

## 偏心二重円管路内の非ニュートン流れにおける乱流解析\*

杉山 均<sup>\*1</sup>, 秋山 光庸<sup>\*1</sup>  
新井 孝<sup>\*2</sup>, 篠原 康則<sup>\*3</sup>Numerical Analysis of Turbulent Flow of Non-Newtonian Fluids  
in Eccentric Annular PassageHitoshi SUGIYAMA<sup>\*4</sup>, Mitsunobu AKIYAMA,  
Takashi ARAI and Yasunori SHINOHARA<sup>\*4</sup> Utsunomiya University, Dept. of Energy and Environmental Science,  
7-1-2 Yoto, Utsunomiya, Tochigi, 321-8585 Japan

A numerical analysis has been performed for developing turbulent flow of non-Newtonian fluid in eccentric annular passage. Several calculations have been carried out to examine the drag reduction with decreasing power index of power-law fluids and the reduction of skin friction factor with increasing eccentricity defined by the distance between the centers of the inner and outer pipes for Newtonian fluid. In numerical analysis, the power law model for non-Newtonian fluid and an algebraic Reynolds stress model for turbulent flow were adopted in order to predict precisely non-Newtonian flow behaviour. Boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. The numerical results are compared with the experimental data involving streamwise velocity and fluctuating velocities in axial, radial and tangential directions. As a result of comparison with the experiment, it was found that the present method could predict well the streamwise mean-velocity in both fluids and reproduce the secondary flow of the second kind generated by anisotropic turbulence. As for the comparison of fluctuating velocities, the agreement with experimental data is more satisfied for Newtonian fluid than for non-Newtonian fluid. The calculated results also suggest that the drag reduction with polymer solution is realized by the present method as well as the experiment and the phenomenon of decaying fluctuating velocity with decreasing power index is predicted.

**Key Words:** Numerical Analysis, Non-Newtonian Fluid, Turbulent Flow, Pipe Flow, Algebraic Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

## 1. 緒 言

二重円管路は、各種熱交換機器、あるいは空気調和機器を構成する重要な要素の一つである。また、石油採掘、土砂掘削の際、掘削装置は掘削用ドリルが収まった直線円形断面管部と、その外側に掘削した土砂が排出される円形断面管路とからなる二重円管路を構成する。こうした掘削用管路を流れる流体は、ほとんどの場合が非ニュートン流体で、かつ乱流場の複雑流れを形成する。こうした流れ場の流動挙動を解析することは、工業的にも研究のうえからも重要なことである。

ニュートン流体に限ると、こうした偏心円管路内の乱流場の実験解析とし Kacker<sup>(1)</sup> の報告例が挙げられる。彼は円管内に直円管を 1 本偏心させ配置した二重

偏心管路、ならびに 2 本の直円管を管路中心を通る直線上の対称な位置に偏心配置させた管路の 2 種類の管路を対象に、その平均速度場の解析を行っている。一般に、乱流場における非円形断面を有する直線管路には、乱れの非等方性により層流には認められない第 2 種二次流れが生成される。Kacker の対象とした流れ場もこうした流れ場の一つであり彼らはこの第 2 種二次流れの計測結果も示し第 2 種二次流れの強さは断面内平均速度の 2% 程度と微弱であることを報告している。

一方、非ニュートン流体を対象とした偏心二重円管路内の乱流の計測結果が Nouri-Umur-Whitelaw<sup>(2)</sup> により最近報告された。彼らは、非ニュートン流体に CMC(カルボキシメチルセルローズ)水溶液を用い、偏心二重円管路の内部円管の偏心率〔内部円管、外側円管の中心間距離/(外部円管路半径-内部円管路半径)〕を数種類変化させ、レーザ流速計による乱流計測を行っている。彼らは、同時にニュートン流体の計測結果も報告している。管路形状は異なるが高見・須藤・富田<sup>(3)</sup> は、Nouri らと同様、CMC 水溶液を用い

\* 原稿受付 1998 年 9 月 7 日。

<sup>\*1</sup> 正員、宇都宮大学大学院工学研究科 (〒321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2)。<sup>\*2</sup> 宇都宮大学大学院。<sup>\*3</sup> (株)日立製作所 (〒101-8010 東京都千代田区神田駿河台 4-6)。

E-mail: sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp

曲がり円管, 曲がり正方形管路内の乱流場を計測し, 管摩擦係数の実験式を提示するとともに, べき指数が小さくなると管摩擦係数も小さくなることを報告している。しかし, こうした非ニュートン流体の乱流場を対象とした実験解析は非常に少なく非ニュートン流体の乱流域における流動状態については不明な点が多いのが現状である。

以上の実験解析に対し, 非ニュートン流体の乱流場を対象とした数値解析も報告されている。Azouz-Shirazi<sup>(4)</sup> は同心二重円管路を対象に, 非ニュートン流体の構成方程式にはべき乗則モデルを, 乱流モデルには実験結果から導出された渦動粘性係数を用いて解析を行っている。乱流モデルの分類からすると, 速度スケール, 渦スケールの導出に輸送方程式を用いない零方程式モデルに相当する。彼らは, こうしたモデルを用いることより擬塑性流体に特徴的なトムズ効果を再現できることを報告している。中村・沢田<sup>(5)</sup> はビンガム塑性流体の直円管路内の乱流場を対象に  $k-\varepsilon$  二方程式乱流モデルを用い, 乱流から層流への遷移領域における乱流エネルギー, 管摩擦抵抗係数について検討しモデルの有用性について報告している。高見・須藤・富田<sup>(6)</sup> は, 2 種類のべき乗則流体の曲がり円管路の助走区間領域, ならびに完全発達領域における主流方向速度をレーザ流速計により測定すると同時に, 完全発達領域における流れをレイノルズ応力モデルを用い解析し実験結果と比較している。比較的良好に主流方向速度分布を予測できることを報告しているが, べき指数が 0.76 と小さくなると実験との差が大きくなり乱流モデルの適用が困難となることを報告している。したがって, 彼らはべき指数 0.9 の結果のみを報告している。著者ら<sup>(7)</sup> も高見ら<sup>(6)</sup> の実験を対象にべき乗則モデル, 代数応力モデルを用いて解析したが, べき指数 0.76 の場合も比較的良好に実験値を予測できることを報告した。

乱流場における偏心二重円管路流れには, 曲がり管路流れなど圧力こう配により生成される二次流れとは発生要因の異なる第 2 種二次流れが生成されるが, 非ニュートン流体で, こうした流れはどのような挙動を示すのか興味ある問題を内包している。そこで本研究では, Nouri-Umur-Whitelaw<sup>(2)</sup> の実験結果を対象に乱流数値解析を試みる。解析結果は実験結果と比較することにより本解析手法の有用性について検討を加えるとともに, その流動特性について新たな知見を得ることを目的とする。解析に際し, 乱流モデルとしては代数応力モデルを非ニュートン流体の構成方程式にはべき乗則モデルを用いて解析する。

## 2. おもな記号

- $C_f$ : 管摩擦係数
- $D_h$ : 水力直径
- $e$ : 偏心率  $= l/(R_o - R_{in})$
- $k$ : 乱流エネルギー
- $l$ : 内側円管と外側円管との中心間距離
- $n$ : べき指数
- $P$ : 時間平均圧力
- $P_b$ : 断面内の平均圧力分布
- $Re$ : レイノルズ数  $= \rho U_b^{(2-n)} D_h^n / \mu_0$
- $R_{in}$ : 内側円管半径
- $R_o$ : 外側円管半径
- $r$ : 断面内の半径方向距離
- $r_1$ : 外側円管からの半径方向距離
- $S$ : 水平, 垂直軸上での内, 外円管の間隔
- $U_z, U_\theta, U_r$ : 主流, 円周, 半径方向時間平均速度
- $u_z, u_\theta, u_r$ : 主流, 半径, 円周方向変動速度
- $U_b$ : 断面内の主流方向平均速度
- $U_m$ : 測定線上の主流方向最大速度
- $\varepsilon$ : 乱流散逸
- $\theta$ : 断面内の円周方向角度
- $\lambda$ : 管摩擦係数
- $\mu$ : 粘性係数
- $\mu_0$ : 第 1 ニュートン領域の粘性係数
- $\nu$ : 動粘性係数  $= \mu/\rho$
- $\rho$ : 密度

## 3. 解析手法

### 3.1 計算対象実験 本解析で計算対象とした

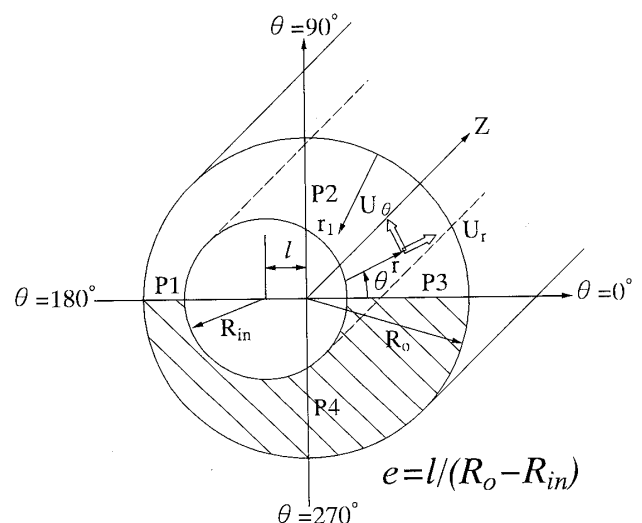


Fig.1 Eccentric Annular Passage and definition of coordinate system

Noui-Umur-Whitelaw<sup>(2)</sup>の実験装置の概略図を座標系とともに図1に示す。座標系は実験との比較の際の利便性を考慮し円筒座標系を用いた。装置は外側円管 ( $R_o = 20.15$  mm) と内側円管 ( $R_{in} = 10.05$  mm) とから構成され偏心率  $e$  が 0.0, 0.5, 1.0 の3ケースを対象としている。さらに、テレピン油を用いたニュートン流体に対しレイノルズ数 8 900, 26 600 の2ケース、非ニュートン流体に対してはCMC水溶液を用いレイノルズ数 1 150, 6 200, 9 600 の3ケースの実験を行っている。非ニュートン流体におけるレイノルズ数を定義する際、粘性係数については壁面近傍の粘性係数を用い定義している。また、CMC水溶液のべき指数は 0.75 である。さらに、完全発達領域で測定を行うため測定断面の上流部には水力直径の116倍に当たる助走管路を設けている。測定はレーザ流速計により行い、測定位置は図1中に示すP1 ( $\theta = 180^\circ$  軸の管路間最小距離線上), P2 ( $\theta = 90^\circ$  軸の管路間最大距離線上), P3, P4 ( $\theta = 0, 270^\circ$  軸の管路間距離線上)に示す各線上にて行っている。

以上のような実験結果を示しているが、本研究ではおもに  $e = 0.5$  の偏心管路形状を対象に  $Re = 26\,600$  のニュートン流体,  $Re = 6\,200$  の非ニュートン流体での実験結果と比較する。べき指数の影響を知るため  $Re = 6\,200$  で  $n = 1.0$  の、すなわちニュートン流体の計算も行う。計算に際しては実験と同じレイノルズ数を設定した。

**3・2 非ニュートン流体解析** べき乗則に従う非ニュートン流体の粘性係数は三次元テンソル表示にて以下のように示される。

$$\mu = \mu_0 \left[ \frac{|\gamma_{ij}\gamma_{ji}|}{2} \right]^{(n-1)/2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで

$$\gamma_{ij} = \left[ \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right] \dots\dots\dots (2)$$

この粘性係数を各支配方程式に加味して計算を行うこととした。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left[ \nu \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right] - \overline{u_i u_k} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left[ \nu \delta_{kl} + c_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right] \frac{\partial k}{\partial X_l} \right\} - \varepsilon \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k + \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \left[ \nu \delta_{kl} + c_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_l} \right\} \\ & - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

粘性拡散を考慮した運動方程式, 乱流エネルギー, 乱

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

|                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$                                                                                               | $-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$                                                                                                                                            |
| $\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$                                                                                               | $-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$ |
| $[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$                                                                                               | $C_1 = C_1^* + C_1' f\left(\frac{L}{X_w}\right) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f\left(\frac{L}{X_w}\right) \\ \zeta = \zeta^* + \zeta' f\left(\frac{L}{X_w}\right)$                                                            |
| $P_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$ | $D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$                                                                                                  |
| $P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l}$                                                           | $f\left(\frac{L}{X_w}\right) = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{4}}}{\kappa \varepsilon X_w}$                                                                                                                       |

Table 2 Constants in the pressure-strain correlation terms

| $C_1^*$ | $C_2^*$ | $\zeta^*$ | $C_1'$ | $C_2'$ | $\zeta'$ |
|---------|---------|-----------|--------|--------|----------|
| 1.4     | 0.44    | -0.16     | -0.35  | 0.12   | -0.1     |

流散逸輸送方程式は上式のように示される。ここで乱流エネルギー, 乱流散逸方程式中の定数は,  $c_s = 0.22$ ,  $c_\varepsilon = 0.18$ ,  $c_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $c_{\varepsilon 2} = 1.92$  である。

一方, レイノルズ応力輸送方程式はその対流項, ならびに拡散項に対しRodi近似<sup>(8)</sup>を用いてモデル化し, 粘性拡散項を加味した輸送方程式形として以下のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left[ \frac{Dk}{Dt} - D_k \right] &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left\{ P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \nu \frac{\partial k}{\partial X_k} \right] \right\} \\ &= P_{ij} + \pi_{ij} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} \right] - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

上式中  $D_k$  は乱流エネルギー方程式中, 右辺第2項めの乱流拡散項である。また, 圧力・ひずみ相関項  $\pi_{ij}$  のモデル式ならびに定数系を表1, 2に示す。

**3・3 境界適合座標** 本解析対象のような直交座標系で境界条件の設定が難しい流れ場に対しては境界適合座標系を適用した。境界適合座標系による計算手法は, 物理平面上の解析領域を計算領域へ座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定, 方程式の離散化が容易な反面, 変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots\dots\dots (7)$$

上式中  $\xi, \eta, \zeta$  は, 変換された計算平面での座標軸を示している。

**3・4 数値解析** 計算に際しては, 系の対称性を

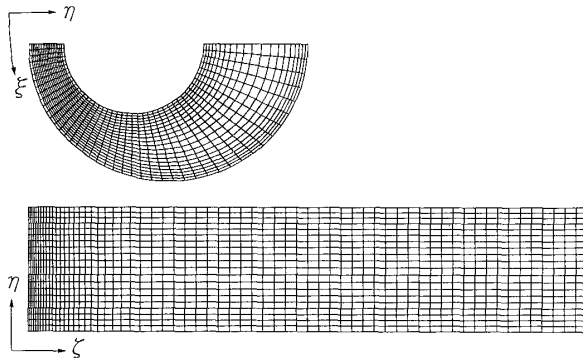


Fig. 2 Computational mesh

考慮して図1の斜線部に示した1/2断面を対象とした。実験では外側管直径の58倍の管路長さを設けているが計算では100倍の管路長さを設け計算を行った。計算格子点は断面内で $45 \times 21$ 、流れ方向に65の総数61425点の格子を配列した。図2には、本解析で用いた計算格子配列を示す。図2中の $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ は、計算平面上の座標系を示し格子に沿う座標を示している。

流入境界条件に関しては主流方向速度に一様流を、乱流エネルギー、乱流散逸の値には $k = U_b^2 \times 10^{-5}$ ,  $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を与えた。出口直管路部の境界条件にはノイマン条件を課した。圧力境界条件に関しては管路出口断面に零の値を、管路壁面では圧力こう配零の条件を設定した。管路入口は流速が指定されていることから圧力条件は特に設定はしていない。また、本乱流モデルは高レイノルズ形のモデルであり、乱流エネルギー、乱流散逸の壁面境界条件には壁関数を使用した。式の離散化は有限差分近似により行い各計算諸量の格子点配置はRegular Grid法によった。支配方程式中の対流項差分近似はQUICKを、それ以外の項に関しては中心差分を使用した。また、解析に際しては三次元だ円形方程式として解析を行った。

#### 4. 結果と考察

以下に実験結果との比較結果を示すが、計算結果は完全発達領域に相当する $Z/D_h = 196$ における計算結果を示している。

**4.1 ニュートン流体の比較結果** 図3は $e = 0.5$ におけるP1からP4線上の主流方向速度を実験、計算で比較した結果である。値は実験にならい測定線上での最大主流方向速度 $U_m$ にて無次元化している。 $S$ は管路間隔、 $r_1$ は測定線上を外管から外管中心位置へ向かって測定した距離を示している。また、計算は対称条件で計算していることからP2, P4の計算速

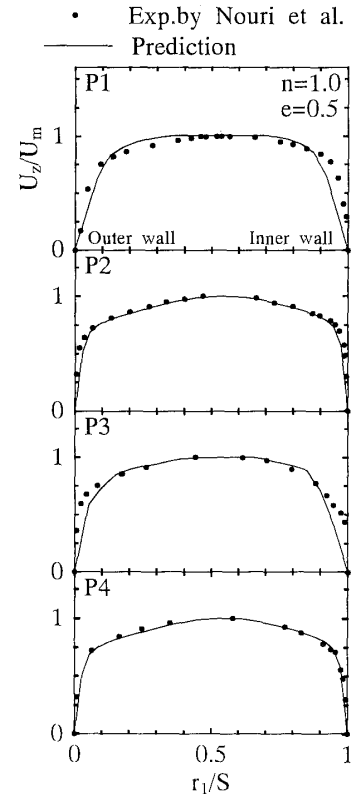


Fig. 3 Comparison of streamwise velocity for Newtonian fluid

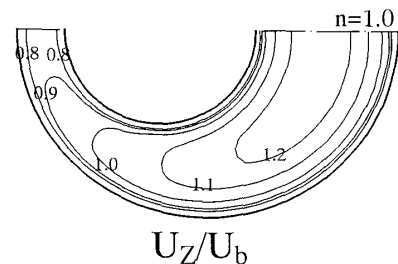


Fig. 4 Calculated contour map of streamwise velocity

度は同一分布である。比較結果から計算は比較的良好に実験値を再現している。断面内の流れを理解しやすくするため計算結果の主流方向速度等値線を図4に示す。より抵抗の少ない管路間隔幅が最大の右側を流体は流れ、最大値はこの領域に存在することが理解できる。また1.0, 0.9の等値線が、最大管路間隔幅側から最小管路間隔幅へ向かい舌状に伸びていることが特徴的である。こうした舌状等値線は第2種二次流れと相関をもつ。

図5, 6にそれぞれ三軸方向の垂直応力, せん断応力 $\overline{u_z u_r}$ の比較結果を示す。主流方向の垂直応力が最も大きく円周, 半径方向の順に続くが、計算も同様の傾向を再現している。しかし計算は主流方向の垂直応力の壁面近傍の値, 特に外側円管路壁近傍の実験値を小さく予測している。せん断応力は零値を挟んで異符号

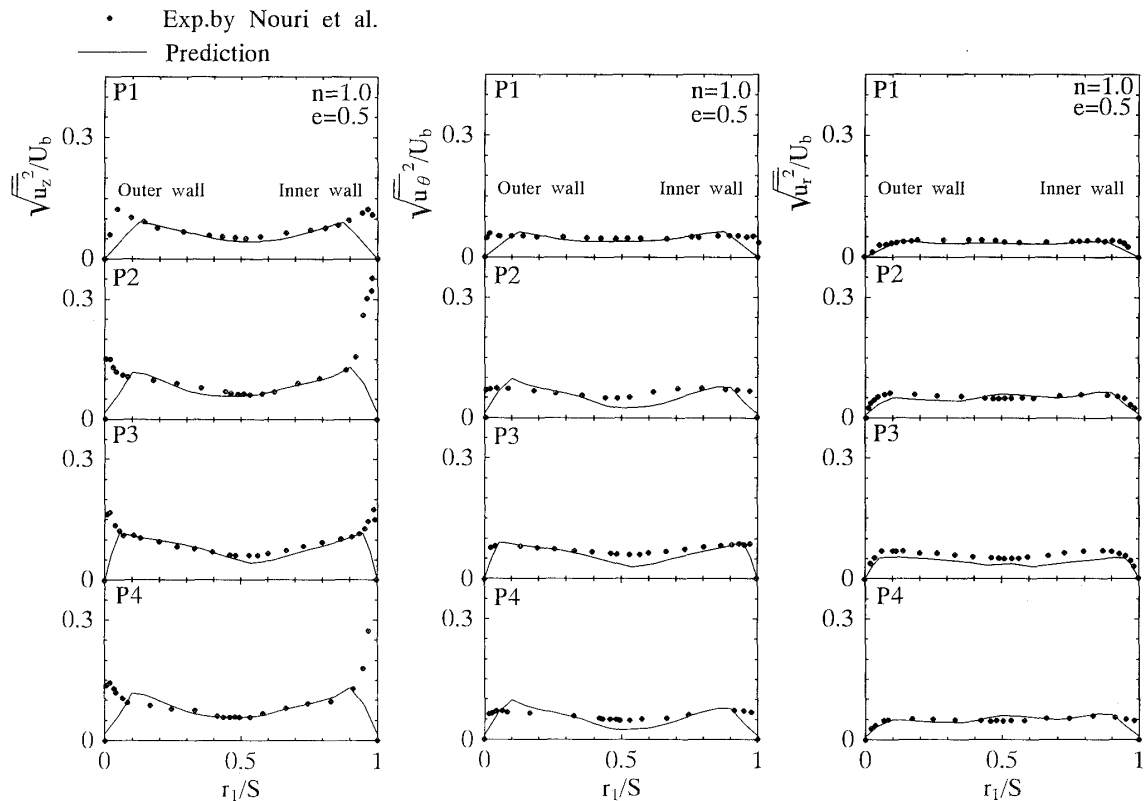


Fig. 5 Comparison of normal stress for Newtonian fluid

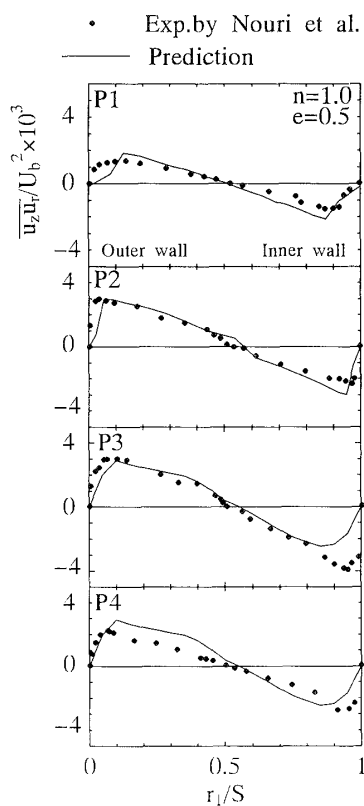


Fig. 6 Comparison of shear stress for Newtonian fluid

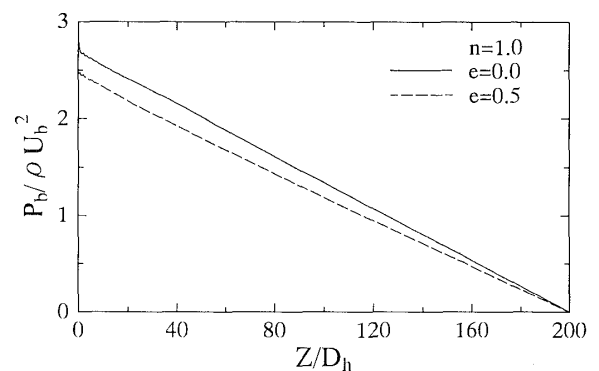


Fig. 7 The difference of pressure distribution between eccentric and concentric annuli

値を有する分布となるが、計算結果はその零値の位置も含め比較的良好な分布を示している。

Nouri ら<sup>(2)</sup> は、こうした偏心管路の特徴的な現象として偏心率が大きくなるにつれ、管摩擦係数が小さくなることを論文の中で報告し、偏心管路のほうが圧力損失が小さくなり、ポンプ動力も小さくて済むことを報告している。こうした現象を本解析モデルでも予測することが可能であることを証明する意味から  $e = 0.0$  の場合、すなわち同心円管路の計算も同一レイノルズ数で行った。図7はその圧力分布を比較した結果である。圧力は断面内の平均圧力の値を算出して比較して

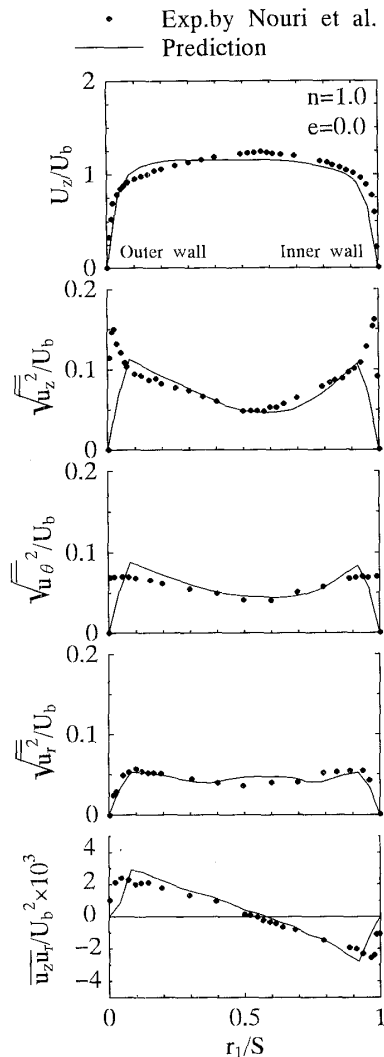


Fig. 8 Comparison of streamwise velocity and Reynolds stresses for concentric annular passage

いる。実験同様、計算結果も  $e = 0.5$  のほうが圧力こう配は小さく、したがって、管摩擦係数も小さいことがわかる。さらに、実験では、 $e = 0.0$  での各諸量の実験結果も提示されていることより、その諸量を比較した。図 8 にその比較結果を示す。主流方向垂直応力は、壁面近傍にて実験と差異が認められるが、それ以外の諸量は実験値を再現している。

**4.2 非ニュートン流体の比較結果** 図 9 は、 $e = 0.5$ 、べき指数  $n = 0.75$  の非ニュートン流体における P1 から P4 線上の主流方向速度を実験、計算で比較した結果である。また、べき指数の影響を検討するため、べき指数以外は同一条件の下に  $n = 1.0$  のニュートン流体の計算も行なった。 $n = 1.0$  の計算結果は図 9 に点線で示した。計算は、非ニュートン流体でも比較的良好に実験値の主流方向速度分布を再現している。またべき指数による速度の相違は、それほど顕著

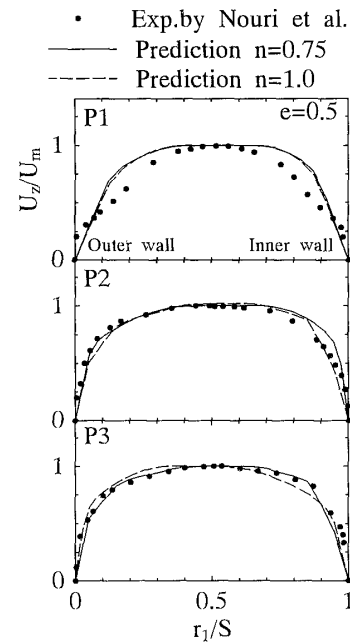


Fig. 9 Comparison of streamwise velocity for non-Newtonian fluid

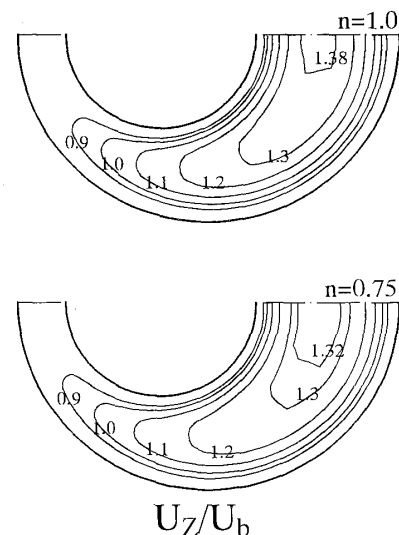


Fig. 10 Calculated contour map of streamwise velocity for  $n = 1$  and  $n = 0.75$

には認められない。

図 9 は、各測定線上の最大主流方向速度にて無次元化しているため、最大主流方向速度のべき指数による変化については明らかでない。そこで、断面内平均速度  $U_b$  にて無次元化した  $n = 1.0, 0.75$  の速度分布を、図 10 に示す。図 10 よりわかるように  $n = 1.0$  では、1.38 の等値ラインが存在するのに対し  $n = 0.75$  では認められない。べき指数が小さくなると、最大主流方向速度も小さくなることを計算結果は示唆している。

図 11 は、代表的断面における第 2 種二次流れのニュートン、非ニュートン流体の発達過程を計算結果か

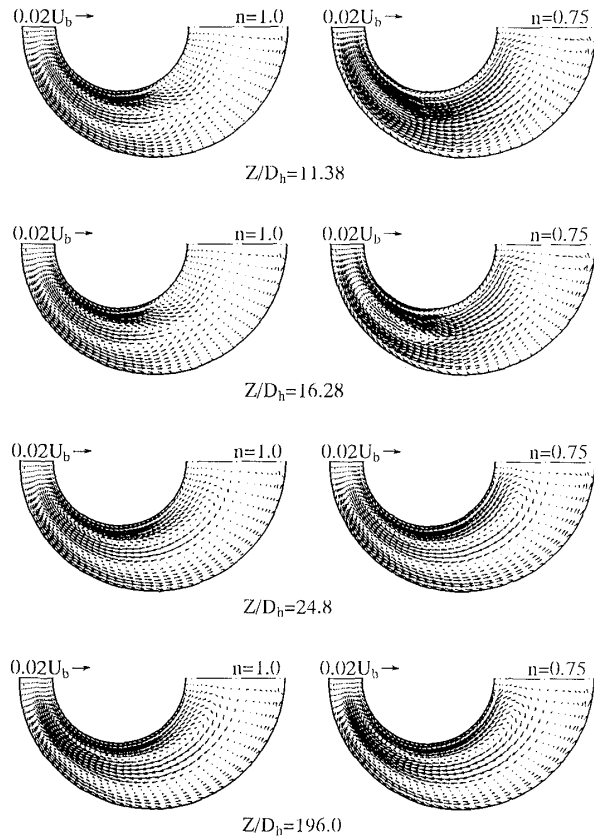


Fig. 11 Development of the secondary flow of the second kind for Newtonian and non-Newtonian fluids

ら示したものである。  $Z/D_h = 11.38$  の結果を比較すると  $n = 0.75$  では、最小管路間隔幅に相当する  $\theta = 180^\circ$  から最大管路間隔幅  $\theta = 0^\circ$  に向かう一方の二次流れが生成されているが、これは円管壁面からの境界層発達が起因するものと考えられる。これに対し  $n = 1.0$  では内側管と外側管の間に  $\theta = 0^\circ$  から  $180^\circ$  に向かう二次流れが形成され、乱れの非等方性により生成される第2種二次流れと思われる。こうした  $\theta = 0^\circ$  から  $180^\circ$  に向かう二次流れは、 $n = 0.75$  の場合、さらに下流の  $Z/D_h = 16.28$  にて認められる。一方、この位置で  $n = 1.0$  の流れにおいては流路断面内に一対の第2種二次流れが形成されていることがわかる。こうした結果は、非ニュートン流体のほうが二次流れの発達が遅いことを示唆している。さらに下流の  $Z/D_h = 24.8$ 、完全発達領域に相当する  $Z/D_h = 196$  では、第2種二次流れ分布に関し、べき指数による顕著な差は認められず、両者ほぼ同様な二次流れ分布を有する。

二次流れ分布に関し Nouri らは、 $\theta = 0^\circ$  から  $180^\circ$  に向かう、断面平均速度の2%程度の二次流れを報告しているが、循環流を形成する分布とはなっていない。彼らは、二次流れ測定に関し測定系の不確かさが大きいことを論文中で言及している。また、Kacker<sup>(1)</sup> は、 $e = 0.475$ 、 $R_{in}/R_o = 0.176$  の偏心管路を対象にした実験で、図11に示す断面で時計回りの二次流れによる循環流が、1個生成されることを報告している。また、Rapley<sup>(9)</sup> はこうした偏心円管路では2個の循

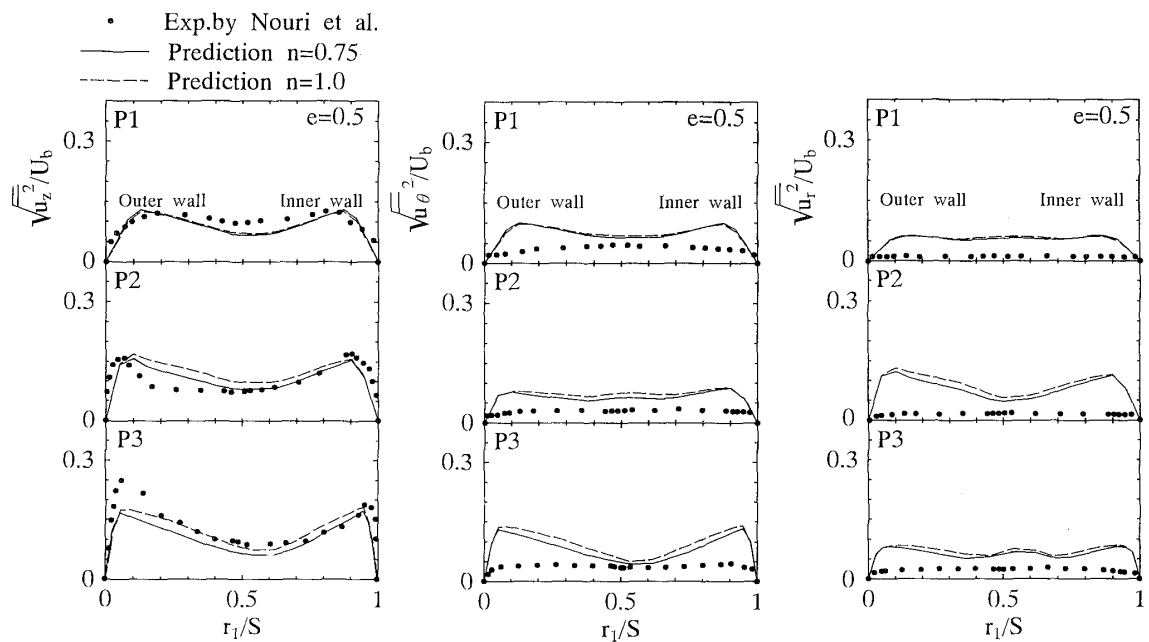


Fig. 12 Comparison of normal stress for non-Newtonian fluid

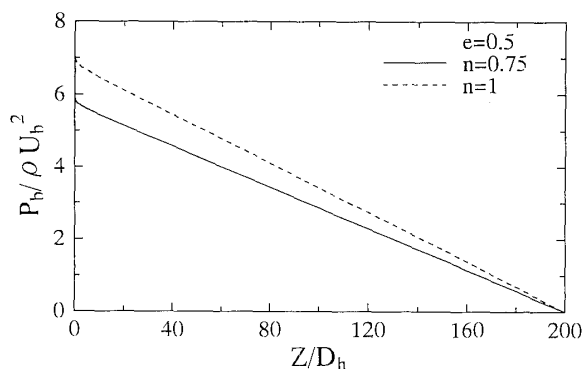


Fig. 13 The difference of pressure distribution between Newtonian and non-Newtonian fluids

環流が形成されるであろうことをその論文の中で予測し、実験、計算のさらなる検討が必要であることを述べている。本解析は Rapley<sup>(9)</sup> の推測と符合する結果となった。

図 12 は三軸方向の垂直応力の比較結果を示したものである。計算結果は主流方向の垂直応力については、P3 線上の外側円管の壁面近傍を除いて実験値を再現しているが半径、円周方向の垂直応力に関しては実験値より大きな値を予測した。ニュートン流体同様、垂直応力の大きさは、主流方向の垂直応力が最も大きく、円周、半径方向の順に続く。計算結果から半径方向垂直応力分布は、ほぼ平坦な分布となるのに対して、円周方向垂直応力は両壁面近傍でピーク値を有する分布となることがわかるが、これは半径方向の乱れは壁面近傍で抑制されるのに対し円周方向乱れは壁面による抑制効果がないためと解釈される。円周、半径方向の垂直応力は実験値と異なる結果を示したが、こうした差異要因として乱れの再配分を支配する圧力・ひずみ相関項に非ニュートン流体の乱流構造を考慮していない点を指摘できる。また  $n = 1.0, 0.75$  の計算結果からべき指数が小さくなると垂直応力も小さくなることがわかる。

本解析のようにべき指数が 1 以下の擬塑性流体では摩擦抵抗が減少するトムズ効果が報告されている。こうしたトムズ効果の原因として、いくつかの説が報告されている。例えば、スケールの大きな高分子が流体中に存在することより、それより小さなスケールを有する乱れは存在できず摩擦抵抗が減少するという説<sup>(10)</sup>、乱流における乱れが溶液の粘弾性に抑制されるためとする説<sup>(11)</sup>、壁面近くに溶液より粘度の低い溶媒のみの薄層が生成されるため摩擦抵抗が減少するという説<sup>(12)</sup> などである。本解析手法でもトムズ効果を再現できるのかを確認するため、断面内の平均圧力分布

を  $n = 1.0, 0.75$  にて比較した。図 13 にその比較結果を示す。図 13 から明らかなように、 $n = 0.75$  のほうが、その圧力こう配は小さくトムズ効果を再現できることを示している。

また、以下に定義される式を用いて管摩擦係数  $C_f$

$$C_f = \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{D_h}{2\rho U_b^2} \dots\dots\dots (8)$$

を算出した。その結果  $n = 1.0$  の場合、 $C_f = 0.017$  であるのに対し  $n = 0.75$  の場合には、0.014 と管摩擦係数は減少する。しかし、 $n = 0.75$  における管摩擦係数の実験値と比較すると、0.007 程度で計算値は、その値を大きく予測する。

## 5. 結 論

偏心円管路を対象にニュートン流体、非ニュートン流体流れの乱流構造を、構成方程式には、べき乗則モデルを、乱流モデルには代数応力モデルを用い解析した。解析結果は、実験結果と比較することにより以下の結論を得た。

(1) 本解析手法はニュートン流体における平均速度場、平均応力場の実験値を再現するが、壁面近傍の主流方向垂直応力値を小さく予測する。

(2) ニュートン流体にて偏心率が大きくなると管摩擦係数値は小さくなることを実験結果は示しているが、計算結果もこうした現象を再現した。

(3) 第 2 種二次流れをニュートン、非ニュートン流体で予測した。両者の二次流れ分布は、発達初期において顕著である。

(4) 本解析手法は、非ニュートン流体における平均速度場の実験値は再現するが半径、円周方向の垂直応力分布に関しては実験値を大きく予測する結果となった。また、べき指数の減少に伴って垂直応力値は減少することを計算結果は示唆している。

(5) べき指数が 1 以下の擬塑性流体においては管摩擦係数が減少するトムズ効果が報告されているが、本解析手法もこうしたトムズ効果を再現できることを示した。

最後に本研究遂行に際し文部省科学研究補助金「基盤研究(C), No. 10650198」の援助を得たことを付記し、謝意を表する。

## 文 献

- (1) Kacker, S.C., *J. Fluid Mech.*, 54 (1973), 583-602.
- (2) Nouri, J.M., Umur, H. and Whitelaw, J.H., *J. Fluid Mech.*, 253 (1993), 617-641.
- (3) 高見敏弘・須藤浩三・富田幸雄, 機論, 53-487, B(1987), 850-857.

- (4) Azouz, I. and Shirazi, S.A., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **119** (1997), 838-846.
  - (5) 中村雅英・沢田雅, 機論, **53**-492, B(1987), 2313-2320.
  - (6) 高見敏弘・須藤浩三・富田幸雄, 機論, **55**-516, B(1989), 2128-2138.
  - (7) 杉山 均・秋山光庸・小出律文, 機論, **65**-633, B(1999), 1505-1512.
  - (8) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56**(1976), 219-221.
  - (9) Raply, C.W., *Von Karman Inst. Fluid Dyn. Lect. Ser.*, (1982), 1-74.
  - (10) Virk, P.S., *J. Fluid Mech.*, **30**-2(1967), 305-328.
  - (11) Metzner, A.B. and Park, M.G., *J. Fluid Mech.*, **20**-2(1964), 291-303.
  - (12) Oldroyd, J.G., *Proc. Int. Congr. Rheol.*, II(1948), 130-134.
-