

# 周期配列突起を有する180° 曲がり管路内の 乱流数値解析

Numerical Analysis of Developing Turbulent Flow in a U-bend of  
Strong Curvature with Roughened Walls

正 杉山 均 (宇都宮大学大学院工学研究科)

○学 渡辺 智力 (宇都宮大学大学院工学研究科)

# 緒 言

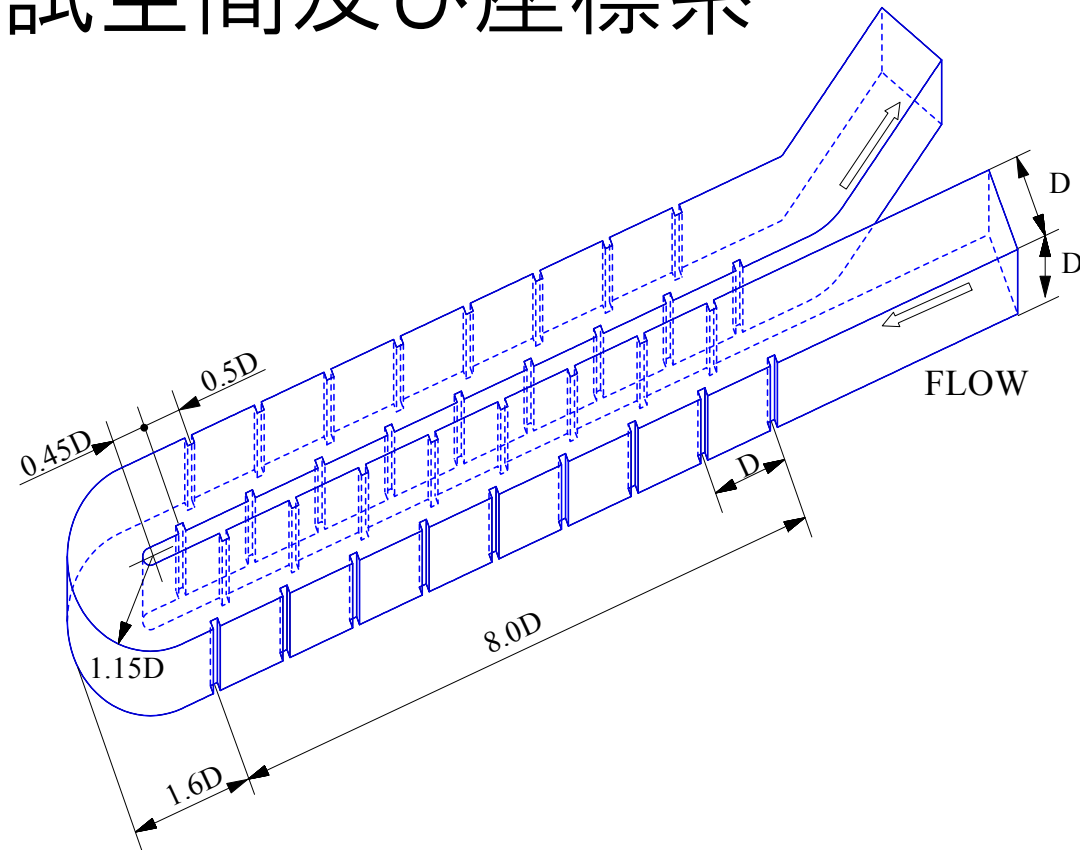
タービン翼の冷却問題は、ガスタービン性能、材料の疲労寿命に直接的に影響をする因子である。一般にタービン翼の冷却方法は、冷却媒体をタービン翼表面に吹き出す膜冷却と、タービン翼内に設けられた内部流路内での強制対流冷却とに分類される。本解析の場合、後者の流れ場を対象とした。こうした流れ場では、はく離再付着現象、さらにタービン翼回転によるコリオリ力、遠心力の相互干渉現象が互いに関連し流れは複雑に変化する。

# 目 的

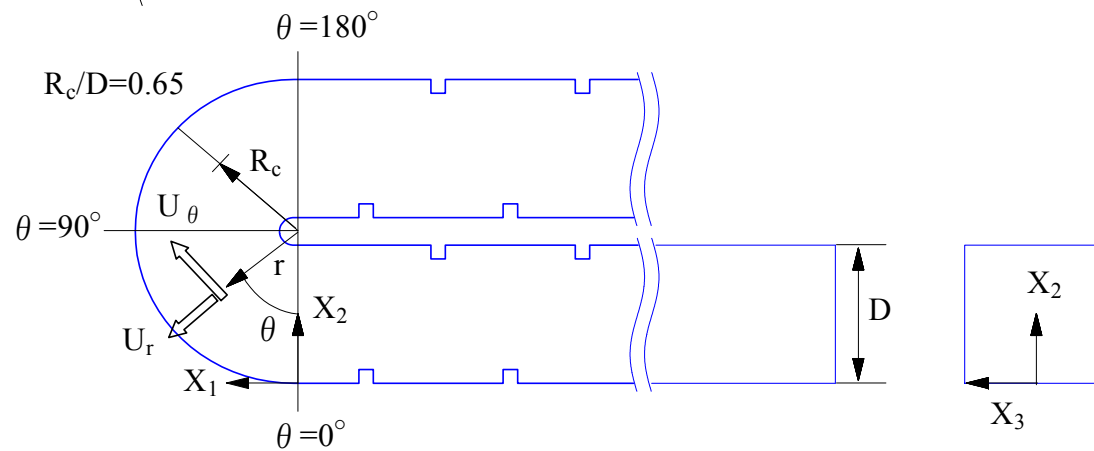
本研究では、最近報告された Iacovidesらの実験を対象に、レイノルズ応力輸送方程式の対流、拡散項を代数式化した代数応力モデルを用い数値解析を行う。解析結果は実験値と比較し、その適用限界を明らかにすると同時に、その流動挙動について新たな知見を得ることを目的とする。

# 供試空間及び座標系

全体図



座標系



# 基礎方程式

## ▶ 連続の式

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$$

## ▶ 運動方程式

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} U_i U_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right)$$

## ▶ 乱流エネルギー方程式

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right\} + \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon$$

## ▶ 乱流散逸方程式

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right\} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

# モデル化されたレイノルズ応力輸送方程式

$$\overline{\frac{u_i u_j}{k}} (P_k - \varepsilon) = \underbrace{P_{ij}}_{\text{生成項}} + \underbrace{\left[ \pi_{ij} + \pi_{ji} \right]_1 + \left[ \pi_{ij} + \pi_{ji} \right]_2}_{\text{再配分項}} - \underbrace{\frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon}_{\text{散逸項}}$$

対流・拡散項を  
代数式化したもの

## 再配分項のモデル化

$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_1$	$-C_1 \cdot \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right)$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_2$	$-\frac{C_2 + 8}{11} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) - \zeta \cdot k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8C_2 - 2}{11} \left( D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right)$
$C_1 = C_1^* + C_1' \cdot f\left(\frac{L}{X_w}\right) \quad C_2 = C_2^* + C_2' \cdot f\left(\frac{L}{X_w}\right) \quad \zeta_1 = \zeta_1^* + \zeta_1' \cdot f\left(\frac{L}{X_w}\right)$ $P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$ $P_{ij} = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \quad f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{C_\mu^{3/4}}{\kappa} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \frac{1}{x_w}$	

$C_1^*$	$C_2^*$	$\zeta^*$	$C_1'$	$C_2'$	$\zeta'$
1. 40	0. 44	0. 16	-0. 35	0. 12	0. 10

# 境界適合座標系

運動方程式

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right)$$

$$-\overline{u_i u_j} = \left( \frac{b}{a} \right)_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \left( \frac{c}{a} \right)_{ij}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( d_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - e_{ij} \right)$$

$$\text{ただし} \quad d_{ij} = \nu + \left( \frac{b}{a} \right)_{ij}, \quad e_{ij} = \left( \frac{c}{a} \right)_{ij}$$

座標変換公式

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta}$$



$$\begin{aligned}
& \frac{1}{J} \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{J} \left( \mathbf{U} U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_1 U_{i\xi} - l_2 U_{i\eta} - l_3 U_{i\zeta} + \xi_{xi} e_{i1} + \xi_{x2} e_{i2} + \xi_{x3} e_{i3} \right) \right\} \\
& + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \frac{1}{J} \left( \mathbf{V} V_i + \frac{P}{\rho} \eta_{xi} - l_1 U_{i\xi} - l_4 U_{i\eta} - l_5 U_{i\zeta} + \eta_{xi} e_{i1} + \eta_{x2} e_{i2} + \eta_{x3} e_{i3} \right) \right\} \\
& + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{1}{J} \left( \mathbf{W} W_i + \frac{P}{\rho} \zeta_{xi} - l_3 U_{i\xi} - l_5 U_{i\eta} - l_6 U_{i\zeta} + \zeta_{xi} e_{i1} + \zeta_{x2} e_{i2} + \zeta_{x3} e_{i3} \right) \right\} \\
& = 0
\end{aligned}$$

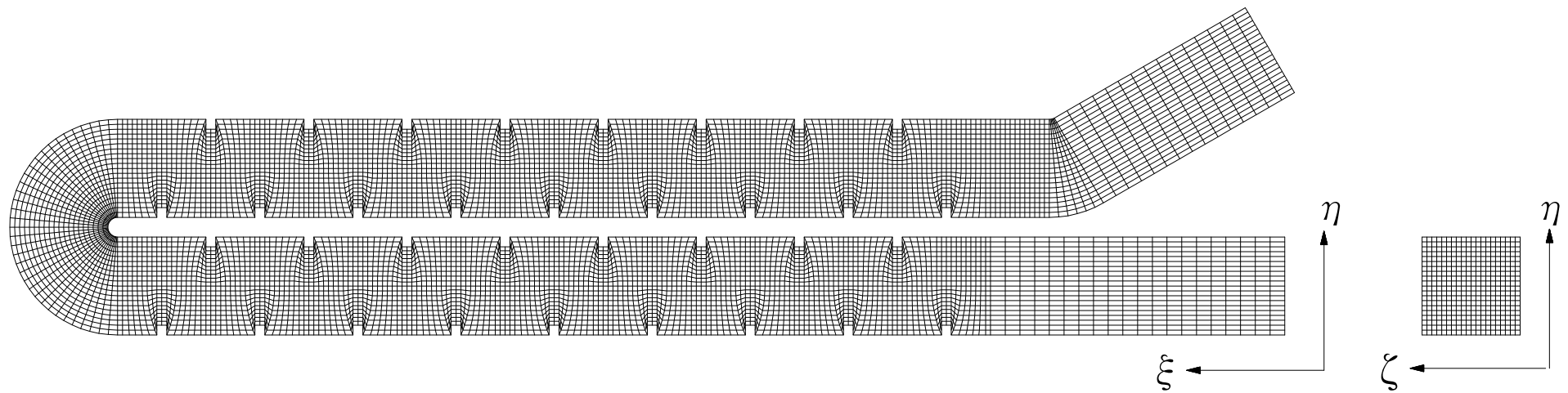
$$\begin{cases}
l_1 = d_{i1} \xi_{x1}^2 + d_{i2} \xi_{x2}^2 + d_{i3} \xi_{x3}^2 \\
l_2 = d_{i1} \xi_{x1} \eta_{x1} + d_{i2} \xi_{x2} \eta_{x2} + d_{i3} \xi_{x3} \eta_{i3} \\
l_3 = d_{i1} \xi_{x1} \zeta_{x1} + d_{i2} \xi_{x2} \zeta_{x2} + d_{i3} \xi_{x3} \zeta_{x3} \\
l_4 = d_{i1} \eta_{x1}^2 + d_{i2} \eta_{x2}^2 + d_{i3} \eta_{x3}^2 \\
l_5 = d_{i1} \eta_{x1} \zeta_{x1} + d_{i2} \eta_{x2} \zeta_{x2} + d_{i3} \eta_{x3} \zeta_{x3} \\
l_6 = d_{i1} \zeta_{x1}^2 + d_{i2} \zeta_{x2}^2 + d_{i3} \zeta_{x3}^2
\end{cases}$$

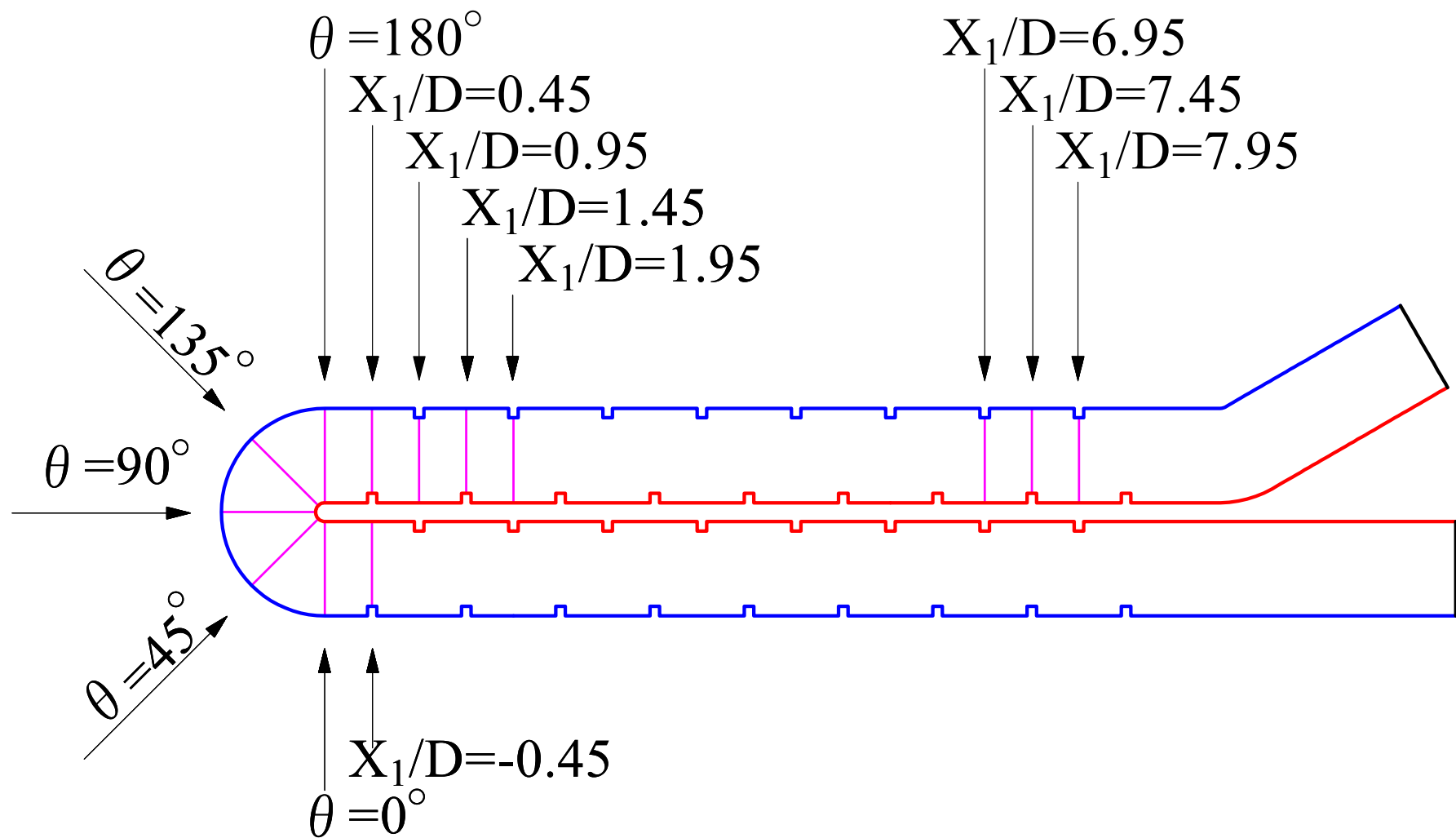
$$\mathbf{U} = U_1 \frac{\partial \xi}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \xi}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \xi}{\partial x_3}$$

$$\mathbf{V} = U_1 \frac{\partial \eta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \eta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \eta}{\partial x_3}$$

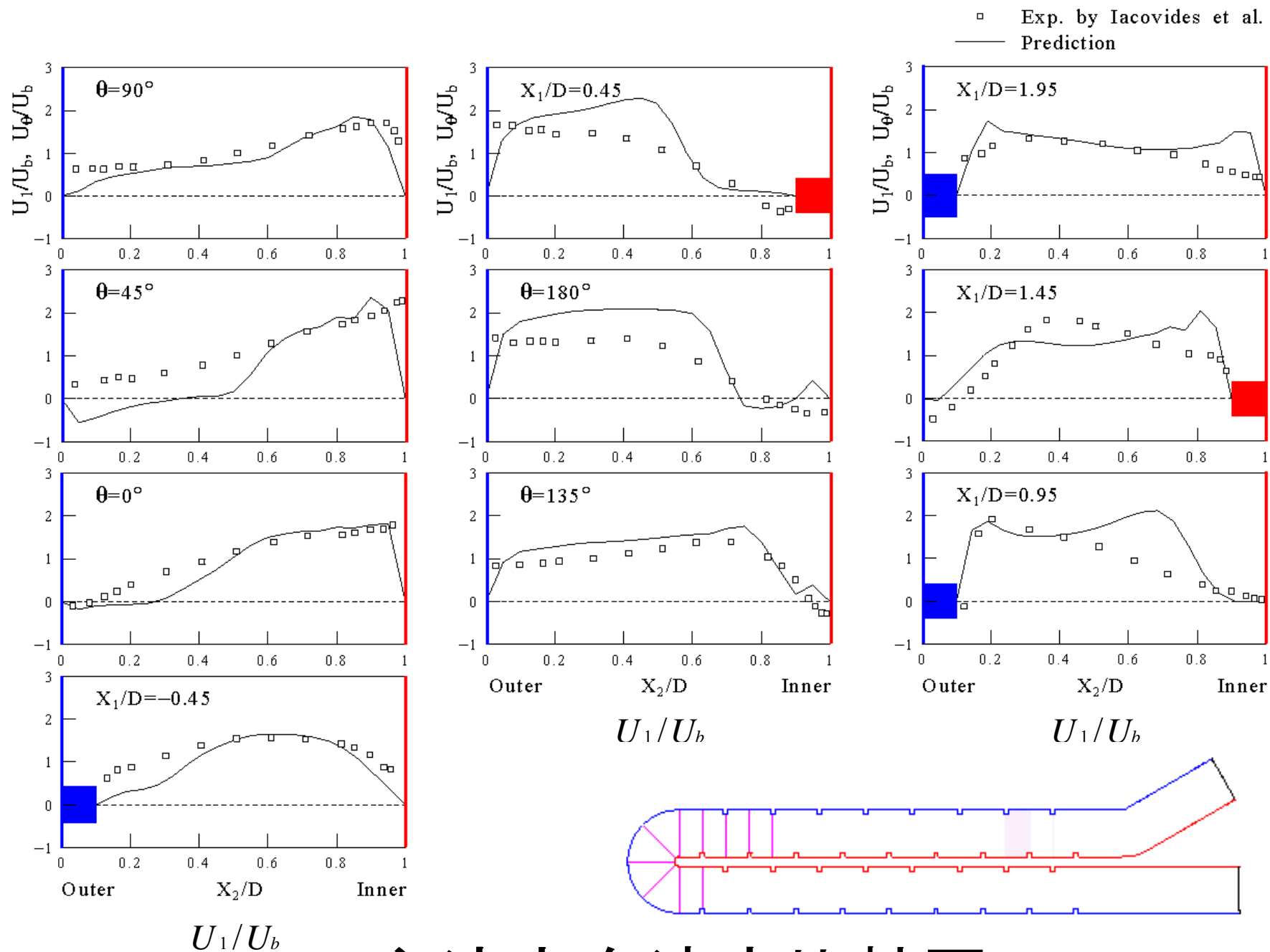
$$\mathbf{W} = U_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \zeta}{\partial x_3}$$

# 計算格子

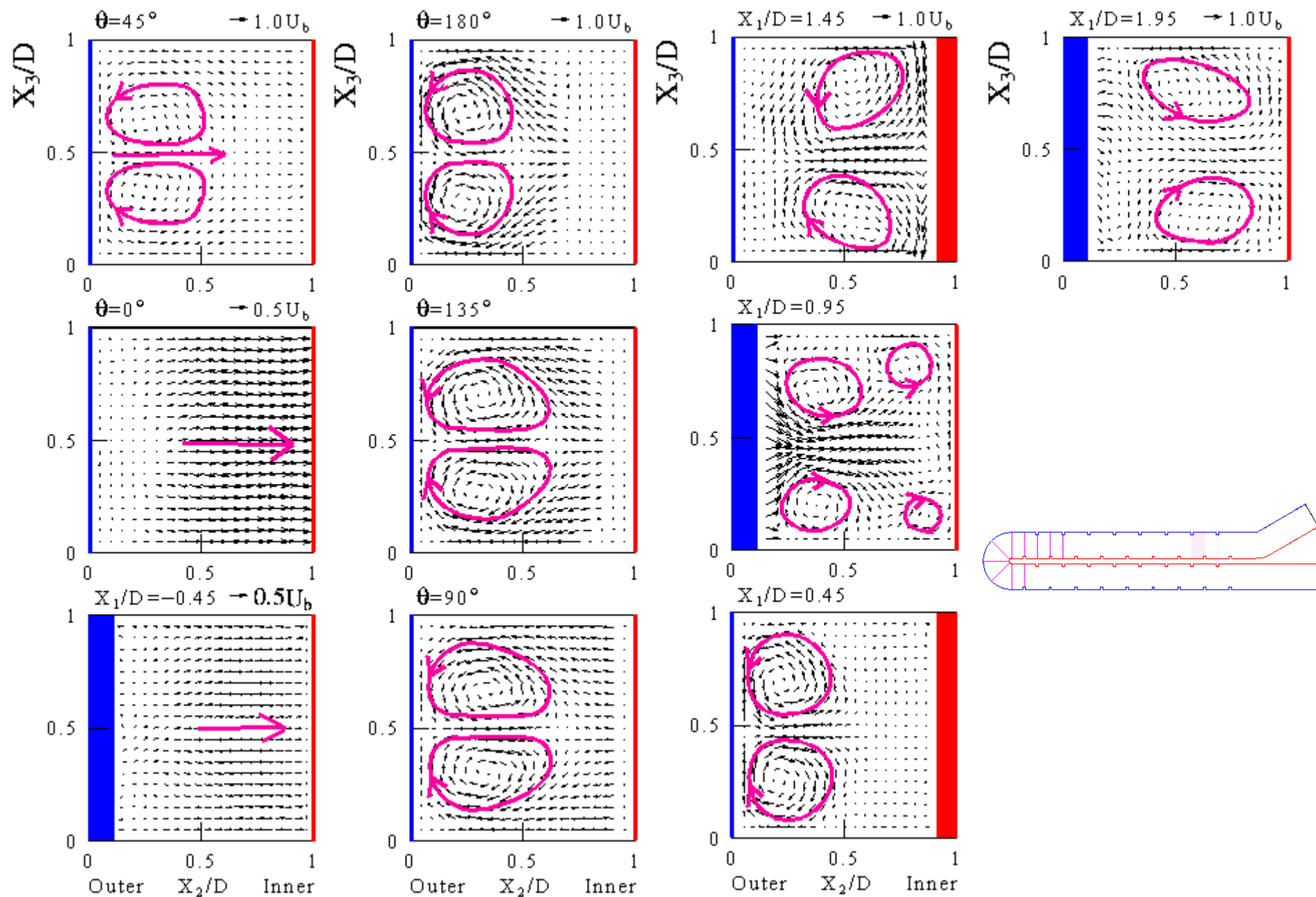




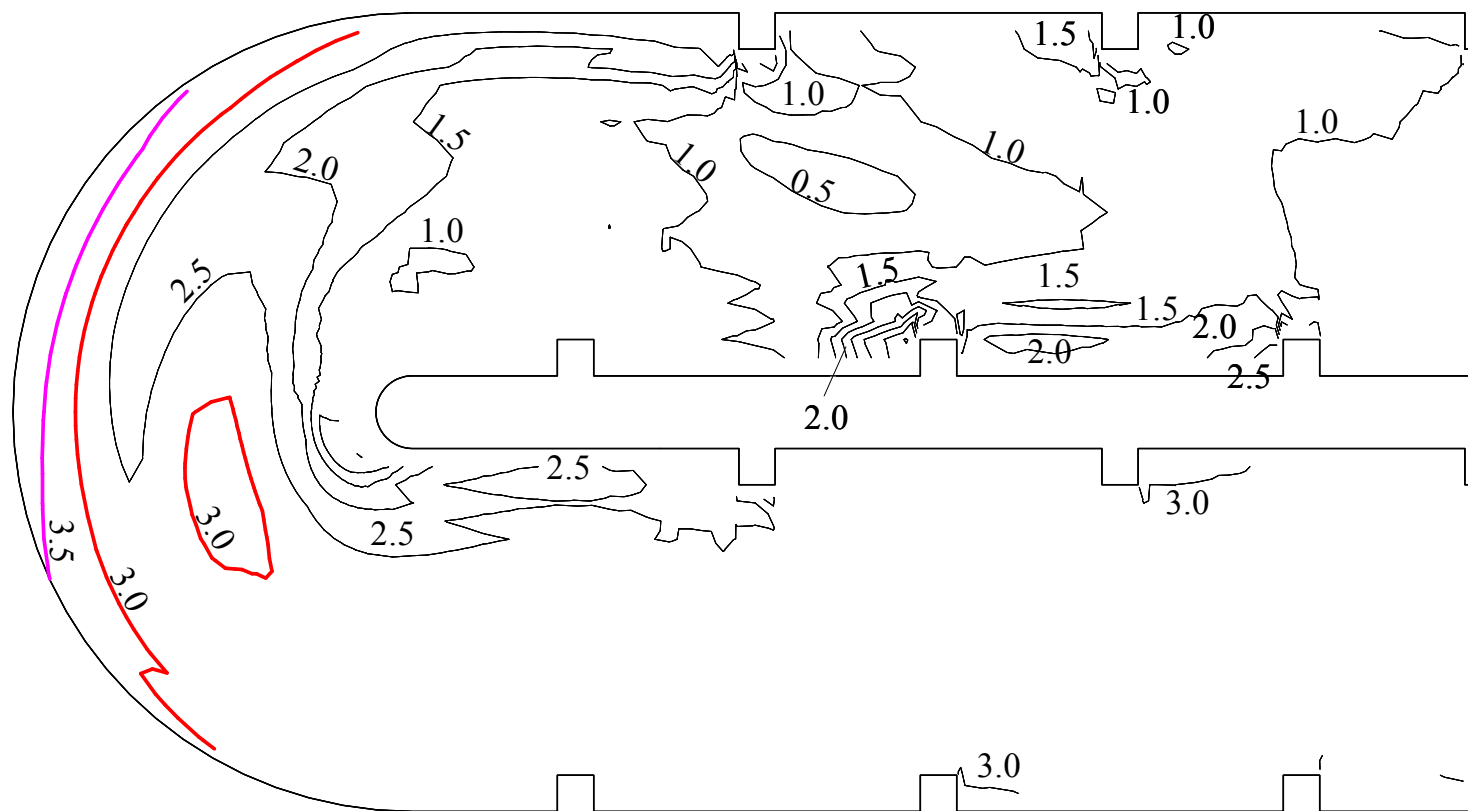
比較断面



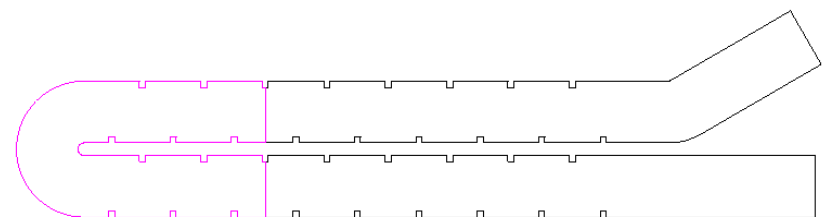
主流方向速度比較図



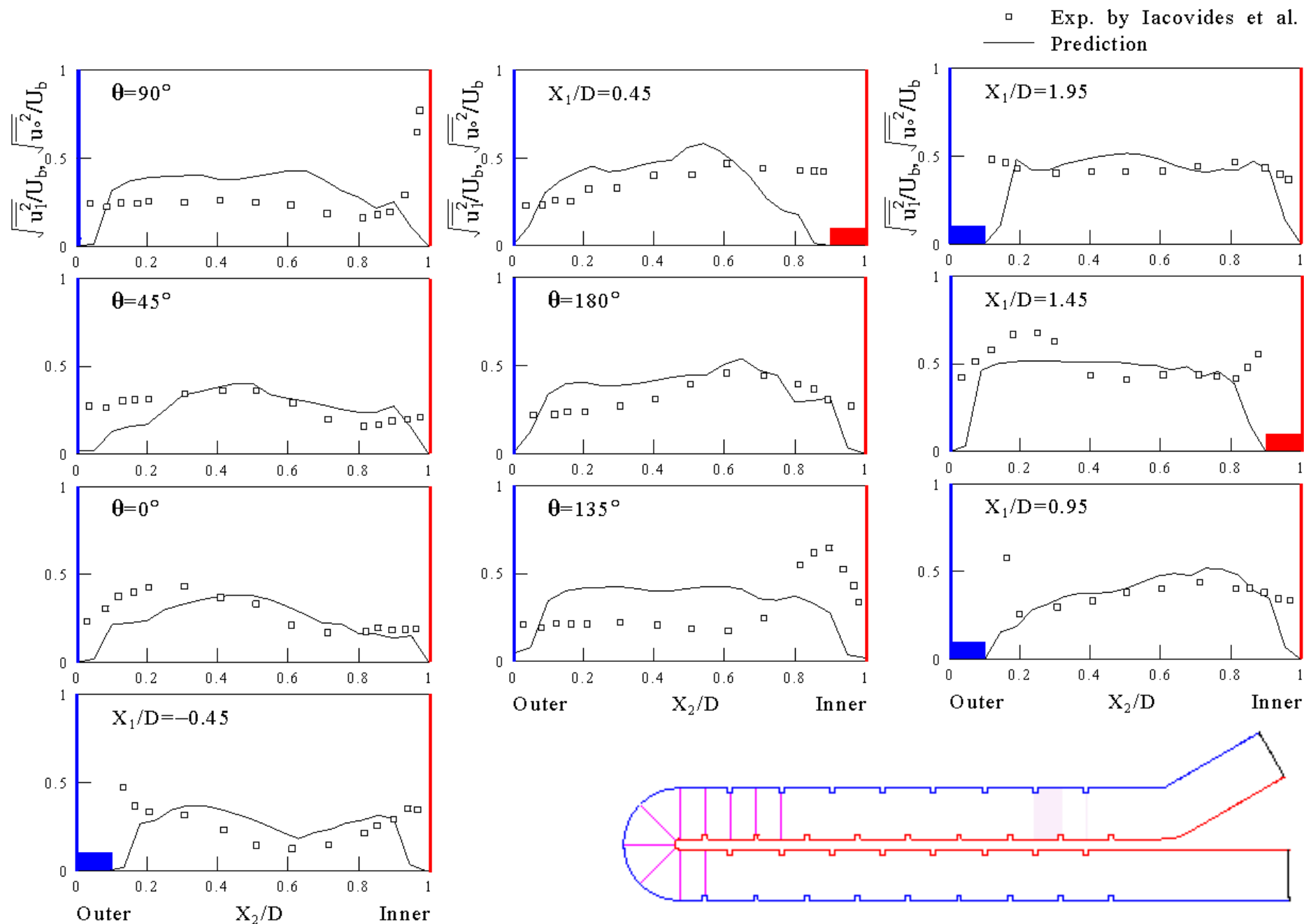
断面内二次流れベクトル線図



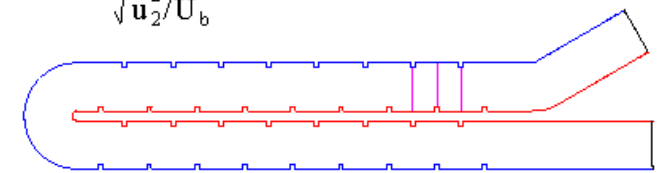
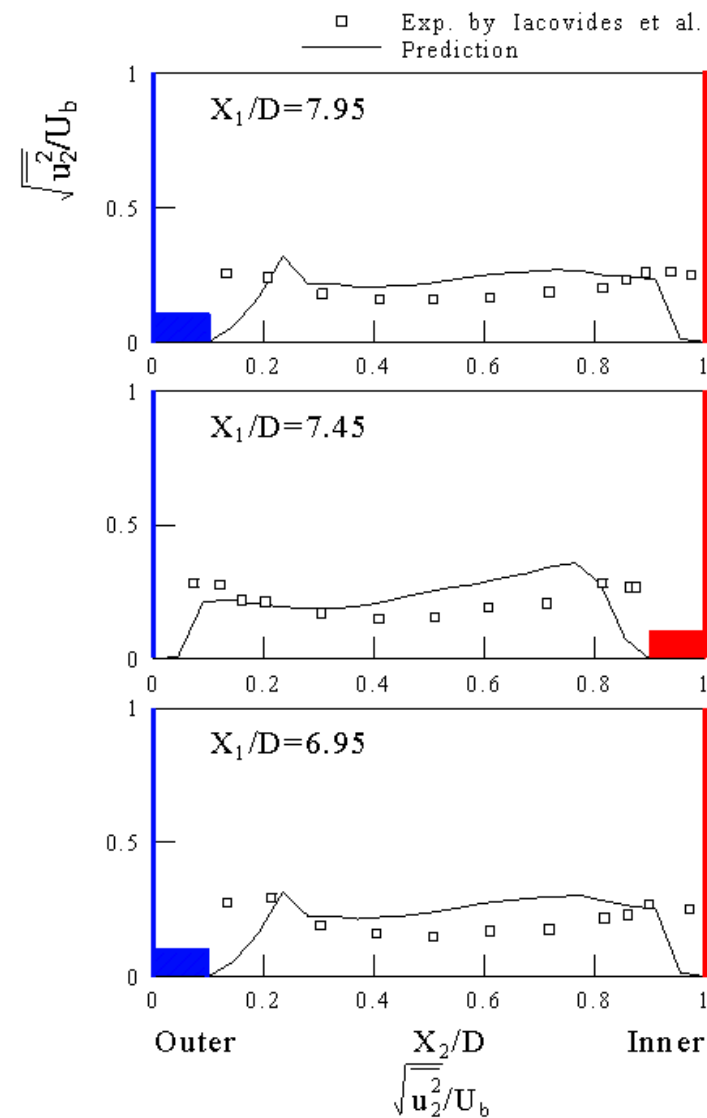
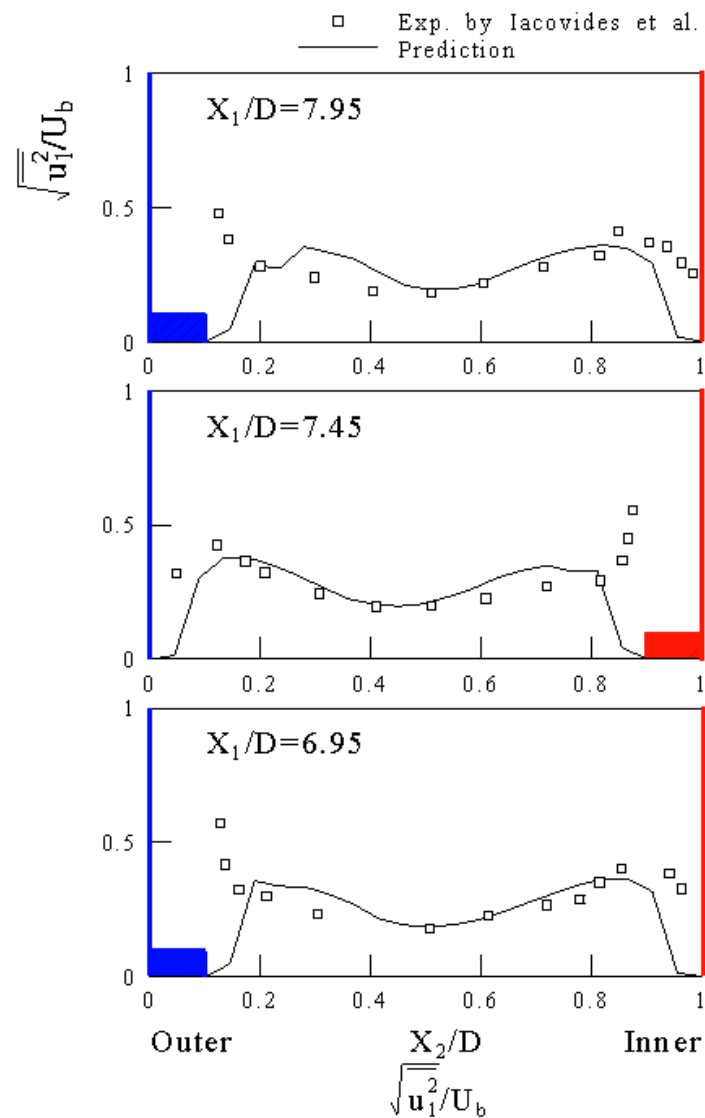
$$P / \rho U_b^2$$



压力分布图



主流方向垂直応力比較図



主流方向及び水平方向垂直応力比較図



# 結 論

- ▶ 曲がり管路における主流方向速度は、内壁側で最大速度を有する特徴的な分布を形成する。また、曲がり管路出口断面の内壁側ではなく離流れを形成する。計算結果はこうした現象を比較的良好に予測した。
- ▶ 曲がり管路内で形成される二次流れは、上下対称軸上を外壁から内壁へと移動し、曲がりが比較的緩やかな管路で形成させる二次流とは、全く異なることを予測した。これは、急峻な曲がりより生成される外壁の高い圧力に起因する。
- ▶ いくつかの点で実験値と差はあるが、粗面を有する急峻な曲がり管路内の複雑乱流を代数応力モデルにて予測可能であることを示した。