

密閉円筒容器内の渦崩壊現象の数値解析*

杉山 均^{*1}, 大石 文高^{*2}Numerical Analysis of Vortex Breakdown in a
Confined Flow Generated by a Rotating DiskHitoshi SUGIYAMA^{*3} and Fumitaka OOISHI^{*3} Graduate School of Engineering, Utsunomiya University,
7-1-2 Yoto, Utsunomiya-shi, Tochigi, 321-8585 Japan

Numerical analysis has been performed for three-dimensional and time-depending vortex breakdown in a confined flow generated by a rotating disk. Vortex breakdown in swirling flows has been the subject of much attention since it was first recognized in the tip of delta-winged aircraft. Under certain conditions vortex flows undergo sudden structural changes near their rotation axis, called vortex breakdown, which are characterized by the existence of free stagnation point upstream of a region with reversed axial flow. In the numerical calculation, boundary fitted coordinate system has been used for this flow in order to predict asymmetry vortex breakdown. Calculated results of mean velocity are compared with the experimental data in order to examine the validity of the presented numerical method. It has been pointed out as a result of comparison with experimental data that the present method can reproduce vortex breakdown reasonably and predict well mean velocity profile except for the mean velocity profile in the vicinity of rotating lid. Besides, additional calculation has been done to examine the asymmetry vortex breakdown by inclining rotating axis. Calculated results of stream function profile suggest that a pair of vortex generated in symmetric confined flow gradually transforms into asymmetry vortex with inclining rotating axis. By contrast, pressure distribution, that drives the vortex breakdown and shows the existence of adverse pressure gradient followed by positive pressure gradient, is not affected by inclining rotating axis. These results have implied that flow visualization method using dyes is not suitable for clarifying the mechanism of vortex breakdown, because pressure distribution, that is driving force for vortex breakdown, is not influenced on inclining rotating axis.

Key Words: Numerical Analysis, Vortex Breakdown, Swirling Flow, Three-Dimensional Flow, Separation, Boundary Fitted-Coordinate System

1. 緒論

旋回流を伴う管内流場において、ある条件下では、旋回流の回転軸に沿い逆流を伴う循環流が形成される。こうした回転軸に沿い渦流れ構造が急激に変化し、その構造をまったく異なる新たな渦構造が形成される現象は渦崩壊現象(Vortex breakdown)と呼ばれ、主流流れの逆流と、それに伴うよどみ点の発生により特徴づけられる。この渦崩壊現象はPeckham-Atkinson⁽¹⁾により最初に確認され、迎え角をもった三角翼前縁から発生した先端渦が、その後流部にてまったく構造を異にする渦に変化することを可視化手法を用いて明らかにしている。その後、この種の渦崩壊現象は、各種流れ場で確認され多くの研究が報告されており、いくつかの解説論文にて紹介されている⁽²⁾⁽³⁾。

密閉円筒容器内の流れもその一つであり、密閉され

た円筒容器内に流体を満たし、いずれか一方の円板壁を回転させると、ある条件下にて回転軸に沿い崩壊渦が生成されることがVogel⁽⁴⁾により報告された。その後、Escudier⁽⁵⁾はレイノルズ数と円筒容器の矩形断面アスペクト比とを用いて、渦崩壊現象を分類し、渦崩壊はレイノルズ数とアスペクト比で規定されるある範囲内で発生し、崩壊渦は1個から3個まで生成されること、アスペクト比に対しあるレイノルズ数を超えると、流れは非定常となることを明らかにした。同時に、渦崩壊現象が軸対称流れであることも報告している。Spohnら⁽⁶⁾は、密閉円筒容器内の崩壊渦現象に対し、崩壊渦上流部では軸対称流れが形成されるが、崩壊渦後流では軸対称が崩れることを示し、この非軸対称流れが円筒壁面に発生する、はく離流に起因することを報告している。この種の研究の多くが可視化手法を用いた崩壊渦挙動の実験であるのに対して、レーザドップラー流速計を用いて、定量的な計測がFujimuraら⁽⁷⁾により報告されたのは、ごく最近になってからである。

一方、数値解析に関しては、境界条件の設定が容易で形状も簡易であることから多くの計算結果が報告さ

* 原稿受付 2002年8月30日。

*¹ 正員、宇都宮大学大学院工学研究科(〒321-8585 宇都宮市陽東7-1-2)。

*² 宇都宮大学大学院工学研究科。

E-mail: sugiyama@oc.utsunomiya-u.ac.jp

れている。Lopez⁽⁸⁾はEscudier⁽⁵⁾の実験結果を対象に計算を行い、渦崩壊現象を再現することが可能であることを示した。Lugt-Aboud⁽⁹⁾は温度場における渦崩壊現象を解析している。また、岩津・児山⁽¹⁰⁾はEscudier⁽⁵⁾が提示した渦崩壊発生の限界曲線を計算にて再現した。

こうした密閉円筒容器内の渦崩壊の発生要因を考えた場合、特に重要な要因とし圧力分布が考えられる。なぜなら、回転軸に沿って加速現象と減速現象がわざかな領域中に共存し、順圧力こう配と逆圧力こう配が同軸上で発生することに起因すると考えられるからである。事実 Lugt-Aboud⁽⁹⁾は対称軸上での圧力分布を示しており、前述のような圧力こう配を示している。しかし、流れ場全体における圧力分布に関しては、これまでの計算結果には示されていない。これは、ほとんどの計算が軸対称流れを仮定して、流線関数を解く手法を採用しているためであるが、こうした場全体にわたる圧力分布を知ることは、渦崩壊現象と圧力分布との相関関係を知るうえで重要なことと思われる。

同時に、多くの数値計算は軸対称流れを仮定して行われている。これは、定常流ばかりでなく非定常流でも軸対称の崩壊渦が観察される実験事実に基づいていためと思われるが、密閉円筒容器内の回転軸の対称性が崩れた際の渦崩壊現象は興味ある問題である。しかし、こうした点は検討されていないのが現状である。上下円板壁の中心位置が偏心した場合、渦崩壊現象はどう変化するのか、圧力分布はまったく異なる様相を呈するのか研究上興味あるところである。

そこで、本解析では軸対称の仮定を設けず三次元非定常計算をすることを考え、かつ上下壁中心位置に任意の偏心量を設定できるようにするために境界適合座標系を導入して数値解析を行う。その際に、計算手法の妥当性を検証するため Fujimura ら⁽⁷⁾の示した実験結果を予測して比較検討を行う。さらに、偏心量を変えた計算を行い渦崩壊現象、圧力場がどのように変化するのかを検討し、渦崩壊現象における軸対称の影響について検討することを目的とする。

2. おもな記号

e ：上下円板中心位置の水平距離

H ：円筒容器の高さ

P ：圧力

P_{\min} ：断面内最小圧力

P_{\max} ：断面内最大圧力

P^* ：無次元圧力 $= (P - P_{\min}) / (P_{\max} - P_{\min})$

r ：半径方向座標軸

R ：円筒容器の内半径

Re ：レイノルズ数 $= R^2 \Omega / \nu$

U_i ： i 軸方向速度

U_r ：半径方向速度

U_θ ：円周方向速度

U_z ：主流方向速度

X_i ： i 方向座標軸

Z ：深さ方向座標軸

ψ ：流れ関数

Ω ：回転円板角速度

ν ：動粘性係数

3. 解析手法

3・1 計算対象実験 解析対象とした Fujimura ら⁽⁷⁾の実験装置の概略図、および座標系を図1に示す。図1に示すように装置はガラス製の円筒形状をしており、半径は 71.35 ± 0.05 mm の精度で製作されている。また高さ方向は可変であり、その位置決めは ± 0.02 mm と報告されている。温度変化に伴う粘性係数の変化を極力抑える意味から温度は $\pm 0.1^\circ\text{C}$ で制御されている。こうした密閉円筒容器の、いずれか一方の上下面壁を回転させた流れ場を対象に、三軸方向の流速をレーザドップラーフローメトリーにて計測している。

座標系は下壁円板中心位置を原点として、半径方向座標を r 軸、円周方向座標を θ 、深さ方向座標を Z 軸とした。各軸に沿う速度は U_r , U_θ , U_z にて示した。上壁円板を回転させた流れ場を実験結果と比較した。したがって、 $Z/H = 1.0$ の位置が回転円板壁位置に相当する。

3・2 支配方程式 本解析においては、非定常三次元流れ場を解析することを試みる。その際、流れは

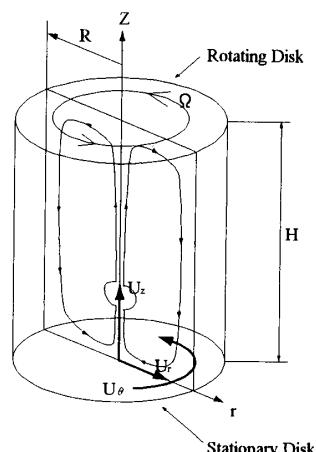


Fig. 1 Schematic diagram of cylindrical container and definition of coordinate system

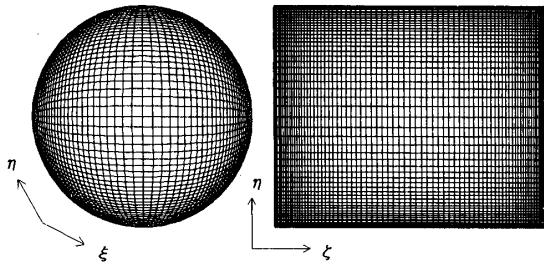


Fig. 2 Computational mesh layout

非圧縮層流場として乱流モデルの導入は考えない。解くべき運動量輸送方程式は以下のように示される。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

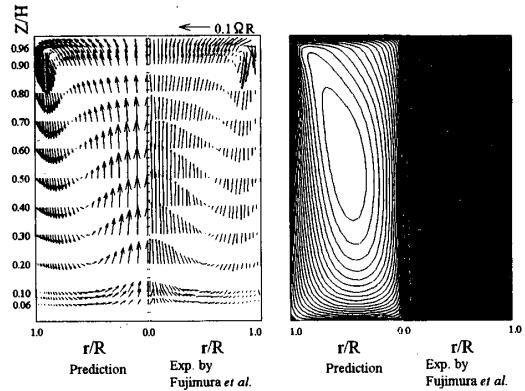
3・3 境界適合座標 境界適合座標は、物理空間から計算空間に座標変換して、変換された座標上で支配方程式を解く手法である。したがって、支配方程式を座標変換することが必要となり変換式は、かなり複雑な式となるが、境界条件の設定、式の離散化が容易になるという特徴を有する。支配方程式の空間座標への式の変換は、以下の数学定理より変換される。式中の ξ, η, ζ は計算座標上における座標軸を示している。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad \dots \dots \dots (2)$$

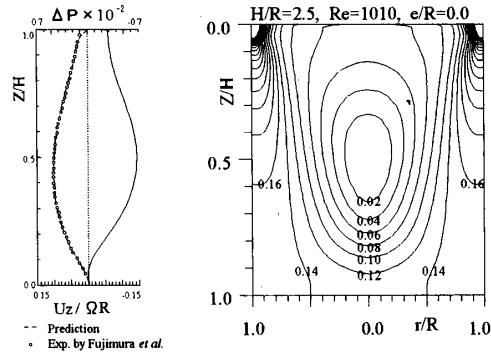
3・4 数値解析 解析に際しては密閉円筒容器全体を対象として計算を行った。計算格子を図2に示す。一般に円筒座標系を用いて計算格子を設けると、中心位置は特異点となり離散化の際、特別な扱いが必要となるが、境界適合座標系の場合には、図2に示す格子配置から理解できるように、こうした問題を回避できる。計算格子点は、円形断面内で 55×55 、高さ方向に 81 の総格子点数 245 025 とした。物理変化の大きい壁面近傍で密な分布となるように格子点配置を考慮した。計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項差分近似は QUICK 法を使用し、非定常項に関してはオイラーの陽解法を用いた。回転レイノルズ数は、回転円板の角速度 Ω 、円板半径 R 、動粘性係数 ν を用いて定義して実験値と同一条件を与えて計算をした。

4. 結果と考察

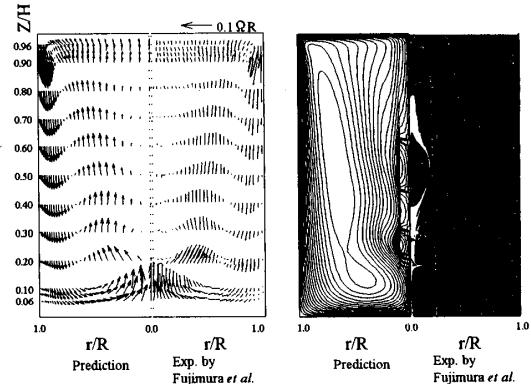
4・1 主流方向速度の比較結果 実験では 5 種類の流れ場を対象にレーザドップラーフロード速計を用いて速度計測を報告している。 $H/R=2.5$ の円筒容器に対してはレイノルズ数 1 010, 2 200 の 2 種類、 $H/R=1.5$ の円筒容器に対してはレイノルズ数 990, 1 290, 2 180



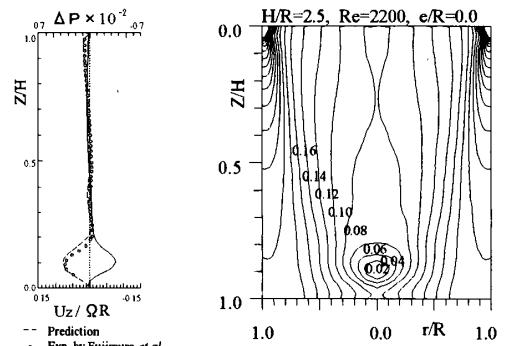
(a) velocity vectors (b) stream function and visualization



(c) velocity and pressure (d) pressure distribution

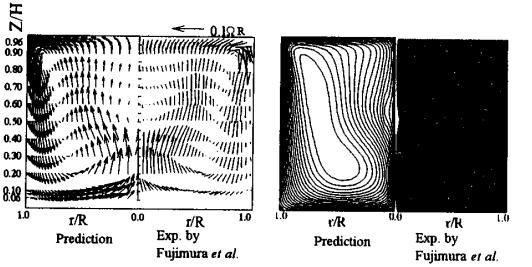
Fig. 3 Comparison of flow behavior for $H/R=2.5$, $Re=1010$ 

(a) velocity vectors (b) stream function and visualization

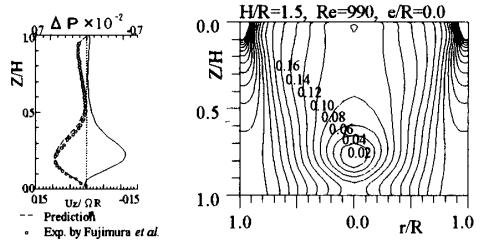


(c) velocity and pressure (d) pressure distribution

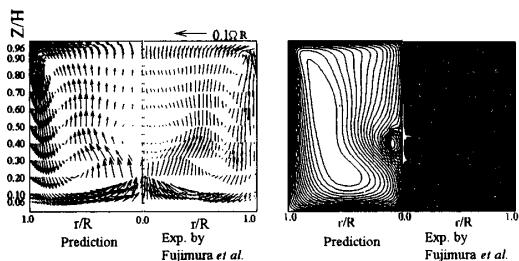
Fig. 4 Comparison of flow behavior for $H/R=2.5$, $Re=2200$



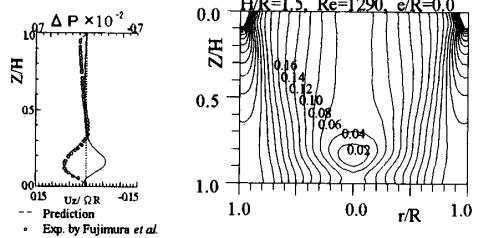
(a) velocity vectors (b) stream function and visualization



(c) velocity and pressure (d) pressure distribution

Fig. 5 Comparison of flow behavior for $H/R=1.5$, $Re=990$ 

(a) velocity vectors (b) stream function and visualization

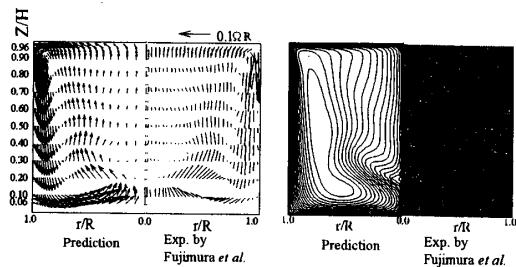


(c) velocity and pressure (d) pressure distribution

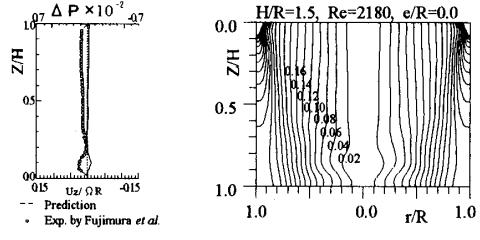
Fig. 6 Comparison of flow behavior for $H/R=1.5$, $Re=1290$

の3種類、合計5種類の流れ場である。

図3から図7に比較結果を示す。図は主流方向速度(深さ方向) U_z のベクトル線図、流れ関数分布と実験可視化画像の比較図、回転中心軸に沿う主流方向速度比較と計算結果のみとなるが、回転中心軸に沿う圧力差分布、最後に計算結果より得られた流れ場の圧力分布を順に示した。流れ関数は実験を踏襲し $\psi = \psi_{\max}(i/20)^3$, $\psi = \psi_{\min}(j/10)^2$ の式で*i*=1~20, *j*=1~10とした値を表記した。回転軸に沿う圧力分布は原点位置との圧力差を示し、最後に示した圧力分布値は最小圧力値からの差を、最大圧力差の絶対値で無次



(a) velocity vectors (b) stream function and visualization



(c) velocity and pressure (d) pressure distribution

Fig. 7 Comparison of flow behavior for $H/R=1.5$, $Re=2180$

元化した無次元圧力 P^* にて示した。等価線は0.02から0.02刻みで24本描いた。

上壁円板が回転することにより生成された旋回流は円筒側壁に沿って下降流を形成し、下壁円板に到達する。その後、旋回流は回転中心軸に集積され上昇流に転じ、その過程で渦崩壊を生成する。図3は、Escudier⁽⁵⁾が提示した渦崩壊発生の限界曲線からすると渦崩壊は認められない条件にある。両結果とも渦崩壊は認められず、計算は良好に実験値を再現している。この結果に対し $H/R=2.5$, $Re=2200$ (図4)、および $H/R=1.5$, $Re=1290$ (図6)では明らかな渦崩壊が認められるが、計算も同様な現象を予測し、かつ定量的にも実験値を再現している。また、 $H/R=1.5$ の $Re=990$ (図5)、2180(図7)における流れは、Escudier⁽⁵⁾の限界曲線から判断すると、それぞれ渦崩壊発生レイノルズ数(約 $Re=1076$)より小さい値と、渦崩壊発生後消滅するレイノルズ数(約 $Re=1923$)より大きな値に相当している。したがって、渦崩壊は両結果には認められない。計算結果の流れ関数等価線分布に着目すると、回転軸近傍で湾曲した等価線が認められるが、実験の可視化画像でも染料のわずかな拡散が認められ、渦崩壊現象の発生の兆しと、消滅の履歴を示した結果と解釈される。

計算結果の圧力分布から明らかのように、渦崩壊が発生する際には、回転軸に沿い急激な順圧力こう配と逆圧力こう配とが、わずかな距離で共存し、かつ逆圧力こう配の後にはよどみ点が形成されることが図4、6から理解できる。このように、崩壊渦上流部には島状

の圧力分布を形成し、しかも密な等值線分布を示し急激な圧力分布変化が、 Z 軸方向、ならびに半径方向に生成することがわかる。半径方向の逆圧力こう配は、半径方向速度を減衰させる。一方、 Z 軸方向の逆圧力こう配は Z 軸方向速度を加速現象から減速現象へと急激に変化させる。さらに、この位置からわずか下流に相当する渦崩壊が生成される位置で、半径方向速度は、圧力等值線間隔が疎になることからその減衰作用は緩和し、この領域で半径方向速度に增速され、容器側壁に向かう流れを形成する。図 4において渦崩壊は 2箇所で生成されるが、図 6 に示す流れでは渦崩壊は 1箇所である。両者の圧力等值線 0.08 に着目すると、図 4においてはわずかながら逆圧力こう配を示すことがわかる。下流における第 2 の渦崩壊は、このわずかな逆圧力こう配に起因するものと考えられる。一方、図 6 に示す圧力分布からは、逆圧力こう配は認められず、第 2 の渦崩壊生成には至らないものと解釈される。このように最初に生成される渦崩壊と、それに続く渦崩壊の生成機構は圧力分布から判断する限り異なる。

図 5, 7 の流れ状態は前述のように、それぞれ渦崩壊発生レイノルズ数(約 $Re=1076$)よりわずかに小さい値と、渦崩壊消滅レイノルズ数(約 $Re=1923$)よりわずかに大きな値に相当している。この状態での圧力分布を渦崩壊現象が認められる図 6 の圧力分布と比較すると、図 5 の場合には類似の分布を示しており下流には明りようではないが渦崩壊と思われる兆候が認められる。これに対し図 7 の圧力分布は大きく異なり、渦崩壊の兆しも図 5 ほどに顕著ではない。

密閉円筒容器内の流れは、回転による遠心力、圧力こう配による力、分子粘性による拡散力により生成され、回転壁面近傍を除く領域にて分子粘性による拡散力が小さいものと仮定すると、遠心力と圧力こう配力が支配的である。この 2種類の力がある円筒形状、ある回転角速度の条件下で均衡する結果として流れ場は安定し、圧力場も決まる。このとき、生成される圧力分布が順圧力こう配と逆圧力こう配が近接する特徴的な分布を形成した場合にのみ、渦崩壊現象が発生するものと考えられる。また、遠心力、圧力こう配による力が均衡しない際には、非定常流れ場を形成すると思われる。例えば回転レイノルズ数が増すと、乱流拡散力も作用することになり、均衡を取る場合もあるが、むしろ均衡を取ることは難しくなるものと考えられる。

4・2 円周方向速度の比較結果 図 8 は円周方向速度分布の深さ方向への変化を実験値と比較した結果

を示す。 $H/R=2.5, 1.5$ に対して 2種類のレイノルズ数の実験値と比較している。共通する点として、以下のような点を指摘できる。最大円周方向速度は、回転円板側の側壁近傍に形成され、下壁円板に近づくにつれてその最大速度の位置は、側壁から離れ回転軸に向かう。同時にピーク形状を示した最大速度は消滅し、下壁面近傍では平たんな速度分布へと変化する。計算もこうした特徴的な速度分布を再現し、定量的にも良好に実験値を再現している。

4・3 回転円板近傍の流れの比較結果 図 9 は、回転円板近傍における、主流方向速度分布の実験値との比較結果を示したものである。図 9 から、主流方向速度は $r/R=0.85$ 近辺まで一様な低速流れを形成し、側壁近傍にて加速されることが理解できる。また主流方向速度は回転円板近傍では、位置変化による速度変化は少なく、類似の分布を示している。計算結果は、傾向は予測するものの定量的には実験値と差が認められる。

次に回転円板近傍の半径方向、円周方向速度分布を実験と比較したが差が認められた。計算は、これまでの結果から主流方向、円周方向速度を良好に再現していることから、計算結果の位置を変えて比較することを試みた。図 10 にその結果を示す。左列は半径方向、右列は円周方向速度の比較結果を示している。半径方向速度は、最大で $Z/H=0.052$ 、円周方向速度は最大

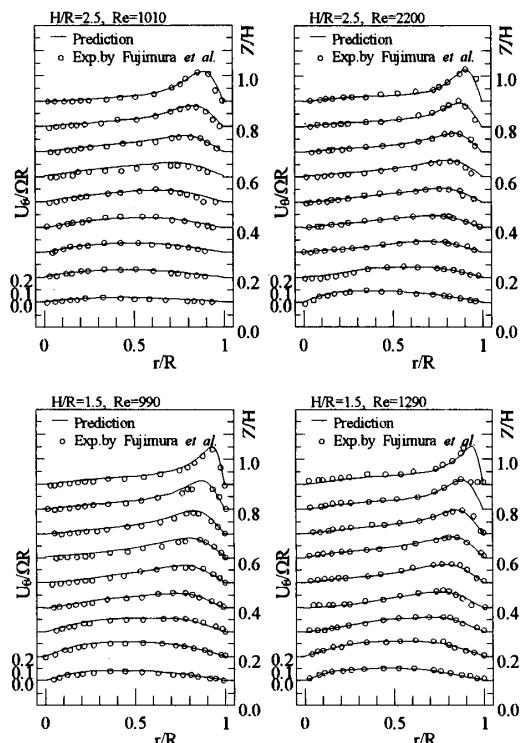


Fig. 8 Comparison of circumferential velocity

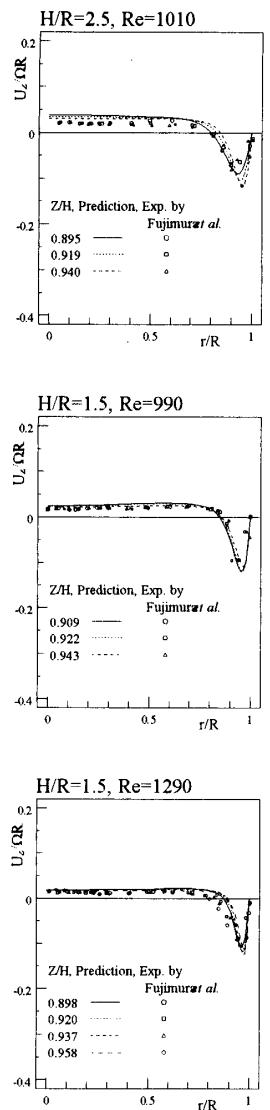


Fig. 9 Comparison of streamwise velocity near rotational lid

で $Z/H = 0.080$ 程度の位置の差が存在する。こうした差異要因として計算面からは計算格子数の問題、実験面からはレーザ光線の屈折による位置精度の不確かさなどが指摘できる。

半径方向速度で特徴的な分布として、回転円板から離れた位置で負の値を、すなわち中心部に向かう流れを形成することを指摘できる。これは、回転円板から離れるに従い、回転による遠心力よりも側壁に生成される高い圧力こう配による力が卓越するためと解釈される。円周方向速度は、回転円板に近づくにつれてその値は増加し、かつ側壁近傍で急激に増加する。こうした現象を計算も再現している。

4・4 非対称軸を有する渦崩壊構造 図 11, 12 は、それぞれ $H/R = 2.5$, $Re = 2200$ および、 $H/R = 1.5$, $Re = 1290$ の条件で偏心量 $e = 0.002R$ を静止円板と対向する回転円板中心位置に与えた場合の圧力分布、

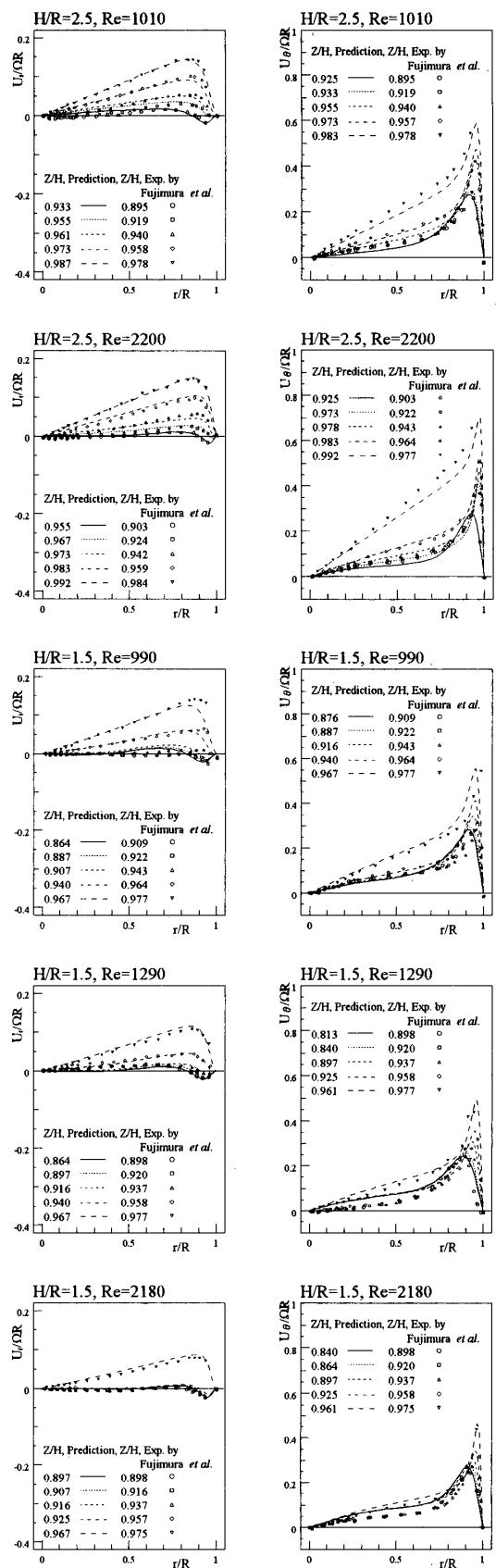
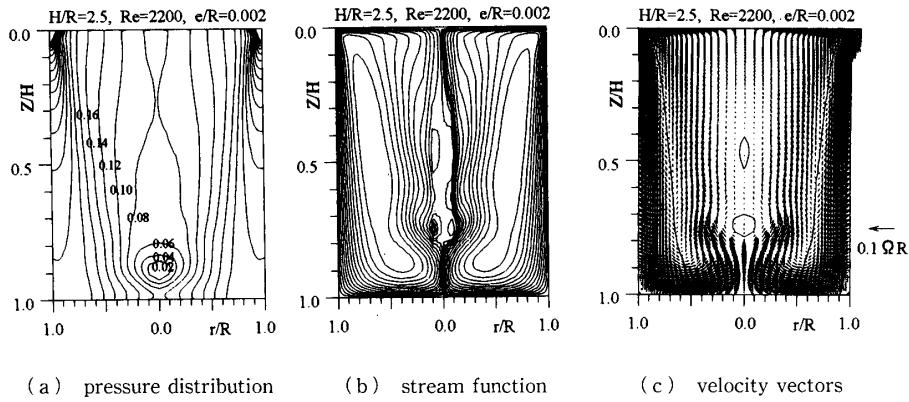
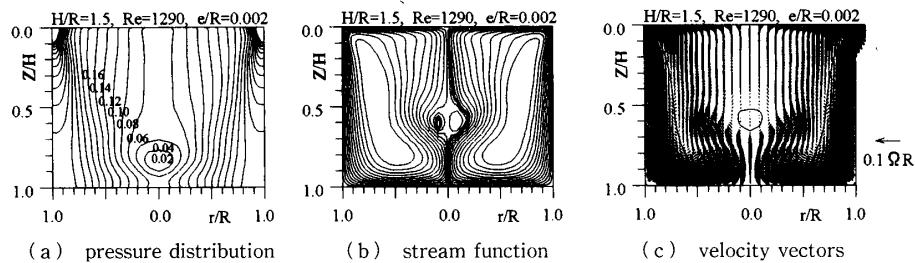
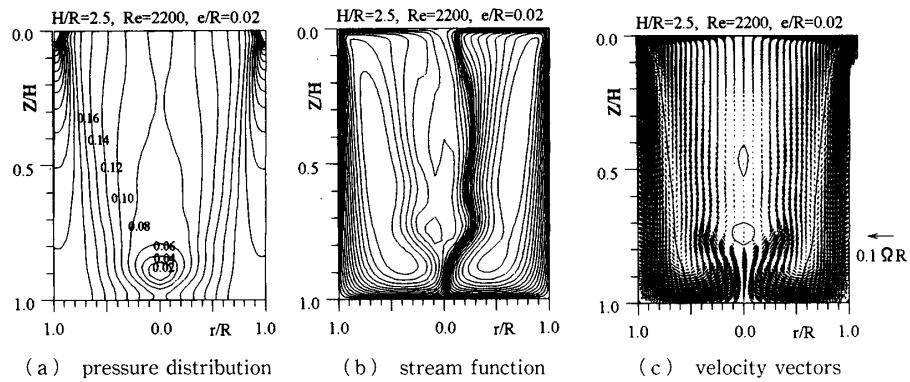
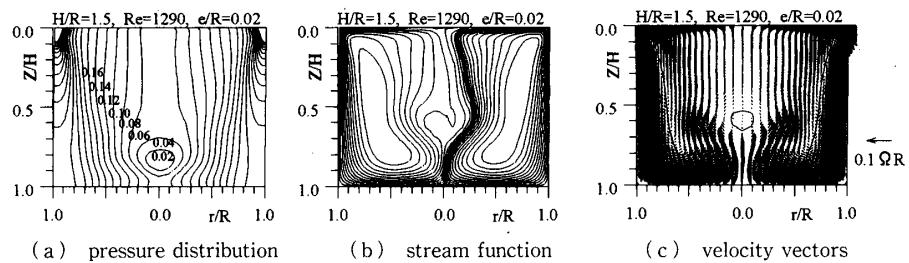


Fig. 10 Comparison of radial and circumferential velocity near rotational lid

Fig. 11 Calculated results for $H/R=2.5$, $e/R=0.002$ Fig. 12 Calculated results for $H/R=1.5$, $e/R=0.002$ Fig. 13 Calculated results for $H/R=2.5$, $e/R=0.02$ Fig. 14 Calculated results for $H/R=1.5$, $e/R=0.02$

流れ関数分布、主流方向速度ベクトル分布を示したものである。計算の際に、円形断面積は一定であり、各断面位置は、偏心量が深さ方向に線形で変化するよう設定し計算格子を設定している。流れ関数分布は $\psi = \psi_{\max}(i/15)^3$, $\psi = \psi_{\min}(i/15)^3$ の式で $i=1 \sim 15$ とした

30本の等価線にて表記した。また、主流方向ベクトル線図に示された実線は、主流方向速度が零となる等価線を示している。圧力分布を見ると、図4に示した偏心量零の場合の圧力分布と同一であり、渦崩壊の上流に順圧力こう配、逆圧力こう配が認められる。また、

ベクトル線図からよどみ点が2箇所に生成され渦崩壊現象の特徴を保持している。しかし、流れ関数分布を見ると、非対称の渦対が生成されていることがわかる。計算結果は円筒容器の上下円板の回転軸精度により非対称渦崩壊が生成することを示している。

さらに、こうした渦崩壊現象が、先に示した順圧力こう配、逆圧力こう配の特徴的な圧力分布に起因することを考慮すると、偏心量をさらに大きくした場合、まったく異なる圧力分布に変化するのが興味あるところである。図13、14は偏心量を $e=0.02R$ とした場合の圧力分布、流れ関数分布、主流方向速度ベクトル線図の計算結果を示したものである。いずれの形状においても、圧力分布は大きく変化することなく、偏心量零の場合と同様な分布を示している。主流方向速度分布も零の等值線が存在することより、よどみ点とそれに続く逆流領域が形成されることがわかる。これらの結果から偏心量を大きくしても、渦崩壊現象の流れ構造の本質が大きく変化することはないと推察される。しかし、流れ関数分布を見ると、対称渦対が形成される渦崩壊現象とはまったく異なる流れを形成していることが理解できる。流れ関数分布は閉じた等值線を形成することなく、流れは主流方向速度が零となるはく離領域を、あたかもう回るように形成され、スパイラル状の流れを形成する。こうしたスパイラル状の流れは、旋回流を伴う直円管路においては報告⁽³⁾されているが、密閉円筒容器内での明確な生成に関しては報告されていない。計算はこうしたスパイラル状の流れが形成される可能性のあることを予測している。

以上の結果から、対称渦崩壊は上下円板中心位置の偏心量に影響され偏心量が大きくなるにつれて、対称崩壊渦から非対称崩壊渦へと変化していく。さらに、偏心量を増すと、流れ関数分布で判断する流れは、大きく変化するようすを示すが、流れを支配する圧力分布は、この種の流れを特徴づける順圧力こう配、逆圧力こう配を示し、またよどみ点、主流方向速度の逆流も存在し、渦崩壊流れの特徴を保持している。すなわち圧力分布から判断する渦崩壊現象と流れ関数から判断するそれとは大きく異なる。しかも、偏心量が大きくとも渦崩壊の特徴的現象は内在する。

こうした計算結果を再考すると、従来から渦崩壊現象の解析手法として用いられる染料等による可視化手法は、必ずしも渦崩壊現象の生成メカニズムを知るうえで最良の手段であるとはいえない、可視化画像の解釈には注意が必要なこと、渦崩壊現象の本質的な特徴に

寄与する圧力分布は、今回のような容器形状変化程度では影響されないほどに堅ろうであり、外乱に対して渦崩壊現象は安定であることを計算結果は示唆しているものと考えられる。

5. 結論

密閉円筒容器内の渦崩壊現象を数値解析し実験値と比較し、さらに非対称渦崩壊現象に関して検討し以下の結論を得た。

(1) 境界適合座標を用い三次元、非定常流れ場とし解析する本数値解析手法は、主流方向速度、円周方向速度を定性的、定量的に予測した。同時に渦崩壊現象も良好に再現した。

(2) 本解析手法は回転円板近傍の流れを定量的に予測するには至らないが、比較位置を変化させると実験値を再現する。

(3) 上下円板中心位置を偏心させた非軸対称密閉円筒内では崩壊渦も非対称渦対を形成する。さらに偏心量を増加させると、よどみ点領域をう回するようなスパイラル状の流れを形成することを予測した。

(4) 渦崩壊現象においては順圧力こう配と逆圧力こう配が近接して存在し、かつよどみ点形成、主流方向速度の逆流などの現象を伴うが、こうした現象は偏心量を大きくしても変化することなく内在し、圧力分布は形状変化に影響されない。

(5) 流れ関数分布は、偏心量変化に敏感であるが、圧力分布は渦崩壊生成の要因を保持したまま大きな変化はない。したがって流れ関数分布、換言すると染料等による可視化手法の結果の解釈には注意が必要である。

文献

- (1) Peckham, D. H. and Atkinson, S. A., *Aeronaut. Res. Counc. Tech. Rep.*, C. P., No. 508, *Tech Note*, No. Aero. 2504 (1957).
- (2) Sarpkaya, T., *J. Fluid Mech.*, **45** (1971), 545-559.
- (3) Faler, J. K. and Leibovich, S., *Phys. Fluids*, **20-9** (1977), 1385-1400.
- (4) Vogel, H. U., *Max Planck Inst.*, Bericht, **6** (1968).
- (5) Escudier, M. P., *Exp. Fluids*, **2** (1984), 189-196.
- (6) Spohn, A., Mory, M. and Hopfinger, E. J., *J. Fluid Mech.*, **370** (1998), 73-99.
- (7) Fujimura, K., Yoshizawa, H., Iwatsu, R., Koyama, H. S. and Hyun, J. M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **123** (2001), 604-611.
- (8) Lopez, J. M., *J. Fluid Mech.*, **221** (1990), 533-551.
- (9) Lugt, H. J. and Abboud, M., *J. Fluid Mech.*, **179** (1987), 179-200.
- (10) 岩津玲磨・児山秀晴, 機論, **66-643, B** (2000), 747-754.