

曲がり円管路流れの発達乱流数値解析*

杉山 均^{*1}, 藤田 文暢^{*2}

Numerical Analysis of Developing Turbulent Flow in a Curved Pipe

Hitoshi SUGIYAMA^{*3} and Fuminobu FUJITA^{*3} Graduate School of Engineering, Utsunomiya University,
7-1-2 Yoto, Utsunomiya-shi, Tochigi, 321-8585 Japan

Numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in a curved pipe with contraction inlet by using an algebraic Reynolds stress model. Special attention is paid for the developing turbulent flow in curved pipe under the condition that the intensity of fluctuating velocity is low value at the inlet cross section of curved pipe. Such developing turbulent flow plays an important role in several engineering fields as well as a fully developed turbulent flow. In calculation, algebraic Reynolds stress model is adopted in order to predict preciously Reynolds stresses and boundary fitted-coordinate system is introduced as the method for coordinate transformation to set boundary conditions along complicated shape of curved pipe. Calculated results are compared with the experimental data in order to examine the validity of the presented numerical method and turbulent model. As for the comparison of mean velocity, the calculated results are relatively good agreement with the experimental data and are able to reproduce characteristic features observed in developing turbulent flow. By contrast to the comparison result of mean velocity, it is found that the present calculation has a tendency to overestimate the value of turbulent energy in a curved pipe region. Adding to this, it is pointed out as a characteristic feature that the region with high intensity is generated near inner wall region which phenomenon is also recognized in mean flow field.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Secondary Flow, Pipe Flow, Internal Flow, Developing Flow, Algebraic Reynolds Stress Model

1. 緒論

曲がり管路は、各種の流体輸送はもとより、熱交換器、空気調和機器、化学反応装置、冷却装置、原子炉用蒸気発生装置など機械工学の分野に限ることなく広範な分野で活用される重要な管路要素の一つである。同時に曲がり管路内流れには、遠心力、断面内圧力こう配との相互作用により、この種の流れを特徴付ける二次流れが発生し、研究の面からも古くより多くの研究が報告されている⁽¹⁾。

一方、流れを乱流に限ると、現在においても曲がり管路流れに関し、多くの研究が報告されているのも事実であり、これはいくつかの興味ある現象を内包することによるものと推察される。例えば、乱流場の非円形断面曲がり管路流れにおいては、圧力こう配による第1種二次流れと、非等方性乱流により誘起される第2種二次流れとが、曲がり管路流入直管部にて共存し、

その遷移現象が存在することが予測される。また、曲がり管路内乱流に関する研究の多くは、完全発達乱流を曲がり管路の流入条件に課した実験がおもである。この意味から、流入条件の相違による曲がり管路内の発達挙動についても興味あるところである。

正方形断面を有する 90° 曲がり管路流れを対象とした Humphrey-Whitelaw-Yee⁽²⁾ の実験、数値解析の対象実験として、いくつかの計算例で紹介されている Chang-Humphrey-Modavi⁽³⁾ の 180° 正方形断面曲がり管路内の乱流計測、一方、円形断面では 180° 曲がり管路を対象とした Azzola-Humphrey⁽⁴⁾、および 90° 曲がり管路流れを詳細に測定した須藤・高見・矢野⁽⁵⁾ の実験など、曲がり管路入口部における流入条件はすべて完全発達乱流である。一方、Iacovides-Launder-Loizou-Zhao⁽⁶⁾ は正方形断面を有する 180° 曲がり管路の入口上流部に水力直径の 6 倍の長さを有する直線管路を設け、乱流計測を報告している。また、流入条件に乱れの小さな一様流を課した場合の助走区間における発達しつつある流れ場における乱流計測が Melling-Whitelaw⁽⁷⁾ により報告されているが、正方形断面を有する直線管路である。

* 原稿受付 2001年7月30日。

^{*1} 正員、宇都宮大学大学院工学研究科(〒321-8585 宇都宮市陽東7-1-2)。^{*2} 宇都宮大学大学院工学研究科。

E-mail: sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp

こうした研究状況にあって須藤・檜原⁽⁸⁾は、曲がり円管路を対象に速度変動が小さい一様な速度分布を有する流れが、曲がり管路入口から流入する場合について、その乱流計測結果を示した。測定には熱線流速計を用い時間平均速度、変動速度分布を計測し、曲がり円管路内の助走区間における流れの発達過程について言及している。彼らの実験の場合、曲がり円管路に一様流が流入するまでの助走区間距離は、管路直径の1.73倍とIacovidesら⁽⁶⁾の6倍と比較して極端に短い。同時に彼らの実験の場合、曲がり円管入口部に一様流を導入するのに縮流部を設けているが、流入部の管路形状によりその後の発達がどの程度変化するのかを明らかにすることも工業的には意義あるものと思われる。

そこで本研究では、須藤・檜原⁽⁸⁾による実験を対象に、こうした発達乱流場を乱流モデルを用いた数値解析することを目的とする。解析結果は実験値と比較し解析手法の妥当性を検討するとともに、曲がり円管路流入部を、縮流部と同一長さを有する直線円管路で置き換えた場合の解析も行い、両者の発達乱流に関する差異分析を行う。解析に際し乱流モデルには代数応力モデルを、座標変換手法には、境界条件の設定が容易な境界適合座標系を用いて解析する。

2. おもな記号

- C_p : 壓力係数 $= (P - P_{ref}) / (\rho U_b^2 / 2)$
- D : 円管直径
- k : 乱流エネルギー
- P : 壁面静圧
- P_{ref} : 参照壁面静圧
- R_c : 曲がり管の曲率半径
- Re : レイノルズ数 $= U_b D / \nu$
- U_ϕ, U_θ, U_r : ϕ, θ, r 方向時間平均速度
- u_ϕ, u_θ, u_r : ϕ, θ, r 方向時間速度変動
- $\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力
- U_b : 断面内の主流方向平均速度
- ϵ : 乱流散逸
- ν : 動粘性係数
- ϕ : 曲がり角度
- θ : 断面内の円周方向速度

3. 解析手法

3.1 計算対象実験 解析対象とした須藤・檜原⁽⁸⁾の実験装置概略図、ならびに座標系を図1に示す。須藤ら⁽⁷⁾は、作動流体に空気を用い熱線流速計にて240°曲がり円管路内の発達乱流を計測した。曲がり部は管直径104 mm、曲率半径 $R_c=780$ mm(曲率半径比 $R_c/D=15$)の円形断面を有する管路である。曲がり管入口上流部には入口径252 mm、出口径104 mm、長さ180 mmの縮流部が設けられている。実験はレイノルズ数120 000に設定し、円管路下半断面について計測を行っている。

座標系は図1に示すように主流方向を ϕ 、断面内の円周方向を θ 、半径方向を r とし、時間平均速度をそれぞれ U_ϕ, U_θ, U_r と定義する。

3.2 レイノルズ応力輸送方程式 各レイノルズ応力を正確に扱う意味より、解析にあたってはレイノルズ応力輸送方程式を解くことを考える。レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は以下のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{\rho}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{\rho}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right) \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (1)$$

上式を直接的に解くことは不可能であり何らかのモデル化が必要となる。数値計算を実行するうえで障害となる左辺の対流項、拡散項に対してはRodi⁽⁹⁾近似を用いてモデル化を行った。この近似より輸送方程式は、微分式形から代数式形に変換されることになり計算負荷の低減に寄与する。反面、微分方程式にて関係づけられた物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。レイノルズ応力輸送方程式の圧力・ひずみ相関項のモデル化も問題と

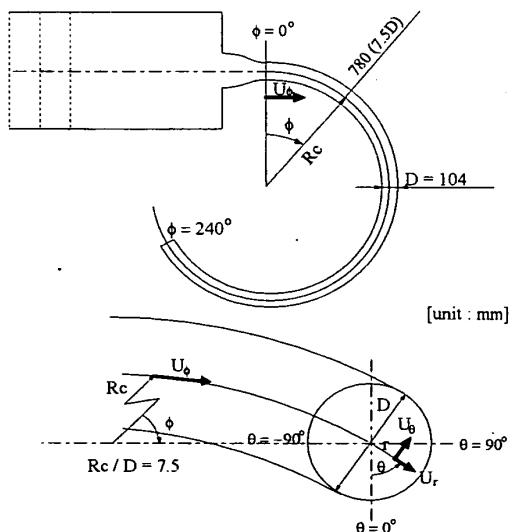


Fig. 1 Schematic drawings of experimental apparatus and definition of coordinate system

なるが、この項のモデル化、ならびに定数系に関しては別報⁽¹⁰⁾にて詳述した。

3・3 境界適合座標系 複雑形状流路を対象とする場合、形状に沿って境界条件を設定することが必要となる。本解析においては境界適合座標系を適用した。境界適合座標系は、物理平面上の解析領域を計算領域へ座標変換し計算平面上にて支配方程式を解く手法であり境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は、次の数学定理より変換される。式中の ξ , η , ζ は、変換された計算座標上での座標軸を示す。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots \dots \dots (2)$$

3・4 数値解析 計算対象領域は、実験同様円管路の半断面とした。実験では曲がり入口上流部に縮流部を設けているが計算では、この縮流部を考慮した。形状寸法は論文に示された値に沿った。また、実験では 240° 曲がり管路であるが管路出口部にて自由流出条件を課すため、計算では長さ $30D$ の直円管路を曲がり管路出口部に設けた。管路全体の計算格子、および断面内の格子配置を図 2 に示す。

縮流管路部における流入境界条件については、速度に関しては一様速度分布を課した。変動速度に関しては、実験結果より縮流管路部入口における rms 値 $\sqrt{u^2}$ が、断面平均速度の 0.5% 以下と報告されていることから、その値を $\sqrt{u^2}/U_b=0.5\%$ とし、入口部での乱流は等方性乱流であることを仮定し、縮流管路の入口における乱流エネルギー値を $k/U_b^2=3\bar{u}^2/2U_b^2$ とした。乱流散逸値に関しては $\varepsilon=k^{3/2}/D$ として流入条件を課した。壁面における乱流エネルギー、乱流散逸の境界条件は壁関数を用い、出口境界条件はノイマン条件とした。式の離散化は有限差分近似より行い計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項差分近似は QUICK 法を使用した。計算レイノルズ数は実験と同じ $Re=120\,000$ である。

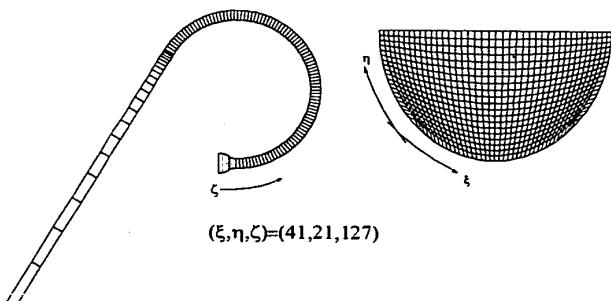


Fig. 2 Arrangement for computational mesh

4. 結果と考察

4・1 圧力分布と平均速度分布の比較 図 3 に流れ方向に沿う壁面静圧分布を圧力係数とし比較した結果を、図 4 に円周壁面に沿う静圧分布を当該壁面の平均圧力係数との差 ($\Delta C_p = C_p - \bar{C}_p$) として比較した結果を示す。平均圧力係数は以下のように定義される。

$$\bar{C}_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_p d\theta \quad \dots \dots \dots (3)$$

圧力係数を算出する際、圧力係数の原点を決める参照圧力 P_{ref} が必要となる。実験では縮流直管部の上流に位置する整流用管路における静圧を用いているが、計算では曲がり管入口から上流部 $0.56D$ での静圧を用いた。また、図 4 の円周方向静圧分布図において、内側の円周が $\Delta C_p=0$ を、外側の円周が $\Delta C_p=+0.25$ 、中心位置が $\Delta C_p=-0.25$ を示す。

曲がり管路における特徴的な現象として、下流側の流線曲率の影響が、曲率開始部上流に現れる現象を指摘できる。すなわち、曲がり管入口断面内 $\phi=0^\circ$ では、下流に位置する外壁が流れの障害となる影響により、圧力は外壁側で高くなることが指摘されているが、本解析対象とした流れの場合にも同様の現象が両結果に認められる。また、実験から $\phi=30^\circ$ 断面以降では内外壁面静圧の差には変化がなく、その円周方向の静圧分布も大きな変化は認められないことを報告しているが、計算でもほぼ同様の傾向を示している。図 3 の外壁面 ($\theta=90^\circ$) に沿う圧力係数分布から、計算では曲がり管路に流入すると同時に逆圧力こう配を形成することを予測している。この点を除けば、図 3, 4 の比較結果から計算は比較的良好に実験値を再現している。

図 5 は、主流方向速度等值線分布を実験値と比較した結果である。各値は断面内平均速度にて無次元化し

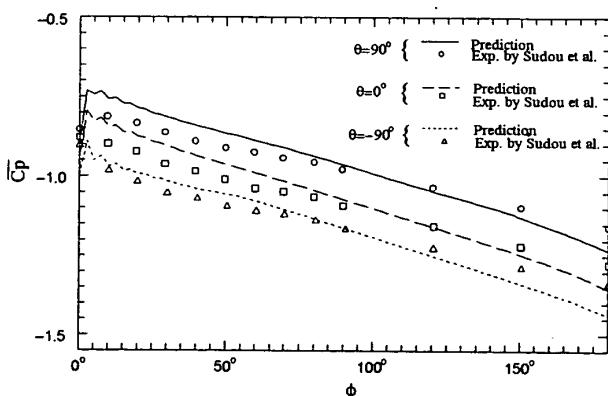


Fig. 3 Comparison of axial distribution of wall static pressure

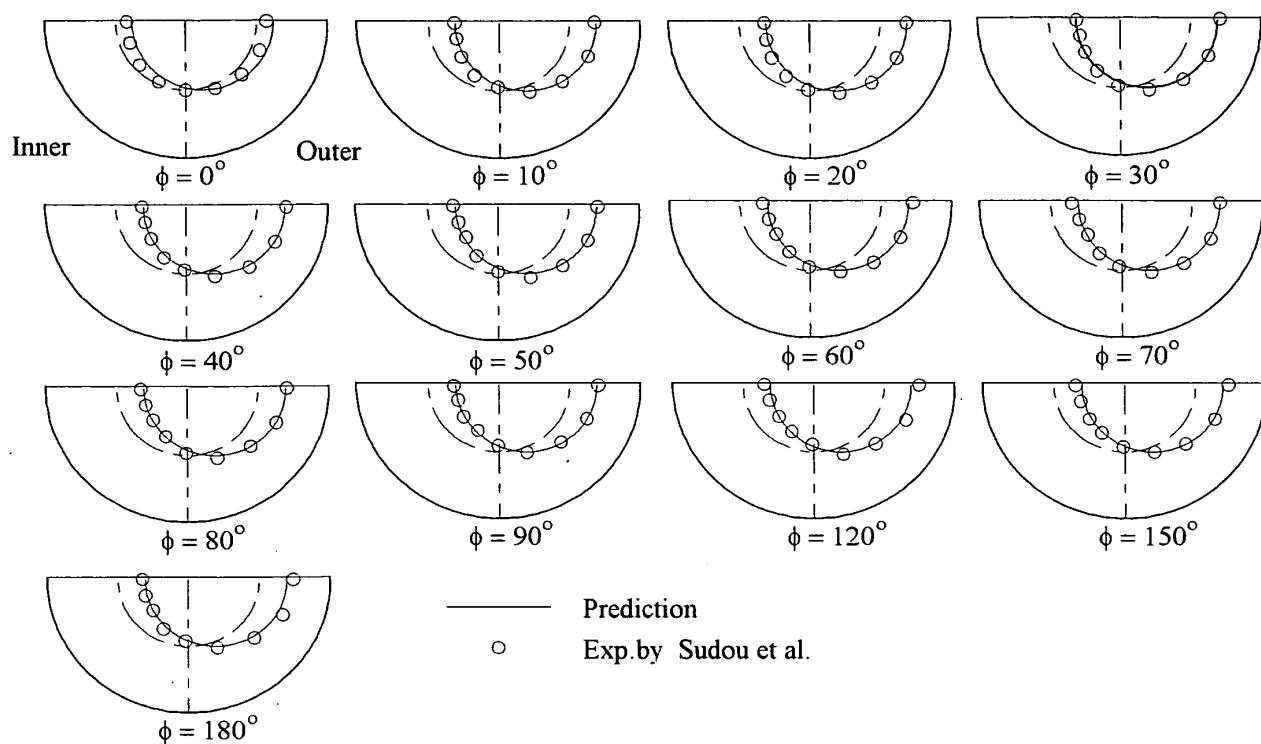


Fig. 4 Comparison of circumferential distribution of wall static pressure

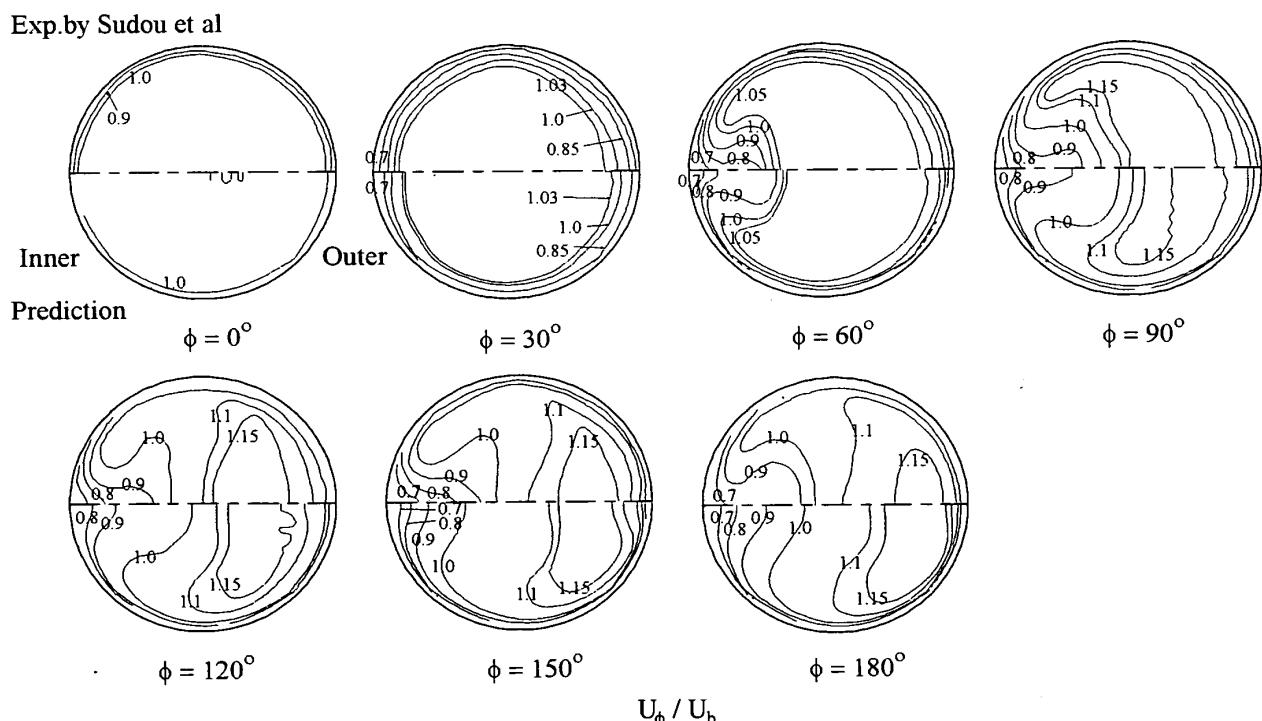


Fig. 5 Comparison of mean flow

た。一般に、完全発達乱流が曲がり管路に流入した場合などは、外壁側に生成される高い圧力により主流方向速度等值線は全体的に内壁に寄った分布を示すことが報告⁽¹¹⁾されているが、本解析のような流れ場ではこうした現象は顕著には認められない。主流方向速度

分布は、内壁側で順圧力こう配により加速され、 $\phi = 60^\circ$ 断面に見られるように等值線は管路中央部へ突き出た分布を形成する。さらに下流の断面においては最大主流方向速度の占める領域は減少し、外壁近傍に最大主流方向速度領域を形成する。計算もこうした特徴

的現象を再現している。

また、定量比較を行う意味から上下対称軸線上($\theta=90^\circ, -90^\circ$)、左右対称軸線上($\theta=0^\circ$)に沿う主流方向速度分布の比較結果を図6に示す。実験結果より、曲がり角 $\phi=50^\circ$ 断面から速度分布は変化し、その後、完全発達速度分布へ漸近していくようすが理解できる。計算結果もこうした速度分布挙動を予測し、定量的にも比較的良好に主流速度分布を再現している。

こうした主流方向速度の挙動は、二次流れと強い相関関係にある。図7はこの二次流れを両結果にて比較したものである。曲がり管路入口の $\phi=0^\circ$ 断面にて、実験では外壁から内壁に向かう、水平軸とほぼ平行な二次流れが認められるが、計算では上流部に設けられた縮流管路の影響で二次流れベクトルは、管路内部に向かうベクトルを予測している。また、実験では曲が

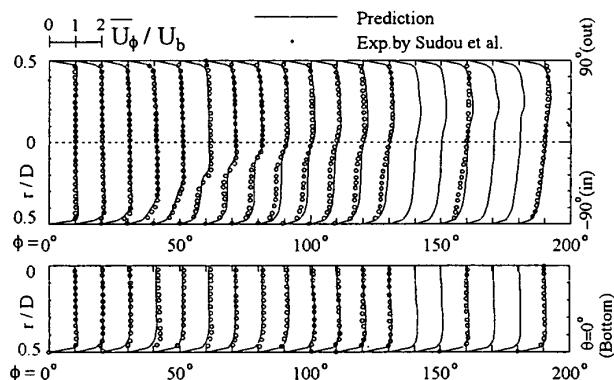


Fig. 6 Comparison of distribution of axial velocity

り角度 $\phi=60^\circ$ 断面にて比較的強い二次流れが内壁面に沿って形成されているが、計算結果も同様な結果を示している。この断面における主流方向速度等值線が大きくひずむのは、この二次流れの移流効果に起因している。二次流れは、断面内の圧力こう配による力、遠心力による力、乱流拡散の運動量交換による力の均衡によりその方向、強度が決まる。管壁に沿い比較的強度の強い二次流れが存在するのは、乱流拡散による力が小さいことを考慮すると、外壁側から内壁側に作用する圧力こう配に起因している。それに対し、管路中央部における二次流れ強度が小さいのは、遠心力と圧力こう配による力が均衡しているためと解釈される。

4・2 乱流エネルギー分布の比較 図8は乱流エネルギー分布を計算と実験で比較した結果である。各値は実験にならい断面内平均速度にて無次元化した。乱流エネルギー等值線分布も主流方向速度分布と同じように曲がり角度 $\phi=60^\circ$ 断面にて、大きくひずんだ等值線分布を示し、管路中央部では非乱流領域が存在する。計算もその分布は予測しているが、定量的には実験値を大きく予測する結果となった。また、特徴的な点として実験値の $\phi=90^\circ$ 断面の内壁側にて、0.25と比較的高い値を有する等值線が認められる。これは、二次流れの移流効果により低速流体が流入し、主流方向速度こう配が変化することに起因するが、計算もこうした等值線を予測するものの、値には差が認められる。

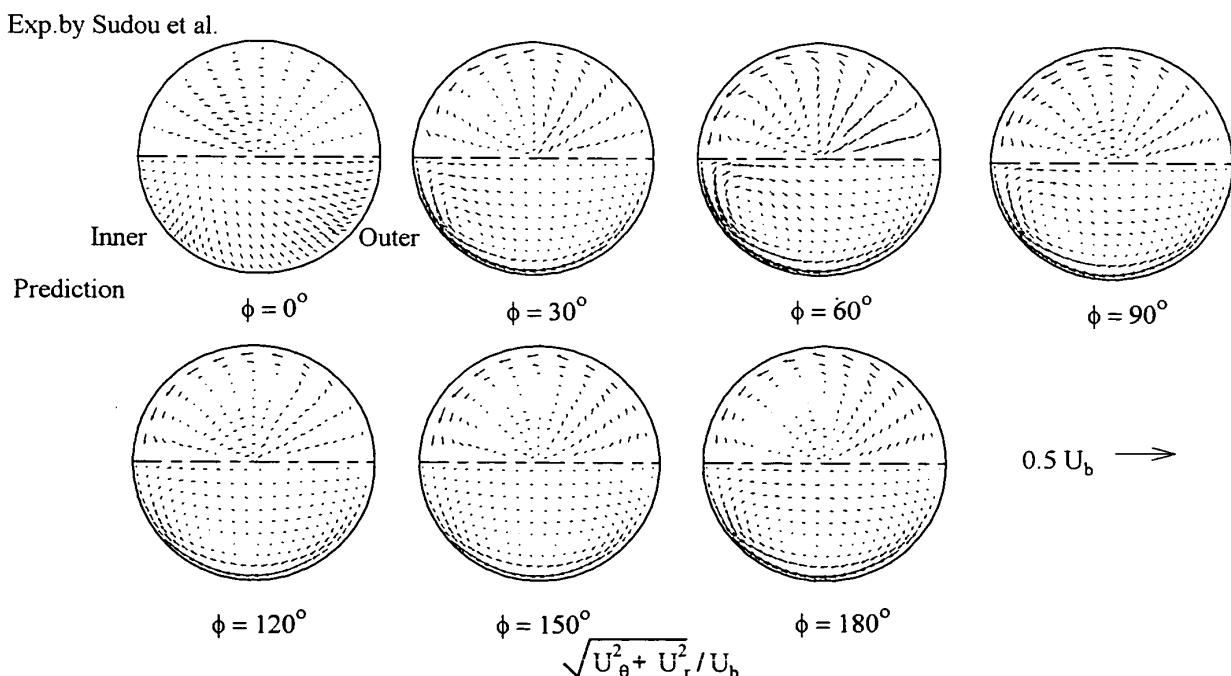


Fig. 7 Comparison of velocity vectors of secondary flow

Exp. by Sudou et al.

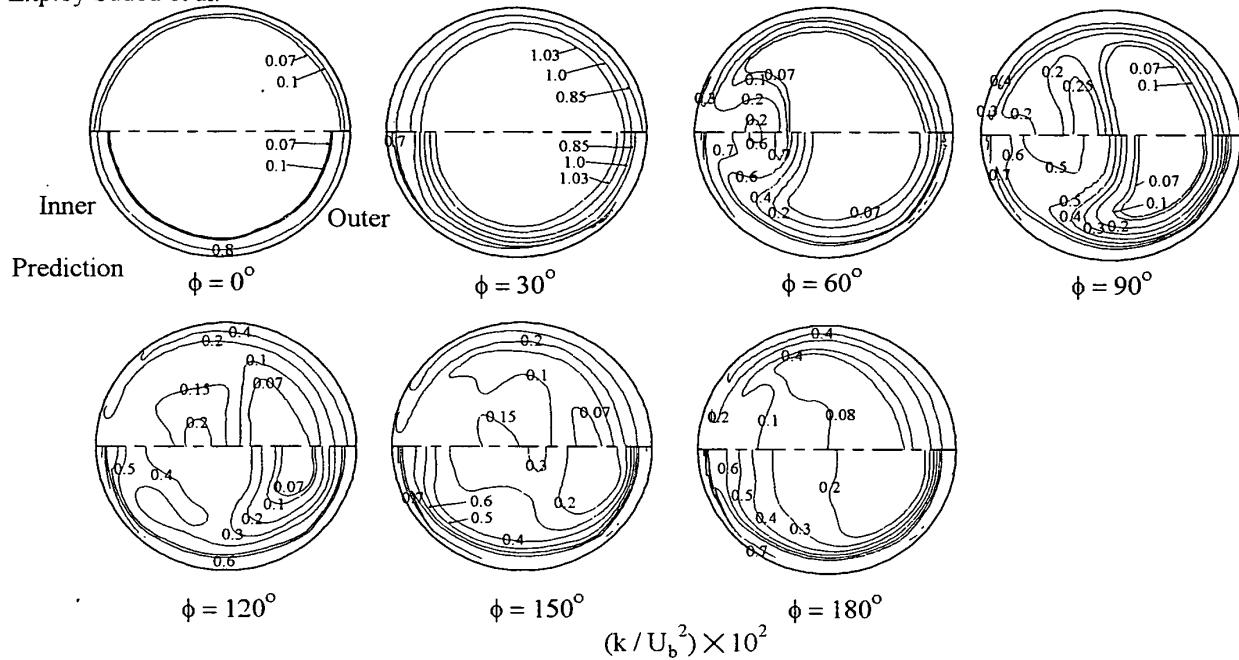


Fig. 8 Comparison of turbulent energy distribution

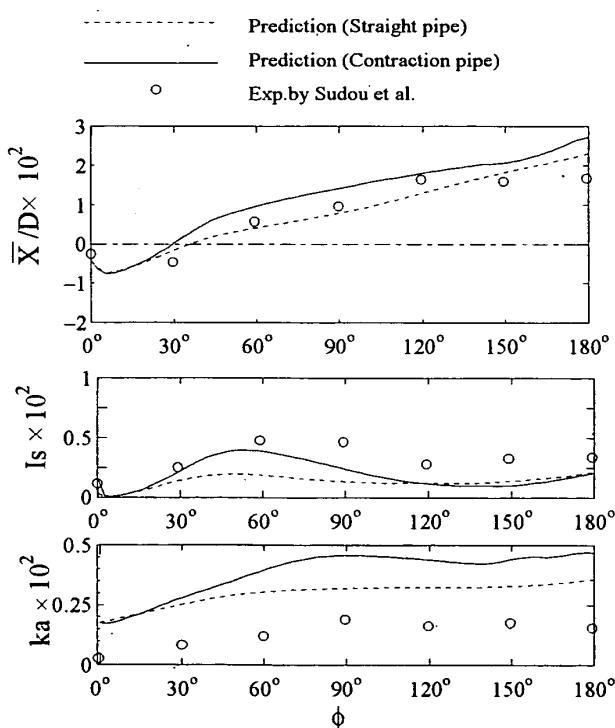


Fig. 9 Comparison of streamwise variation of cross-sectional averages

4・3 断面平均量の比較 曲がり管路内の発達挙動を比較するため、主流方向速度の偏り、二次流れおよび乱流エネルギーの断面平均強さを算出して比較した。各平均諸量の定義式は以下のとおりである。

$$\frac{\bar{X}}{D} = \frac{8}{\pi D^2 U_b} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{D/2} \left(\frac{r \sin \theta}{D} \right) U_\theta r dr d\theta \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$I_s = \frac{8}{\pi D^2 U_b} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{D/2} (U_\theta^2 + U_r^2) r dr d\theta \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$k_a = \frac{8}{\pi D^2 U_b} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{D/2} \frac{1}{2} (\overline{u_\theta^2} + \overline{u_\theta^2} + \overline{u_r^2}) r dr d\theta \quad \dots \dots \dots (6)$$

本解析においては、流入管路部の形状による影響を検討する意味から、縮流管路を同一長さの直円管路で置き換えた場合の計算も実施した。その際の計算条件、流入条件等は縮流管路のそれと同一である。

図9に、それら2種類の流入管路における計算結果、ならびに実験結果とを比較する。実験結果は縮流管路に対する結果である。縮流管路における実験値と計算値とを比較すると、計算結果は主流の偏り、二次流れ強度分布を比較的良好に予測している。主流速度の重心は曲がり管路に流入すると内壁側に寄った後、30°断面で中央部に戻り、その後外壁側へ移行するようすが両結果から理解できる。図5に示す $\phi=0^\circ$ 断面の主流方向速度等值線からは、こうした偏りを読み取ることは難しいが主流の偏り値からは、この種の流れも曲がり管路流入断面では、その重心は内壁側に寄る。二次流れの最大強度は、実験では 60° 付近に存在することを報告しているが、計算も 60° 断面より多少上流に存在するものの実験値に近い値を予測している。ま

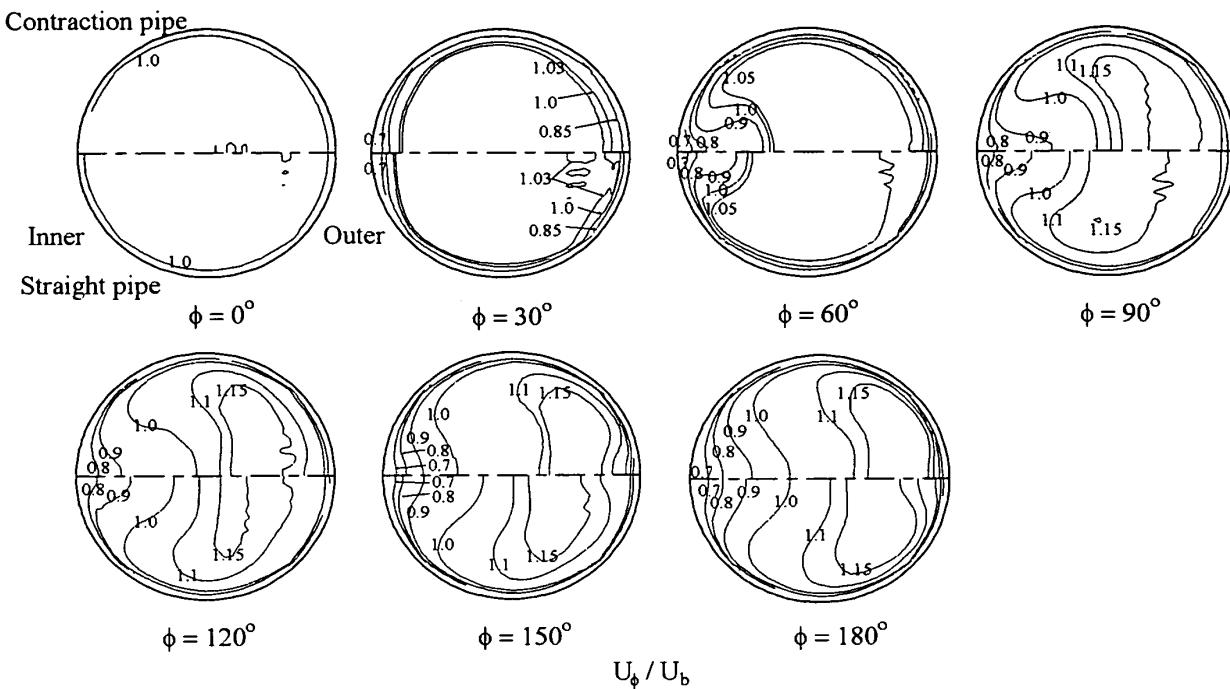


Fig. 10 Difference of mean velocity between contraction pipe and straight pipe

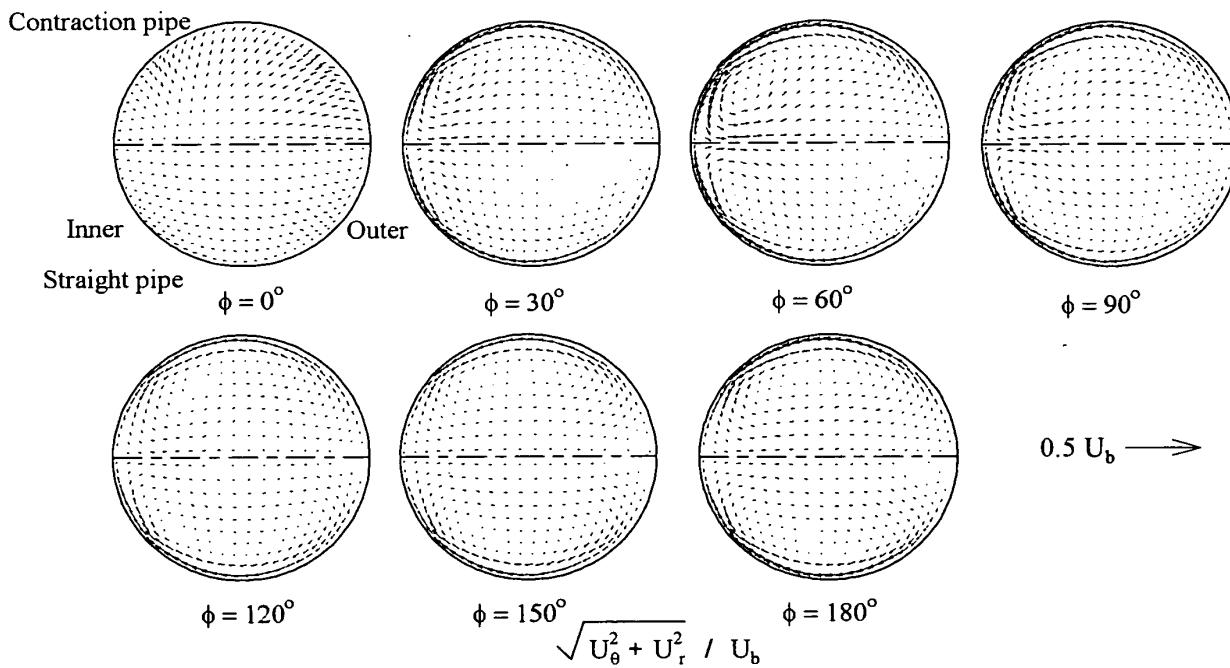


Fig. 11 Difference of secondary flow vectors between contraction pipe and straight pipe

た、 120° 断面以降二次流れ強度は、ほぼ一定の強度を有することも須藤らは指摘しているが、計算も同様の傾向を示している。一方、乱流エネルギーに関しては、その分布は相似なものの定量的に差が認められ、本解析手法は実験値を大きく見積もる傾向にある。

次に、2種類の流入管部の相違について考察すると、いくつかの相違点が認められる。主流方向の偏りに関

しては、曲がり管流入後に内壁側に寄る割合に大きな差はないが、その後において縮流管路のほうが外壁側に大きく偏る。二次流れに関しては、縮流管路のほうが 120° 断面までは大きな値を示すが、それ以降は両者とも同程度の値を有する。乱流エネルギー強度に関しては、縮流管路のほうが流れ全体にわたり大きな値を有する。こうした相違は、曲がり管路に流入する境

界層の状態に起因するものであり、流入状態により流れに変化のあることを示唆している。そこで、こうした流入条件による違いが主流方向速度、二次流れの発達にどの程度影響するのかを次に検討する。

4・4 流入管路の影響 図10は、主流方向速度等値線の計算結果の比較である。 $\phi=0^\circ$ 断面では、差が認められないが $\phi=60^\circ$ 断面に至ると明らかに差が認められ、流れの発達は縮流管路のほうが早期に発達する。したがって $\phi=90^\circ$ 断面では最大流速の1.15の等値線は縮流管路で早期に現れ、遠心力による効果も大きく主流方向速度の偏りも外壁側に寄る分布となる。直円管路の場合、この1.15の等値線は $\phi=120^\circ$ 断面で明りょうに現れる。

二次流れ分布の比較結果を図11に示す。曲がり管路入口部で両者の二次流れ分布は異なることがわかる。縮流管路の場合、縮流管路の存在による中心部に向かう流れと圧力こう配による外壁から内壁に向かう流れのベクトル和として二次流れが形成されるのに対して、直線管路の場合は、後者のみの力で二次流れは生成される。両者の顕著な差は、さらに下流の $\phi=60^\circ$ 断面にて認められ、縮流管路を設けたほうが二次流れ強度は大きく生成される。これは主流方向速度の最大値が早期に生成され遠心力による二次流れ生成を助長するためである。乱流エネルギー分布に関しては、主流方向速度分布と同様な傾向が認められた。

以上のように、流入管路形状、すなわち流入する境界層の状態により、曲がり円管路内の流れは比較的顕著な変化を示す。このことは、曲がり管路の発達しつつある流れ場は、その流入境界層に大きく依存することを示唆し、発達乱流領域で円管路を使用する場合にはその流入条件に注意することが必要である。

5. 結 論

微小速度変動を有する一様流が曲がり管路内に流入した場合の発達乱流挙動を数値的に予測するとともに、流入管路形状を変化させた場合の発達乱流挙動を同時に解析した。解析結果は実験結果と比較することより以下の結論を得た。

(1) 曲がり入口断面にてその主流方向速度等値線からは、主流方向速度の内壁側への偏りは顕著ではなく

いが、定量比較では内壁側にその重心は移動する。計算結果はこうした現象を比較的良好に予測した。

(2) 主流方向速度等値線は曲がり角度 $\phi=60^\circ$ の内壁側にて、順圧力こう配、二次流れの作用により管路中央部に突き出した分布を有する。計算結果もこうした現象を再現した。

(3) 実験結果から二次流れ強度は曲がり管路流入後、単調増加し $\phi=60^\circ$ 断面近傍にて最大となる。その後減衰し $\phi=120^\circ$ 以降では一定値を取るが、こうした傾向を定性的、定量的に予測した。

(4) 本解析手法は、断面内の平均乱流エネルギー値の発達分布は再現するものの実験値を高く予測する。

(5) 曲がり管路入口に設けられた縮流管路を、同一長さの直円管で置き換えると主流方向速度の発達は、縮流管と比較して抑えられる。同時に、断面内の平均二次流れ強度、平均乱流エネルギー値も小さな値を示す。

(6) 流入管路形状、すなわち流入する境界層の状態により、曲がり円管路内の流れは変化を示し、円管路の発達乱流は、その流入境界層に依存することを定量的に示した。

文 献

- (1) Rowe, M., *J. Fluid Mech.*, 43(1970), 771-783.
- (2) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., *J. Fluid Mech.*, 103(1981), 443-463.
- (3) Chan, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., *Physico Chem. Hydrom.*, 3(1983), 243-269.
- (4) Azzola, J. and Humphrey, J. A. C., *Univ. of California, Rep.*, LBL-17681(1984).
- (5) 須藤浩三・高見敏弘・矢野賢司, 機論, 58-548, B(1992), 1015-1021.
- (6) Iacovides, H., Launder, B. E., Loizou, P. A. and Zhao, H. H., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 112(1990), 409-415.
- (7) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, 78 (1976), 289-315.
- (8) 須藤浩三・檜原秀樹, 機論, 65-639, B(1999), 3629-3636.
- (9) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, 56(1976), 219-221.
- (10) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, 56-531, B(1990), 3328-3335.
- (11) 須藤浩三・高見敏弘, ターボ機械, 20-12, B(1991), 33-38.