadota, Y. and Ikeda, F., *Comput. Phys. Commun.*, **66**(1991), 233-242.
- (16) Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C., *J. Comput. Phys.*, **100**(1992), 335-354.
- (17) Fletcher, C. A. J., コンピュータ流体力学, (1993), 212-218, Springer Verlag, Tokyo.
- (18) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., *Numerical Recipes in Fortran 77*, (1992), 862-874, Cambridge University Press.